

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
	—	סך הכול	—		—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

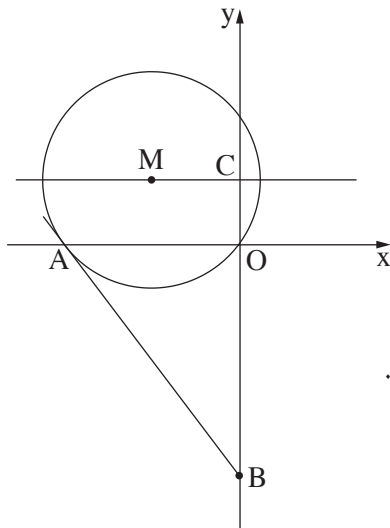
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. יעל ואלון השתתפו במרוץ שליחים במסלול שאורכו 15 קילומטרים סך הכול. בתחילת המרוץ עמדה יעל בנקודת ההתחלה של המסלול ואילו אלון עמד על המסלול, במרחק של 5 קילומטרים ממנה. יעל רצה במהירות קבועה של V קמ"ש עד שהיא הגיעה לאלון. מייד אחרי שהגיעה יעל לאלון, אלון התחיל לרוץ עד שהגיע לסוף המסלול ויעל חזרה לנקודת ההתחלה. אלון רץ במהירות קבועה הגדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות ההתחלתית של יעל. יעל חזרה לנקודת ההתחלה במהירות קבועה של $\frac{5}{6}V$ קמ"ש. אלון הגיע לסוף המסלול 15 דקות אחרי שיעל הגיעה בחזרה לנקודת ההתחלה.
- א. (1) הבע באמצעות V את זמן הריצה של יעל מנקודת ההתחלה ועד שהיא הגיעה לאלון.
(2) הבע באמצעות V את הזמן שנדרש ליעל כדי לחזור (הזמן שעבר מן הרגע שהיא פגשה את אלון ועד שחזרה לנקודת ההתחלה).
(3) מצא את V (מצא את שתי האפשרויות).
- ידוע שהמרוץ כולו (מן הרגע שיעל החלה לרוץ ועד שאלון הגיע לסוף המסלול) נמשך פחות משעתיים.
- ב. איזו משתי האפשרויות שמצאת בתת-סעיף א(3) היא V ? נמק.



2. בציר שלפניך מתואר מעגל שמרכזו, M , נמצא ברביע השני.

המעגל עובר בראשית הצירים, O , ורדיוסו הוא 5.

נתון: מרכז המעגל, M , נמצא על הישר $y = 3$.

א. מצא את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, A .

ב. מצא את שיעורי הנקודה A .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל. המשיק הזה חותך את ציר ה- y בנקודה B .

ג. מצא את שיעורי הנקודה B .

הישר $y = 3$ חותך את ציר ה- y בנקודה C .

מן הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הישר AB בנקודה D .

ד. חשב את שטח הטרפז $MCBD$.

3. בשדה פרחים גדול יש פרחים בשלושה צבעים.

$\frac{1}{3}$ מן הפרחים לבנים, $\frac{1}{4}$ מן הפרחים צהובים וכל שאר הפרחים סגולים.

יוסי וורד קטפו פרחים מן השדה.

יוסי קטף שני פרחים באקראי.

א. מהי ההסתברות ששני הפרחים שקטף יוסי היו באותו הצבע?

ב. ידוע שיוסי קטף שני פרחים באותו הצבע.

מהי ההסתברות ששני הפרחים צהובים?

ורד מכינה זרים מפרחים שהיא קוטפת באקראי מן השדה. בכל זר יש 5 פרחים בדיוק.

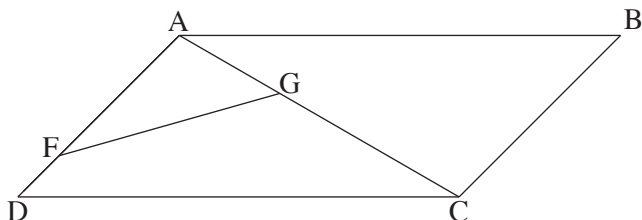
ג. (1) מהי ההסתברות שבזר אחד שורד מכינה יהיה לפחות פרח אחד סגול?

