

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות חשבוניות:

$$a_n: 3, 10, 17, 24, \dots$$

$$b_n: 17, 38, 59, 80, \dots$$

א. (1) חשב את b_{30} .

(2) עבור איזה ערך של n מתקיים $a_n = b_{30}$? נמק. (n הוא מספר טבעי).

ב. עבור כל אחד משני ההיגדים II-I שלפניך כתוב אם הוא נכון או לא נכון. נמק את קביעותיך.

I. לכל n טבעי $3a_n = b_n$.

II. לכל n טבעי $a_{3n} = b_n$.

ג. נתון כי ההפרש בין סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n ובין סכום k האיברים הראשונים בסדרה a_n

הוא 924 (k הוא מספר טבעי).

מצא את k .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה מנסרה משולשת $ABDA'B'D'$ שבסיסה, ABD ,

הוא משולש שווה שוקיים וישר זווית ($\angle BAD = 90^\circ$).

אורך השוק של משולש ABD הוא 3.

א. מצא את אורך המקצוע BD .

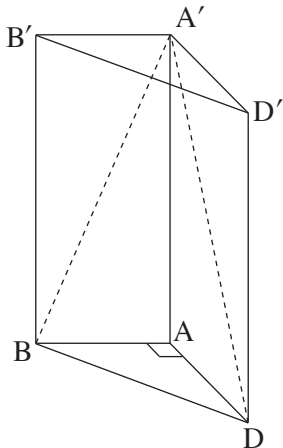
ב. הסבר מדוע $A'B = A'D$.

נתון: שטח המשולש $BA'D$ הוא $15\sqrt{2}$.

ג. מצא את גודל הזווית שבין הגובה לבסיס המשולש $BA'D$

ובין בסיס המנסרה, ABD .

ד. חשב את נפח המנסרה $ABDA'B'D'$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 4$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, עם הצירים?
- ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{a-x}$. a הוא פרמטר.
- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון: לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.
- ב. מצא את a , וקבע אם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון נוספות.
- הצב $a = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$, וענה על סעיפים ג-ד.
- ג. (1) כתוב את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. נתונה הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 5 \cdot \ln(x^2 - 2x + 1)$.

- א. (1) הראה כי תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x \neq 1$.
- ב. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$, המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ הוא $x \neq 1$.
 $g'(x) = f(x)$ בכל תחום ההגדרה.
מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

בהצלחה!