

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. ביום ראשון יצאו יעל ושירה להליכה במסלול שאורכו 4,200 מטרים.

הן יצאו יחד מתחילת המסלול.

בדקה הראשונה הלכה יעל מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק

שהלכה בדקה שקדמה לה.

א. מהו המרחק שהלכה יעל בדקה ה-55?

ב. (1) כמה דקות הלכה יעל מתחילת המסלול ועד סופו?

(2) מהו המרחק שהלכה יעל בדקה האחרונה?

שירה הלכה בכל דקה מרחק קבוע.

יעל ושירה הגיעו לסוף המסלול באותו הזמן.

ג. מהו המרחק הקבוע שהלכה שירה בכל דקה?

ביום שני יצאו יעל ושירה להליכה במסלול אחר.

שירה יצאה מתחילת המסלול והלכה בכל דקה אותו מרחק קבוע כמו ביום ראשון.

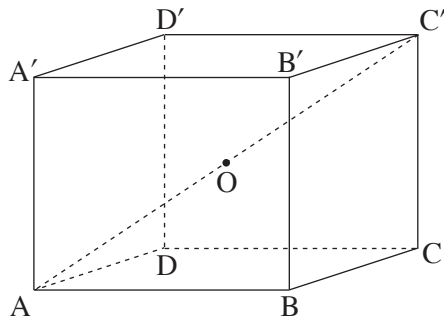
יעל יצאה מתחילת המסלול 4 דקות אחרי שירה, והלכה בכל דקה באותו אופן שבו הלכה ביום ראשון

(בדקה הראשונה היא הלכה מרחק של 130 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מן המרחק

שהלכה בדקה שקדמה לה).

ד. כמה דקות עברו מזמן שיצאה יעל מתחילת המסלול ועד שהיא פגשה את שירה בפעם הראשונה?

טריגונומטריה במרחב



2. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ (ראו סרטוט).

$ABCD$ הוא בסיס של התיבה.

O היא נקודת מפגש האלכסונים של התיבה.

נתון: $AB = \sqrt{3} \cdot a$, $BC = a$, $CC' = 1.5 \cdot a$.

א. הביעו את אורך אלכסון הבסיס, AC , באמצעות a .

ב. מצאו את גודל הזווית שבין אלכסון התיבה, AC' ,

ובין הבסיס $ABCD$.

נתון: שטח המעטפת של התיבה הנתונה הוא $108 \cdot (1 + \sqrt{3})$.

ג. מצאו את a .

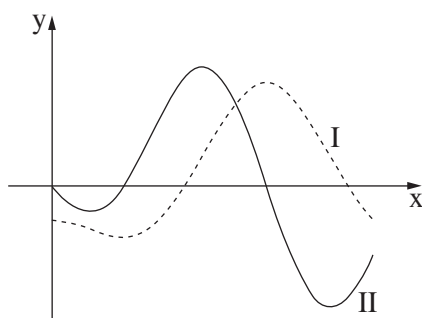
ד. מצאו את נפח הפירמידה $OABCD$.

ה. בעבור כל אחת מן הטענות (1)–(2) שלפניכם, קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) נפח הפירמידה $OABCD$ גדול מנפח הפירמידה $OAA'D'D$.

(2) הזווית בין הישר AC ובין מישור הפאה $DD'C'C$ היא בת 30° .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה



3. בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציה $f(x)$

ושל פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, המוגדרות בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

א. קבעו איזה מבין הגרפים II–I שבסרטוט מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$,

ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון: $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$, בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

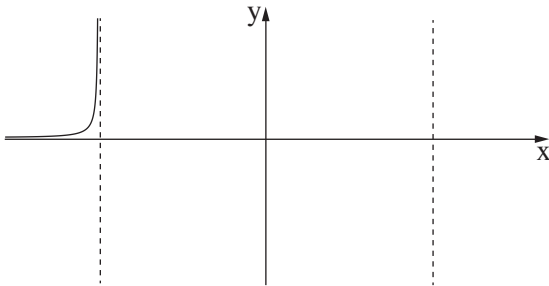
וקבעו את סוגן (תוכלו לקבוע את סוגן באמצעות הסרטוט).

ג. בעבור אילו ערכים של k יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקצייה $f(x)$ בדיוק שתי נקודות משותפות? נמקו.

ד. חשבו את השטח הכלוא על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ה. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקצייה $f(x)$. העתיקו את הסקיצה החלקית למחברתכם, והשלימו בה את החלקים החסרים של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ו. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר. מצאו את שני הערכים האפשריים של c שבעבורם יש לפונקצייה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y = 3$. נמקו את תשובתכם.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a הוא פרמטר. אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.
- א. מצאו את a .
- ב. הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.
- ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ז. הפונקצייה $g(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$. נתון: $g'(x) = -f(x)$.
- ח. קבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ ואת סוגן. נמקו את קביעותיכם.

בהצלחה!