

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

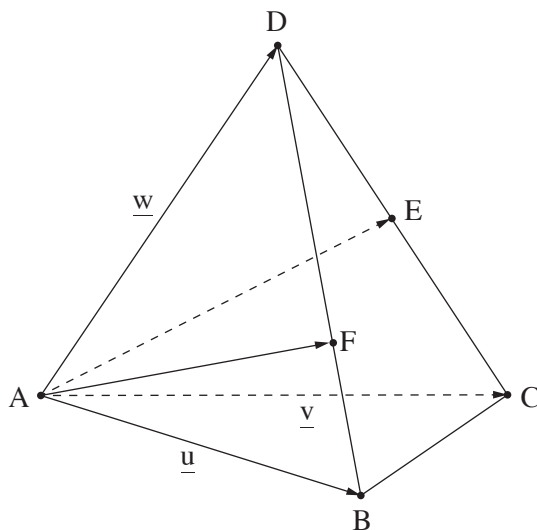
בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה



1. בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{w}$.

נתון: $\angle BAC = 45^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם:

$$\underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הביעו את הווקטורים \vec{CD} ו- \vec{BD} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{AF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות, (1)–(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את כל תשובותיכם.

(1) \vec{CD} מאונך ל- \vec{AE} .

(2) \vec{CD} מאונך ל- \vec{AF} .

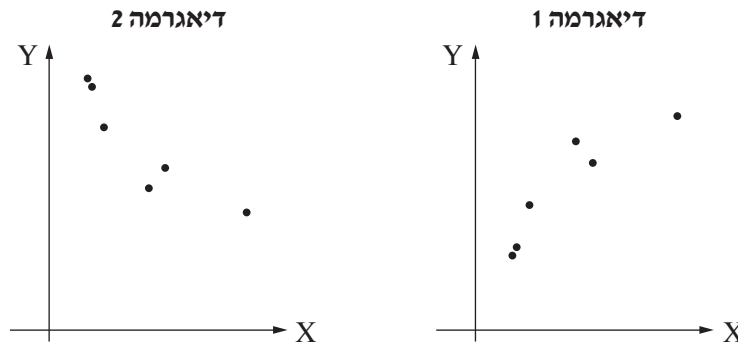
(3) \vec{CD} מאונך למישור EAF.

2. מנהל חברה בדק את הקשר בין ההוצאה החודשית של החברה על פרסום מוצריה, ובין ההכנסות מן המכירות שלה בחודש שלאחר מכן. הוא בדק נתונים מכמה חודשים רצופים. בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים על ההוצאות וההכנסות באלפי שקלים:

48	28	24	13	10	9	הוצאה על פרסום (X)
510	400	450	300	200	180	הכנסות ממכירות בחודש שלאחר מכן (Y)

המנהל חישב ומצא כי ממוצע ההוצאות לחודש על פרסום הוא $\bar{X} = 22$ וסטטיית התקן היא $S_x = 13.6$. ממוצע ההכנסות ממכירות לחודש הוא $\bar{Y} = 340$ וסטטיית התקן היא $S_y = 123.4$.

לפניכם שתי דיאגרמות פיזור (1)–(2). אחת מהן מתארת את הקשר בין שני המשתנים (X ו- Y).



א. מבין שתי הדיאגרמות (1)–(2), מהי הדיאגרמה המתארת את הקשר בין שני המשתנים? נמקו את תשובתכם.

נתונים ארבעה מקדמי מתאם: $r = 0.9$, $r = 1$, $r = -0.9$, $r = -0.7$.

- ב. אחד מארבעת מקדמי המתאם מתאים לנתונים. קבעו מיהו ונמקו את קביעתכם.
- ג. מהי משוואת ישר הרגרסייה לניבוי ההכנסות ממכירות כתלות בהוצאה על פרסום?
- ד. על פי ישר הרגרסייה שמצאתם, מהי ההערכה להכנסות ממכירות (באלפי שקלים) בעבור הוצאה של 19,000 שקלים לחודש על פרסום? נמקו את תשובתכם.

החברה המירה את ההוצאות וההכנסות בשקלים להוצאות והכנסות בדולרים

(ולכן כל המספרים בטבלה קטנו בערך פי 3).

ה. מהי ההשפעה של המרת השקלים לדולרים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3) שלפניכם (כלומר האם הוא גדל, קטן, או לא השתנה)?

נמקו את תשובותיכם.

(1) \bar{X}

(2) S_x

(3) r

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$.
- ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 3$. נמקו את תשובתכם.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + (\ln x)^2$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקצייה $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

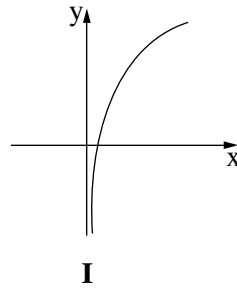
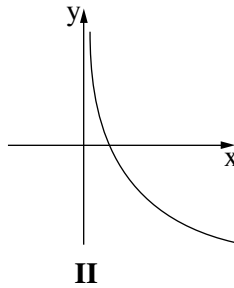
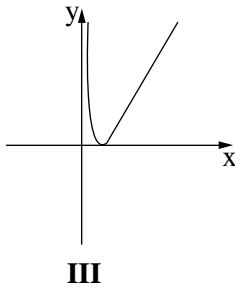
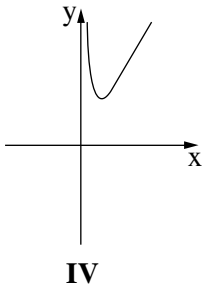
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

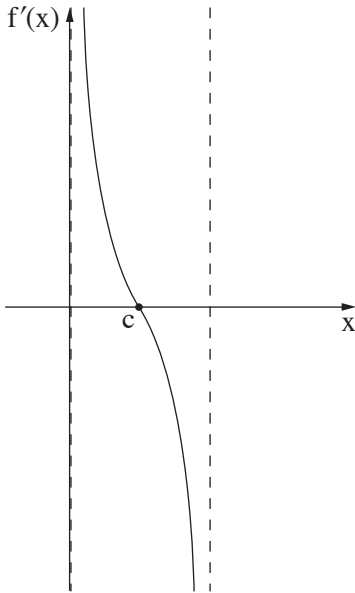
שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

ה. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?





5. $f(x)$ היא פונקצייה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודה אחת בלבד, שבה $x = c$. הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ על פי הגרף.

נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = \ln(4x - x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). בתשובתכם שאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!