

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- (3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

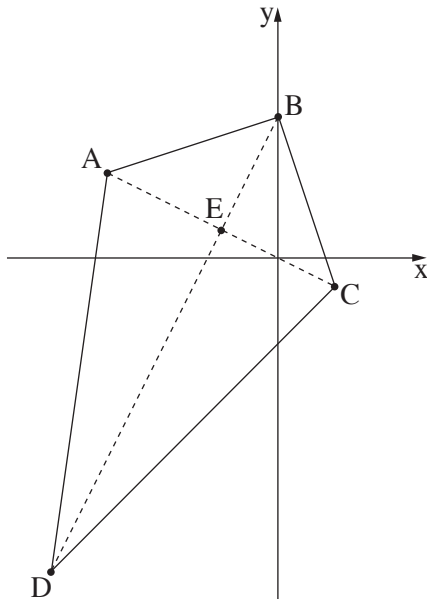
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. ביום ראשון יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
 דני צעד במהירות קבועה של 6 קמ"ש, ואריאל צעד במהירות קבועה של 8 קמ"ש.
 דני יצא מביתו בשעה 8:00 בבוקר, ואריאל יצא מביתו בשעה 8:30 בבוקר.
 הם נפגשו באמצע הדרך שבין הבתים שלהם.
 א. מצאו את המרחק בין הבית של דני ובין הבית של אריאל.
 ב. מצאו באיזו שעה נפגשו דני ואריאל.
 ביום שני יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו באותו הזמן והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
 דני צעד במהירות קבועה, השונה מן המהירות שבה צעד ביום ראשון, ואריאל צעד באותה מהירות קבועה שבה צעד ביום ראשון.
 דני הגיע לבית של אריאל 12 דקות אחרי שאריאל הגיע לבית של דני.
 ג. מצאו את המהירות שבה צעד דני ביום שני.
 ד. כמה זמן עבר מן הרגע שבו דני ואריאל יצאו לדרך ביום שני ועד שהמרחק ביניהם היה 5.4 ק"מ (לפני שנפגשו)?



2. המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא דלתון.

$$BA = BC, DA = DC$$

אלכסוני הדלתון נפגשים בנקודה E.

נתון: $A(-6, 3)$, $C(2, -1)$,

הקודקוד B נמצא על ציר ה- y ,

והקודקוד D נמצא ברביע השלישי.

א. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון: שטח הדלתון ABCD הוא 80.

ב. מצאו את האורך של האלכסון BD. השאירו שורש בתשובתכם.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ד. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה A והישר BD משיק לו. הסבירו.

3. חלק מן התושבים בכפר מסוים בסין הם צמחונים וכל השאר טבעונים.

ההסתברות שתושב בכפר הוא צמחוני גדולה ב-0.4 מן ההסתברות שתושב הוא טבעוני.

75% מתושבי הכפר אוכלים באמצעות מקלות אכילה בלבד, והשאר אוכלים רק באמצעות סכין ומזלג.

60% מתושבי הכפר שאוכלים באמצעות סכין ומזלג הם צמחונים.

בוחרים באקראי תושב מן הכפר.

א. מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

ב. (1) מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני **או** שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה?

(2) ידוע שהתושב שנבחר הוא צמחוני **או** שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה.

מהי ההסתברות שהתושב הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

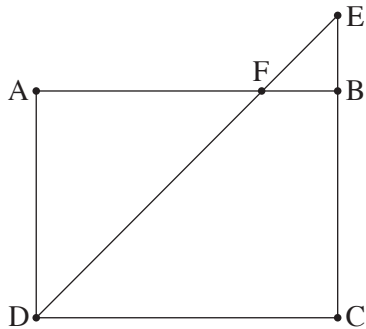
נתון שבכפר חיים 60 תושבים סך הכול.

ג. בוחרים באקראי, בזה אחר זה (ללא החזרה), שני תושבים שחיים בכפר.

מהי ההסתברות ששני התושבים שנבחרו הם צמחונים שאוכלים באמצעות מקלות אכילה?

בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית או רשמו כשבר פשוט.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

הקטע DE חותך את הצלע AB בנקודה F.

א. הוכיחו: $\triangle AFD \sim \triangle BFE$.

נתון כי שטח המשולש AFD גדול פי 9 משטח המשולש BFE.

ב. מצאו את היחס $\frac{AF}{FB}$.

נתון: $EB = 8$,

שטח המלבן ABCD הוא 768.

ג. (1) מצאו את אורך הצלע CB.

(2) מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DCE.

