

בגרות
קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
35481
דפי נוסחאות ל-4 ייחידות לימוד
מספר השאלה:
נספח:

מתמטיקה

4 ייחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ופתחה הערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, וביהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטירוגונומטריה במישור
פרק שלישי – חישובן דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אתת מכל פרק – $5 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון שיש בו אפשרות תכונות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספורה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרה מחשבון.
(3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירות ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טויטה בדף שאינו במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמיד וכל תלמיד להשיב עליהם באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

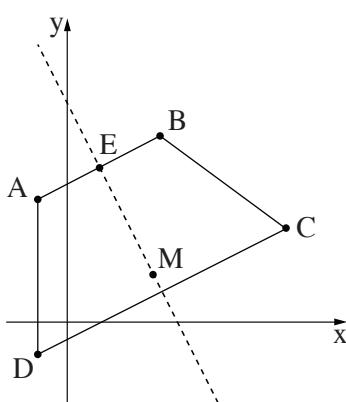
יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, לפחות אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
シומו לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמישה התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. רותייצאה מביתה בשעה 7:00 והתחילה ללבת ב מהירות קבועה אל הבית של דודתה. אם הייתה רותי ממשיכה ללבת באותו המהירות, היא הייתה מגיעה לבית של דודתה בדיק בשעה 9:00. אבל, אחרי שעבירה רבע מן הדרכ, היא עצרה לנוח למשך חצי שעה. אחר כך היא המשיכה ללבת ב מהירות קבועה הגדולה ממהירותה ההתחלתית ב- 1.2 קמ"ש. רותי הגיעה לבית של דודתה בשעה 9:12.

- א.** מה הייתה המהירות שבה התחלתה רותי ללבת כשיצאה מביתה?
- ב.** מהו המרחק בין הבית של רותי לבין הבית של דודתה?
- ג.** באיזו שעה הגיעה רותי לאמצע הדרכ?

2. המרובע $ABCD$ שברטוטו לפניכם הוא טרפז שווה שוקיים, $AB \parallel DC$, $AD = BC$. הנקודה E היא אמצע הצלע AB .



נתון: $(E, 3, 6)$, משוואת האנך לצלע AB העובר דרך הנקודה E היא $y = -2x + 7$.

- א.** (1) מצאו את משוואת AB .
- ב.** (2) מצאו את שיעורי הקודקוד A .

נתון: $(C, 7, 3)$,

השוק AD מקביל לציר ה- y .

- א.** (1) מצאו את אורך השוק BC .
- ב.** (2) מצאו את שיעורי הקודקוד D .

הנקודה M נמצאת על האנך הנתון ומקיים: $AM = DM$.

- ג.** מצאו את שיעורי הנקודה M .
- ד.** מצאו את שטח המשולש ADM .

.3. בклמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

- 15 עפרונות כחולים,
- 4 עפרונות אדומים,
- 6 עפרונות צהובים.

דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.
אם העיפרון הוא צהוב, היא משאייה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע שני העפרונות שהוצאה דנה הם באותו הצבע.

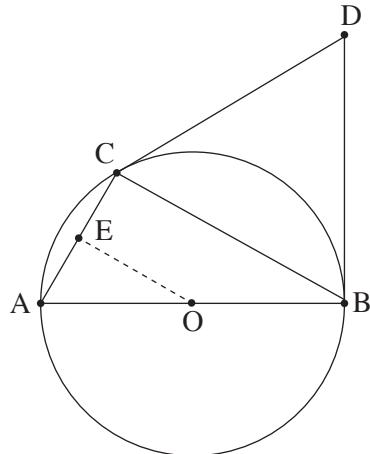
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה להחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 3 עפרונות אדומים ו- 2 עפרונות צהובים.
לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר לא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוצאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא $\frac{1}{60}$.

ג. מצאו את x .

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



.4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

AB הוא קוטר במעגל.

הנקודה E היא אמצע הצלע AC (ראו סרטוט).

א. (1) הוכיחו: $OE \perp AC$.

(2) הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta AOE$.

ב. פי כמה גדול שטח המרובע BCEO משלוח המשולש AOE ? נמקו.

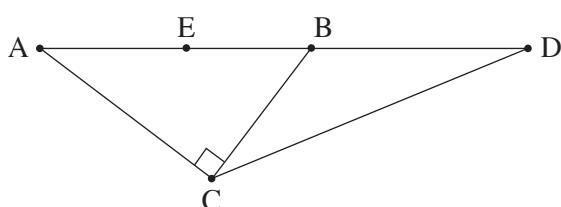
נתון: AC שווה לרדיוס המעגל.

המשיקים למעגל בנקודות B ו C נפגשים בנקודה D.

ג. הוכיחו: משולש BDC הוא שווה צלעות.

נתון: רדיוס המעגל הוא 4.

ד. מצאו את שטח המשולש OCD.



.5. המשולש ABC הוא ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$.

הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BC = 0.75 \cdot AC$.

א. מצאו את גודל הזווית CBD.

נתון: $AB = 10$, $BD = 8$.

ב. מצאו את אורך DC.

הנקודה E נמצאת על הקטע AB ומתקיים: $DC = DE$

ג. מצאו את שטח המשולש EDC.

ד. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC.

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינוליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{9-4x^2}{1-x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - x$. לפונקציית $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{2x+10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

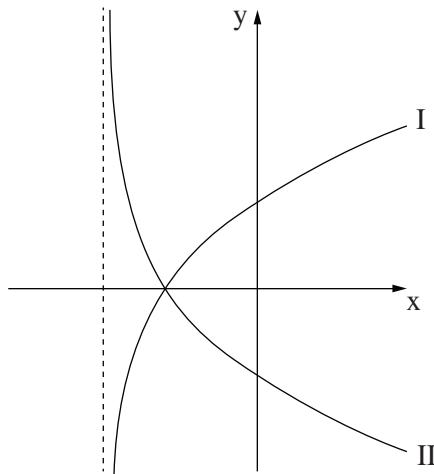
ד. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

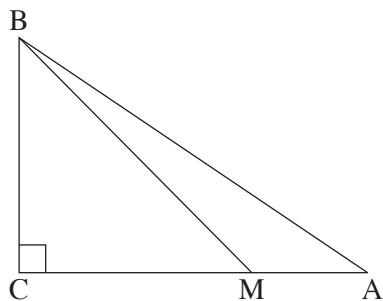
בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והgraf الآخر מתאר את הפונקציה $g(x) = -f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גראף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר x .





.8 ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 72.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $MC = 2MA$ (ראו סרוטות).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x.

א. הבינו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבבגרו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משולשת קודקודיו המשולש $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם יתכן שהסכום $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 300$? נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

זכות היוצרים שפועה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך