מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: חורף תשע"ד

מספר השאלון: **035804, 314**

תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	$2 \times 16\frac{2}{3}$	—	$33\frac{1}{3}$ נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור	$2 \times 16\frac{2}{3}$	—	$33\frac{1}{3}$ נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	$2 \times 16\frac{2}{3}$	—	$33\frac{1}{3}$ נק'
סה"כ		—	100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثّانويّة
ب. بجروت للممتحَنين الخارجيّين

موعد الامتحان: شتاء 2014

رقم النّموذج: **035804، 314**

ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

4 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.

الفصل الأوّل: الجبر، الهندسة التّحليليّة، الاحتمال	$16\frac{2}{3} \times 2$	—	$33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى	$16\frac{2}{3} \times 2$	—	$33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتّكامل	$16\frac{2}{3} \times 2$	—	$33\frac{1}{3}$ درجة
المجموع		—	100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:

1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

نتمنّى لك النّجاح!

السؤال 1

معطاة الدائرة I التي نصف قطرها r ، ومعطاة الدائرة II التي نصف قطرها R .
نصف القطر R أكبر من نصف القطر r بـِ 30% .

أ. جد بالنسبة المئويّة كم تزيد مساحة الدائرة II عن مساحة الدائرة I .

ب. معلوم أنّ مساحة الدائرة II أكبر بـِ54.165 سم^2 من مساحة الدائرة I .
احسب نصف القطر r .
استعمل في حساباتك $\pi = 3.14$.

إجابة السؤال 1

أ. حسب المعطى: $R = 1.3r$

مساحة الدائرة I : $S_I = \pi r^2$

مساحة الدائرة II : $S_{II} = \pi R^2$

من هنا: $S_{II} = \pi (1.3r)^2 = 1.69\pi r^2$

$S_{II} - S_I = 0.69 \cdot \pi r^2 = 0.69 \cdot S_I$

$\frac{0.69S_I}{S_I} \cdot 100\% = 69\%$

$\Downarrow$

S_{II} أكبر بـِ 69% من S_I

ب. حسب المعطى: $S_{II} - S_I = 54.165$

وجدنا في البند "أ" أنّ: $S_{II} - S_I = 0.69\pi r^2$

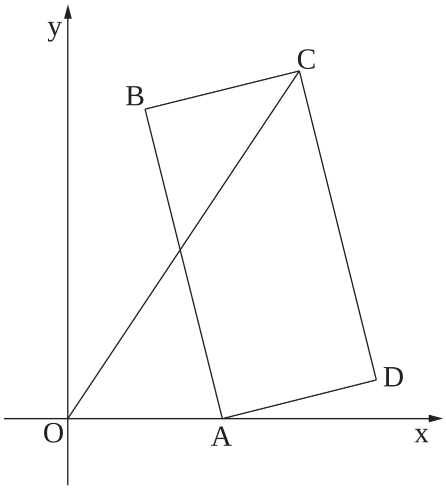
من هنا: $0.69\pi r^2 = 54.165 \quad , \quad r > 0$

$\Downarrow$

$r =$ 5 سم

/يتبع في صفحة 3/

السؤال 2



في المستطيل ABCD الرأس A يقع على المحور x (انظر الرسم).

الإحداثيّ y للرأس B هو 8 .

معادلة الضلع BC هي $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$.

معادلة المستقيم OC (O — نقطة أصل المحاور)

هي $y = 1.5x$.

أ. جد إحداثيّات الرأس B والرأس C .

ب. (1) جد إحداثيّات الرأس A .

(2) جد إحداثيّات نقطة التقاء قطرَي المستطيل.

جـ. جد مساحة المثلّث OAD .

إجابة السؤال 2

أ. نعوّض $y = 8$

في معادلة الضلع BC ، وينتج: $8 = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$

$\Downarrow$

الإحداثيّ x لِـ B : $x_B = 2$

لذلك إحداثيّات الرأس B هي: $B(2, 8)$

C هي نقطة التقاء BC وَ OC ،

لذلك في النقطة C يتحقّق: $\frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2} = 1.5x$

$\Downarrow$

الإحداثيّ x لِـ C : $x_C = 6$

الإحداثيّ y لِـ C : $y_C = 1.5 \cdot 6 = 9$

لذلك إحداثيّات الرأس C هي: $C(6, 9)$

/يتبع في صفحة 4/

تكملة إجابة السؤال 2.

ب. (1) الرأس A على المحور x ،

لذلك الإحداثيّ y لِـ A : $y_A = 0$

$AB \perp BC$ ، لذلك ميل AB هو: $-\frac{1}{\frac{1}{4}} = -4$

$$\Downarrow$$

$$-4 = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$\Downarrow$$

$$-4 = \frac{0-8}{x_A - 2}$$

$$\Downarrow$$

$$x_A = 4$$

لذلك إحداثيّات الرأس A هي: $A(4\,,0)$

(2) نقطة التقاء القطرين هي منتصف القطر،

لذلك إحداثيّات نقطة الالتقاء تحقّق: $x = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{6+4}{2} = 5$

$$y = \frac{y_C + y_A}{2} = \frac{9+0}{2} = 4.5$$

إحداثيّات نقطة الالتقاء هي: $(5\,,4.5)$

جـ. إحداثيّات A وَ D ليست سالبة، لذلك في المثلّث OAD

ارتفاع المثلّث على الضلع OA هو الإحداثيّ y لِـ D ،

وطول الضلع OA هو الإحداثيّ x لِـ A ،

لذلك مساحة المثلّث OAD هي: $S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} \cdot y_D \cdot x_A$

وجدنا أنّ التقاء القطرين هو $(5\,,4.5)$ ،

لذلك الإحداثيّ y لِـ D يحقّق: $\frac{y_B + y_D}{2} = 4.5$

$$\Downarrow$$

$$\frac{8 + y_D}{2} = 4.5$$

$$\Downarrow$$

$$y_D = 1$$

$$S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$$

/يتبع في صفحة 5/

السؤال 3

يتنافس كلّ من عرين وأكرم وسامي على منصب رئيس مجلس الطلّاب في المدرسة.
أمامك نتائج استطلاع للرأي أُجري قبل الانتخابات بين طلّاب المدرسة.

المتنافس	عرين	أكرم	سامي
عدد الأولاد المؤيِّدين	100	200	100
عدد البنات المؤيِّدات	200	150	50

(كلّ طالب يؤيّد أحد المتنافسين بالضبط.)

أ. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيّدًا لأكرم؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع.
معلوم أنّه يؤيّد عرين.
ما هو الاحتمال بأن يكون هذا المؤيّد بنتًا؟

جـ. (1) نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع.
معلوم أنّه لا يؤيّد عرين.
ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيّدًا لسامي؟

(2) نختار بشكل عشوائيّ 5 طلّاب (أولاد / بنات) من الذين لا يؤيّدون عرين.
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ واحد منهم مؤيّدًا لسامي؟
(المحاولات هي مستقلّة (ليست متعلّقة).)

إجابة السؤال 3

أ. حيّز العيّنة مكوّن من جميع المشاركين في الاستطلاع، الذي هو حسب الجدول: 800 طالب

عدد الطلّاب المؤيّدين لأكرم هو حسب الجدول: $200 + 150 = 350$

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P(\text{مؤيِّد لأكرم}) = \frac{350}{800} = \frac{7}{16}$

ب. حيّز العيّنة مكوّن من جميع الطلّاب المؤيّدين لعرين، الذي هو حسب الجدول: $100 + 200 = 300$

عدد البنات المؤيّدات لعرين هو: 200

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P\left(\text{بنت} \big/ \text{مؤيّد لعرين}\right) = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$

جـ. (1) حيّز العيّنة مكوّن من جميع الطلّاب الذين لا يؤيّدون عرين، الذي هو: $800 - 300 = 500$

عدد المشاركين في الاستطلاع المؤيّدين لسامي هو: $100 + 50 = 150$

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P\left(\text{مؤيّد لسامي} \big/ \text{غير مؤيّد لعرين}\right) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$

(2) الاحتمال بأن يكون على الأقلّ واحد مؤيّدًا لسامي هو:

$$P\left(\text{واحد على الأقلّ مؤيّد لسامي}\right) = 1 - P_5(0)$$
$$\Downarrow$$
$$P\left(\text{واحد على الأقلّ مؤيّد لسامي}\right) = 1 - \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 0.8319$$

/يتبع في صفحة 6/

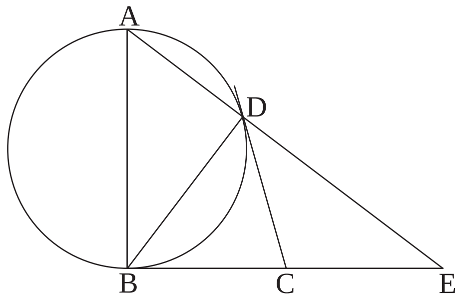
السؤال 4

CB وَ CD هما مماسّان لدائرة معيّنة.