(2) ורד הכינה 3 זרים. מהי ההסתברות שבכל אחד מן הזרים שהכינה יש לפחות פרח אחד סגול?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. בציור שלפניך מתוארת המקבילית ABCD.

G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית

ו-F היא נקודה על הצלע AD.

נתון: $\angle FGA = \angle ABC$.

א. (1) הוכח: $\triangle FGA \sim \triangle ABC$.

(2) הוכח: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

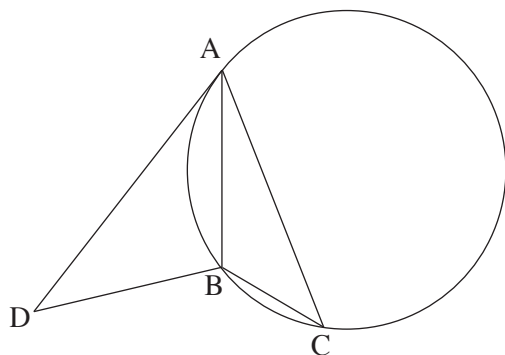
נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20, וכי שטח המשולש FGA הוא 5.

ב. חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.

נתון: $FG \parallel DB$,

אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.

ג. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle BHC$.



5. המשולש ABC חסום במעגל (ראה ציור).

נתון: $AB = 5$, $BC = 3$, $AC = 7$.

א. (1) מצא את גודל הזווית ACB.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

בנקודה A העבירו משיק למעגל.

הנקודה D נמצאת על המשיק כך ששטח המשולש DBA הוא 12.

ב. מצא את אורך הצלע AD.

ג. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DBA

ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

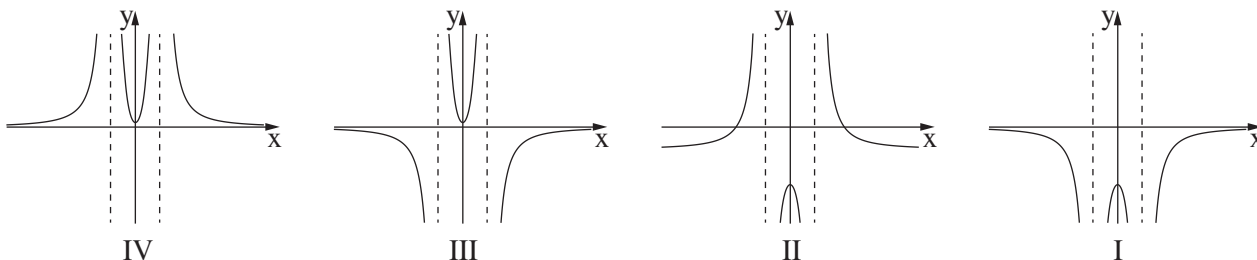
ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

$$6. \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1} + 2.$$

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?ב. (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.ג. (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.ד. (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).ה. (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.בסוף השאלה מסורטטים ארבעה גרפים (I-IV). אחד מהם הוא גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.ב. איזה מן הגרפים I-IV הוא גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.ג. $a > 3$ הוא פרמטר.השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = a$ ועל ידי ציר ה- x

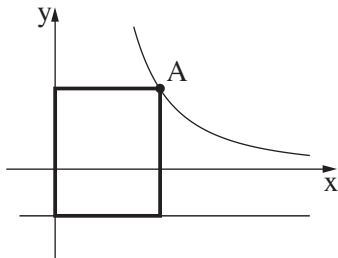
שווה ל-0.5.

מצא את a .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -2x \cdot \sqrt{-x^2 + 8}$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. עבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בדיוק בשתי נקודות?
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

8. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x > 0$.



- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.
 מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה- y ולישר $y = -1$ כך שנוצר מלבן עם ציר ה- y ועם הישר $y = -1$, כמתואר בציור.
- א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?
 - ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3? נמק.

בהצלחה!