מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד חורף מאוחר
موعد شتاء متأخّر

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף מאוחר**, תשפ"א, 2021
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: **شتاء متأخّر**، 2021
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך —
20×5 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختيارك.
20×5 = 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. خرج يزيد وداني في نفس الوقت للسفر على درّاجتين هوائيّتين. سافر يزيد وداني في مسار مستقيم بَدَأَ في النقطة A وانتهى في النقطة B.
سافر كلّ واحد منهما على طول المسار بسرعة ثابتة.
وصل يزيد إلى النقطة B، وفورًا عاد في نفس المسار إلى النقطة A.
عندما كان يزيد في طريق عودته من B إلى A ووصل إلى منتصف المسار AB، وصل داني إلى النقطة B.

أ. ما هي النسبة بين سرعة يزيد وسرعة داني؟ علّل.

بعد 40 دقيقة من بدئهما السفر، عندما كان يزيد في طريق عودته من B إلى A، التقى يزيد وداني.

ب. عبّر عن طول المسار AB بدلالة سرعة داني.

بعد 30 دقيقة من بدئهما السفر، لم يصل يزيد بَعْدُ إلى النقطة B، وبُعْد داني عن النقطة A كان أكبر بِـ 5 كم من بُعْد يزيد عن النقطة B.

جـ. جد طول المسار AB.

د. كم من الوقت مرّ من لحظة خروج يزيد وداني من النقطة A، حتّى كان البُعْد بينهما 2 كم؟
جد اثنتين من ثلاث الإمكانيّات.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. المتوالية a_n هي متوالية هندسيّة تحقّق لكلّ n طبيعيّ الدستور: $3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 2a_n = 0$.
معطى أنّ: $a_1 \neq 0$.

أ. جد القيمتين الممكنتين لأساس المتوالية a_n .

نرمز إلى حدود المتوالية التي تحقّق الدستور **وليست متقاربة** بِـ $b_1, b_2, b_3, \ldots$.
نرمز إلى حدود المتوالية التي تحقّق الدستور **ومتقاربة** بِـ $c_1, c_2, c_3, \ldots$.

ب. فسّر لماذا المتوالية $b_1c_1,\ b_2c_2,\ b_3c_3,\ \ldots$ هي متوالية هندسيّة متقاربة.

معطى أنّ: $b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 + \ldots = 15$
$b_1 = c_1 = m$

جـ. جد m (اكتب الإمكانيّتين).

أجب عن البند "د" بالنسبة لِـ m الأصغر من بين الإمكانيّتين اللتين وجدتَهما في البند "جـ".

د. معطى أنّ: $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_k = 1{,}705$
جد k .

3. توجد في جرّة كرات بثلاثة ألوان فقط: **أحمر، أصفر، أزرق.**
معطى أنّ:
احتمال إخراج كرة حمراء هو $\frac{5}{8}$.
عدد الكرات الصفراء هو 3 أضعاف عدد الكرات الزرقاء.
$\frac{4}{5}$ من الكرات الحمراء التي في الجرّة وَ $\frac{8}{9}$ من الكرات الصفراء التي في الجرّة هي **خشنة**، وجميع بقيّة الكرات التي في الجرّة هي **ملساء**.
أخرجوا بشكل عشوائيّ كرة من الجرّة وأعادوها إلى الجرّة. قاموا بهذه العمليّة (إخراج بشكل عشوائيّ وإعادة) 8 مرّات.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون بالضبط 3 من الكرات التي أخرجوها **خشنة**؟

أجب عن البند "ب" بالنسبة لجرّة فيها 32 كرة.

ب. أخرجوا بشكل عشوائيّ كرتَيْن الواحدة تلو الأخرى من الجرّة (بدون إعادة).

(1) ما هو الاحتمال بأنّ الكرتين اللتين أخرجوهما كانتا بلونين مختلفين؟

(2) معلوم أنّ الكرتين اللتين أخرجوهما كانتا بلونين مختلفين. ما هو الاحتمال بأنّ الكرة الأولى التي أخرجوها كانت بلون أحمر؟

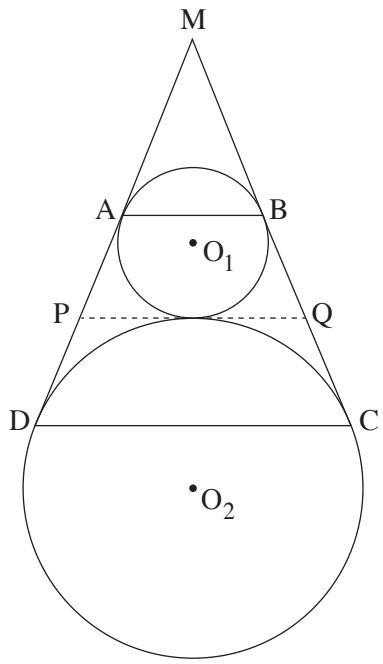
أجب عن البند "جـ" بالنسبة لجرّة فيها n كرات.
معطى أنّ: $50 < n < 100$.

جـ. جد n (جد الإمكانيّتين).