AB هو قطر في هذه الدائرة.

امتداد AD وامتداد BC يلتقيان في النقطة E

(انظر الرسم).



أ. برهن أنّ $\sphericalangle DCB = 2 \cdot \sphericalangle E$.

ب. برهن أنّ $BD^2 = AD \cdot DE$.

جـ. برهن أنّ DC هو مستقيم متوسّط في المثلّث BDE .

إجابة السؤال 4

أ. $\sphericalangle ABE = 90^o$ مماسّ معامد لنصف القطر في نقطة التماسّ

$\Downarrow$

$\sphericalangle A = 90^o - \sphericalangle E$ مجموع زوايا المثلّث هو 180^o

$\sphericalangle A = \sphericalangle BDC = \sphericalangle DBC$ زاوية بين مماسّ ووتر

$\Downarrow$

$\sphericalangle BDC = \sphericalangle DBC = 90^o - \sphericalangle E$

من هنا: $\sphericalangle DCB = 180^o - 2 \cdot (90^o - \sphericalangle E)$

$\Downarrow$

$\sphericalangle DCB = 2 \cdot \sphericalangle E$

ب. $\sphericalangle ADB = 90^o$ زاوية محيطيّة تستند إلى قطر الدائرة

$\Downarrow$

BD ارتفاع على وتر في المثلّث ABE

$\Downarrow$

$BD^2 = AD \cdot DE$ الارتفاع على الوتر في المثلّث القائم الزاوية هو معدّل هندسيّ لمسقطَي الضلعين القائمين على الوتر

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. في البند "أ" برهنّا أنّ: $\sphericalangle DCB = 2\sphericalangle E$

$\sphericalangle DCB = \sphericalangle CDE + \sphericalangle E$ الزاوية الخارجيّة للمثلّث تساوي مجموع الزاويتين في المثلّث غير المجاورتين لها

من هنا: $\sphericalangle CDE = \sphericalangle E$

$\Downarrow$

$DC = CE$ مقابل الزوايا المتساوية في المثلّث توجد أضلاع متساوية

$DC = BC$ المماسّان للدائرة اللذان يخرجان من نقطة واحدة متساويان

من هنا: $BC = CE$

$\Downarrow$

DC هو مستقيم متوسّط في المثلّث BDE

/يتبع في صفحة 8/

السؤال 5

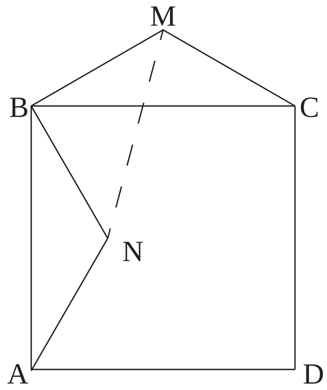
معطى المثلّث المتساوي الساقين MBC ($MC = MB$) .

على القاعدة BC بنوا المربّع ABCD .

N هي نقطة داخل المربّع

بحيث $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ بالتلاؤم

(انظر الرسم) .



أ . برهن أنّ $\sphericalangle MBN = 90^o$.

ب . برهن أنّ $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$.

جـ . معطى أيضًا أنّ : $MN =$ 16 سم ، $\sphericalangle BMC = 120^o$.

احسب طول ضلع المربّع ABCD .

إجابة السؤال 5

أ . حسب المعطى : $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ بالتلاؤم

$\Downarrow$

$\sphericalangle MBC = \sphericalangle ABN$

$\sphericalangle ABC = 90^o$ زاوية في مربّع

$\Downarrow$

$\sphericalangle CBN = 90^o - \sphericalangle ABN = 90^o - \sphericalangle MBC$

$\sphericalangle MBN = \sphericalangle MBC + \sphericalangle CBN$

$\Downarrow$

$\sphericalangle MBN = \sphericalangle MBC + 90^o - \sphericalangle MBC = 90^o$

ب . $BM = BN$ لأنّ $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ بالتلاؤم

$\Downarrow$

$\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$ مقابل الأضلاع المتساوية في المثلّث توجد زوايا متساوية

/يتبع في صفحة 9/

تكملة إجابة السؤال 5.

