

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית a_n בת n איברים.

$$\text{נתון: } a_1 = -10, a_3 = -4,$$

סכום כל איברי הסדרה הוא 4,218.

א. מצאו את n .

מחקו כל איבר שלישי בסדרה a_n (כלומר מחקו את האיברים $a_3, a_6, \dots$).

ב. (1) כמה איברים נמחקו מן הסדרה a_n ?

(2) מהו סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה a_n ?

(3) מהו סכום האיברים שנשארו בסדרה a_n אחרי המחיקה?

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע (ראו סרטוט).

נתון כי אלכסון התיבה גדול פי $\sqrt{3}$ מאלכסון הבסיס.

א. מצאו את גודל הזווית בין אלכסון התיבה לבסיס.

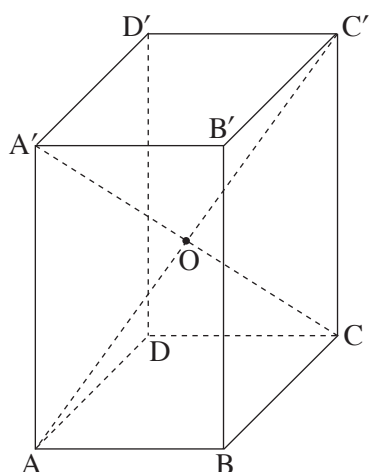
נתון כי שטח המלבן $ACC'A'$ הוא $128\sqrt{2}$.

ב. (1) מצאו את אורך צלע הבסיס של התיבה.

(2) מצאו את אורך האלכסון של התיבה.

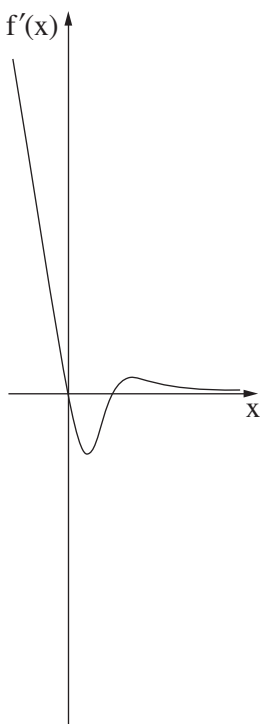
אלכסוני התיבה $A'C$ ו- $C'A'$ נפגשים בנקודה O .

ג. מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה הישרה $OABCD$.

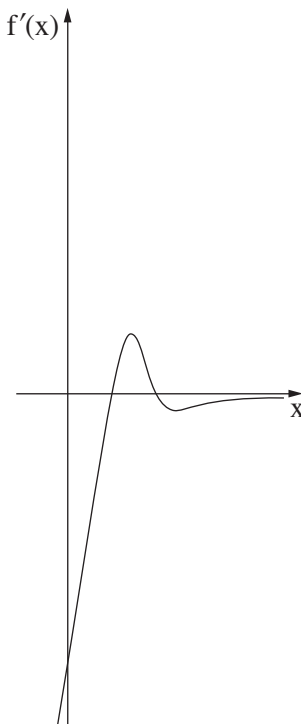


פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

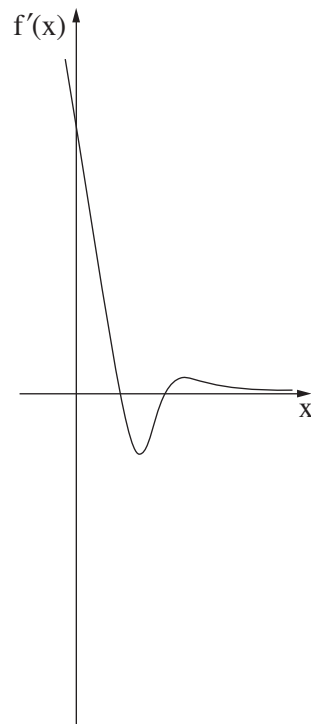
3. נתונה הפונקצייה $f(x) = 1 + x - \sin(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$.
 - מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג ועל ידי ציר ה- y (בתחום הנתון המשיק פוגש את גרף הפונקצייה רק בנקודת ההשקה).
4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$.
- מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 - קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמקו את קביעתכם.
 - חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II



I

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $y = c$ שווה ל- S .
- נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!