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. الرسم الذي أمامك يصف دائرتين تمسّ إحداهما الأخرى من الخارج.



مركزا الدائرتين هما النقطتان O_1 وَ O_2 ، ونصفا قطريهما هما R_1 وَ R_2 بالتلاؤم.

من النقطة M ، التي تقع خارج الدائرتين، يخرج مستقيمان يمسّان الدائرة O_1 في النقطتين A وَ B، والدائرة O_2 في النقطتين D وَ C ، كما هو موصوف في الرسم.

المماسّ في النقطة المشتركة بين الدائرتين يقطع المستقيمين MD وَ MC في النقطتين P وَ Q بالتلاؤم.

أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ ABCD هو شبه منحرف متساوي الساقين.

ب. برهن أنّ PQ يساوي ساق شبه المنحرف ABCD .

جـ. برهن أنّ $\sphericalangle O_1QO_2 = 90^o$.

معطى أنّ: $R_2 = 9$, $R_1 = 4$.

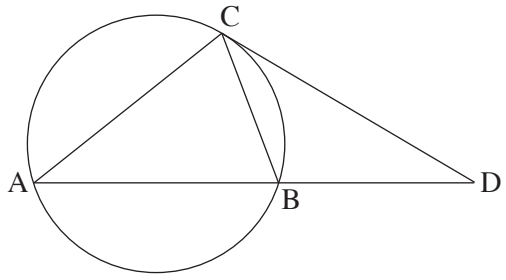
د. جد PQ .

5. الرسم الذي أمامك يصف المثلّث الحادّ الزاوية ABC المحصور في دائرة نصف قطرها R .

المماسّ للدائرة في النقطة C يقطع امتداد القطعة AB في النقطة D .

معطى أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ACD هو 2R .

نرمز: $\sphericalangle BAC = \alpha$.



أ. عبّر عن BD بدلالة R وَ α .

معطى أنّ: $\frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}$.

ب. جد α .

معطى أنّ: مساحة المثلّث CBD هي 27 .

جـ. جد R .

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\cos^3(x)\cdot\sin(x)$ في المجال $0\le x\le\pi$.

أ. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=a\cdot f(x)$. $a>0$ هو پارامتر.

جـ. عبّر بدلالة a عن معادلة المستقيم الذي يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة التي فيها $x=0$.

المستقيم الذي وجدتَه في البند "**جـ**" لا يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في نقطة إضافيّة.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمستقيم الذي وجدتَه في البند "**جـ**" والمستقيم $x=\frac{\pi}{2}$ تساوي $\left(\frac{\pi^2}{2}-1\right)$.

د. جد a .

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x+a}{\sqrt{x}}$. a هو پارامتر.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. **(1)** بالنسبة لأيّة قِيَم للپارامتر a ، لا توجد نقاط قصوى للدالّة $f(x)$ ؟ علّل.

(2) في الحالات التي توجد فيها نقاط قصوى للدالّة $f(x)$ ، عبّر بدلالة a عن إحداثيّات هذه النقاط، وحدّد نوع هذه النقاط.

جـ. ارسم على حِدة رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ لكلّ واحد من المجالات i-iii للپارامتر a التي أمامك:

i $a>0$

ii $a<0$

iii $a=0$

معطاة الدالّة $g(x)=f(x)-b$. b هو پارامتر.

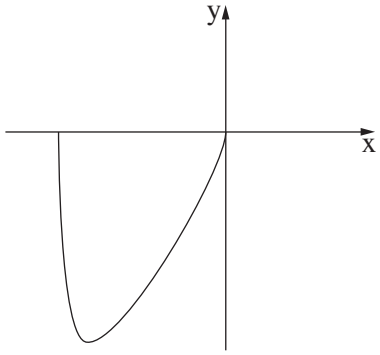
معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ يقطع المحور x في نقطتين.

د. **(1)** جد مجال الپارامتر a . علّل.

(2) عبّر عن مجال الپارامتر b بدلالة a . علّل.

/ يتبع في صفحة 6 /

8. معطاة الدالّة $f(x) = x \cdot \sqrt{a - x^2}$. $a > 0$ هو بارامتر.



أ. **(1)** عبّر بدلالة a عن مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) برهن أنّ الدالّة f(x) هي فرديّة.

(3) الرسم الذي أمامك يصف جزءًا من الرسم البيانيّ للدالّة f(x) .
انسخ الرسم إلى دفترك، وأكمله بحيث يصف الرسم البيانيّ للدالّة f(x) كلّه.

عبر النقطة A التي تقع على الرسم البيانيّ للدالّة f(x) في الربع الأوّل يمرّرون عمودًا على المحور x .
العمود يقطع المحور x في النقطة B .
هناك مستقيم يمرّ عبر النقطة A وعبر نقطة أصل المحاور، O ، ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) في نقطة إضافيّة، C .
يمرّرون عبر النقطة C عمودًا على المحور x . العمود يقطع المحور x في النقطة D.
معطى أنّ: أكبر مجموع ممكن لمساحتَي المثلّثين AOB وَ COD هو $4\sqrt{2}$.

ب. جد a .

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.