جـ. وجدنا أنّ $\triangle MBN$ هو قائم الزاوية ومتساوي الساقين،

لذلك حسب نظريّة فيثاغورس يتحقّق:

$$MN^2 = 2 \cdot BM^2$$
$$\Downarrow$$
$$16^2 = 2 \cdot BM^2$$
$$\Downarrow$$
$$BM = 8\sqrt{2}$$

في المثلّث المتساوي الساقين MBC يتحقّق:

$$\sin\left(\frac{\measuredangle BMC}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}BC}{BM}$$
$$\Downarrow$$
$$\sin\frac{120^o}{2} = \frac{\frac{1}{2}BC}{8\sqrt{2}}$$
$$\Downarrow$$
$$BC = 8\sqrt{6} \text{ سم}$$

/ يتبع في صفحة 10 /

السؤال 6

معطى المثلّث ABC .

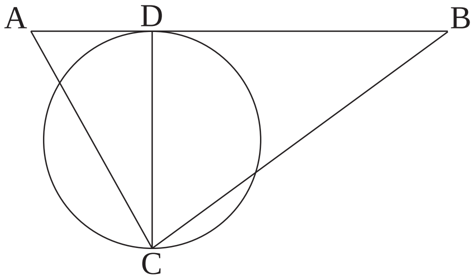
دائرة قطرها CD تمسّ الضلع AB

في النقطة D (انظر الرسم) .

معطى أنّ : $\sphericalangle BAC = \alpha$

$\sphericalangle ABC = \beta$

نصف قطر الدائرة هو R .



أ. عبّر بدلالة R وَ α وَ β عن طول الضلع AB .

ب. جد $\sphericalangle ACB$ ، إذا كان $\beta = \alpha$ ومساحة المثلّث ABC هي $4R^2$.

إجابة السؤال 6

أ. $CD \perp AB$ مماسّ معامد لنصف القطر في نقطة التماسّ

$\Downarrow$

في المثلّث القائم الزاوية ADC يتحقّق: $\frac{2R}{AD} = tg\alpha$

$\Downarrow$

$AD = \frac{2R}{tg\alpha}$

في المثلّث القائم الزاوية BDC يتحقّق: $\frac{2R}{BD} = tg\beta$

$\Downarrow$

$BD = \frac{2R}{tg\beta}$

$AB = AD + BD$

$\Downarrow$

$AB = \frac{2R}{tg\alpha} + \frac{2R}{tg\beta} = 2R\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right)$

/ يتبع في صفحة 11 /

تكملة إجابة السؤال 6.

ب. مساحة المثلّث ABC هي:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AB$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot 2R\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\alpha}\right) = 2R^2\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\beta}\right)$$

حسب المعطى: $S_{\triangle ABC} = 4R^2 \quad , \quad \alpha = \beta$

لذلك: $4R^2 = 2R^2\left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{1}{tg\alpha}\right)$

$$\Downarrow$$

$$tg\alpha = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 45^o$$

إذا كان $\alpha = \beta$ عندها: $\sphericalangle ACB = 180^o - 2\alpha$

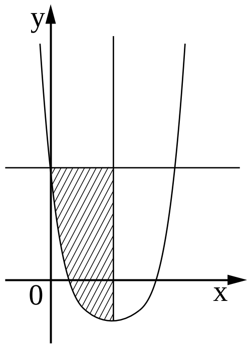
$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle ACB = 90^o$$

/ يتبع في صفحة 12 /

السؤال 7

معطاة الدالّة $f(x) = (2x-2)^4 - 3$.



عبر نقطة النهاية الصغرى للدالّة

مرّروا مستقيمًا يعامد المحور x ،

وعبر نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور y

مرّروا مستقيمًا يوازي المحور x (انظر الرسم) .

أ . ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب . جد معادلة العمود ومعادلة الموازي .

جـ. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة والعمود والموازي، المساحة المخطّطة في الرسم .

إجابة السؤال 7

أ . الدالّة $f(x)$ معرَّفة لكلّ x .

ب . مشتقّة الدالّة $f(x)$: $f'(x) = 4(2x-2)^3 \cdot 2 = 8(2x-2)^3$

اعتمادًا على الرسم البيانيّ للدالّة

الإحداثيّ x لنقطة النهاية الصغرى: $f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; 2x - 2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 1$

$\Downarrow$

معادلة العمود: $x = 1$

$f(0) = (-2)^4 - 3 = 13$

$\Downarrow$

معادلة الموازي: $y = 13$

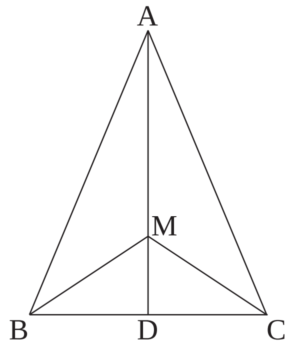
جـ. $$S = \int_0^1 [13 - f(x)]\,dx = \int_0^1 \left[13 - (2x-2)^4 + 3\right]dx = \left[16x - \frac{1}{2}(2x-2)^5 \cdot \frac{1}{5}\right]_0^1$$

$\Downarrow$

$S = 12.8$

/ يتبع في صفحة 13 /

السؤال 8



معطى المثلّث المتساوي الساقين ABC (AB = AC)

الذي فيه طول الارتفاع AD على القاعدة BC هو 12 سم،

وطول القاعدة BC هو 10 سم.