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים:

משולש ADC שכל זוויותיו חדות, ומשולש שווה שוקיים ABC שבו $BC = BA$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 114,

$\angle ABC = 50^\circ$.

א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

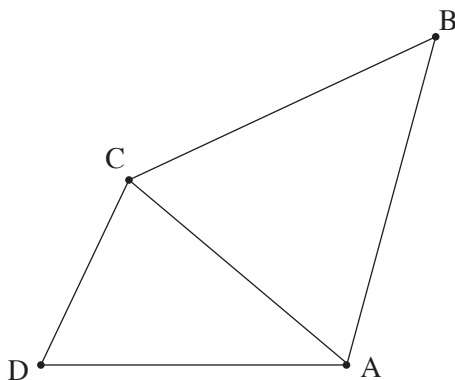
נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADC הוא 8.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

נתון: $AD = 15$.

ד. מצאו את גודל הזווית CAD.

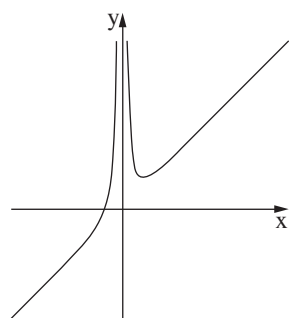
ה. מצאו את אורך BD.



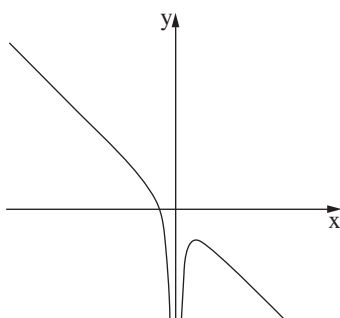
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

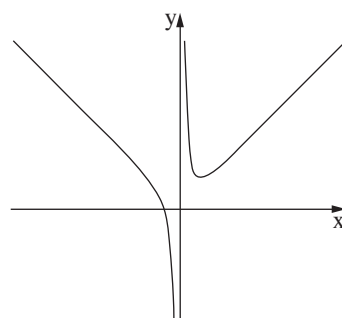
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי הישר $x = 2$
ועל ידי ציר ה- x .



III



II

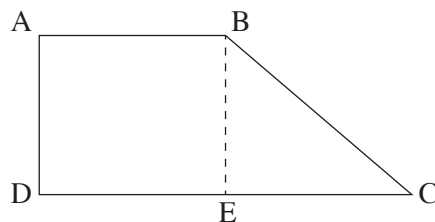
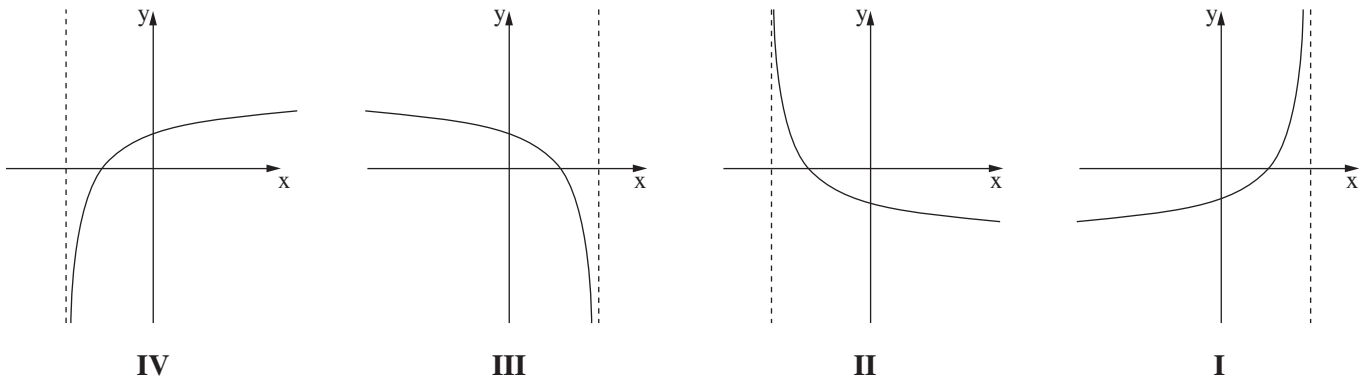


I

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$, b הוא פרמטר. ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8, 0)$ בלבד.
- א. מצאו את b .

הציבו $b = 9$ וענו על הסעיפים 7-ב.

- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



8. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB \parallel DC$ (ראו סרטוט). גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC. שטח הטרפז הוא $48\sqrt{2}$. נסמן ב- x את אורך הצלע AB.
- א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.
- ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $(AD^2 + BC^2)$ הוא מינימלי.
- ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 120? נמקו.

בהצלחה!