M هي نقطة ما على الارتفاع AD .

نرمز: MD = x .

أ. جد بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x

يكون مجموع القِطَع AM + MB + MC أصغر ما يمكن.

بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

ب. احسب مقدار الزاوية BMC بالنسبة لقيمة x التي وجدتَها في البند "أ" .

إجابة السؤال 8

أ. من المعطيات ينتج: $BD = \frac{1}{2}BC = 5$

في المثلّث القائم الزاوية BDM يتحقّق: $MB^2 = MD^2 + BD^2 = x^2 + 5^2$

$\Downarrow$

$MB = \sqrt{x^2 + 5^2}$

MD هو ارتفاع ومستقيم متوسّط في المثلّث BMC ، لذلك: $MC = MB$

$AM = AD - MD$

$\Downarrow$

$AM = 12 - x$

نرمز: $S(x) = AM + MB + MC$ ،

وينتج أنّ مجموع القِطَع هو: $S(x) = 12 - x + 2\sqrt{x^2 + 5^2}$

$\Downarrow$

$$S'(x) = -1 + \frac{2(2x)}{2\sqrt{x^2 + 5^2}} = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 25}}{\sqrt{x^2 + 25}}$$

$S'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - \sqrt{x^2 + 25} = 0$

$\Downarrow$

$(2x)^2 = x^2 + 25 \quad , \quad x > 0$

$\Downarrow$

مجموع القِطَع هو أصغر ما يمكن بالنسبة لِـ: $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$

فحص نهاية صغرى:

x	2	$\frac{5}{\sqrt{3}}$	3
f'(x)	−0.257	0	0.029
f(x)	↘		↗

/ يتبع في صفحة 14 /

تكملة إجابة السؤال 8.

ب. في المثلّث القائم الزاوية BDM يتحقّق: $\mathrm{tg}(\frac{1}{2}\sphericalangle BMC) = \frac{BD}{MD}$

وجدنا في البند "أ" أنّ: $BD = 5 \quad , \quad MD = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{tg}(\frac{1}{2}\sphericalangle BMC) = \frac{5}{\frac{5}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BMC = 120^{o}$$

/ يتبع في صفحة 15 /

السؤال 9

معطاة دالّة المشتقّة $f'(x) = x - \frac{16}{x^3}$ ، $x \neq 0$.

أ. (1) جد الإحداثيّات x للنقاط القصوى للدالّة f(x) ، وحدّد نوع هذه النقاط .

(2) الإحداثيّ y لكلّ واحدة من النقاط القصوى للدالّة f(x) هو 4 .
جد الدالّة f(x) .

ب. (1) جد خطّ التقارب العموديّ للدالّة f(x) ،
وارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

(2) معلوم أنّه لا توجد نقاط قصوى لدالّة المشتقّة f'(x) .
ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة f'(x) .

إجابة السؤال 9

أ. (1) $f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x^4 = 16 \;\Rightarrow\; x = \pm 2$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f'(x)	−2.4	0	15		−15	0	2.4
f(x)	↘		↗		↘		↗

حسب الجدول ينتج: لِـ f(x) نهاية صغرى في $x = \pm 2$

(2) في الحالة المعطاة يتحقّق لكلّ $x \neq 0$: $f(x) = \int f'(x)\,dx = \frac{x^2}{2} + \frac{16}{2x^2} + C$

إحداثيّات النقاط القصوى لِـ f(x) : $(\pm 2 , 4)$

نعوّض (2 , 4) في f(x) وينتج: $4 = \frac{2^2}{2} + \frac{8}{2^2} + C$

$\Downarrow$

$C = 0$

$\Downarrow$

$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$

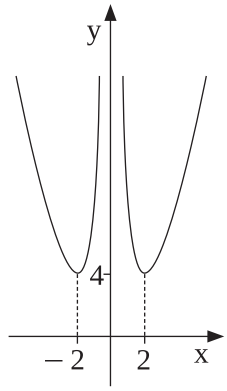
/يتبع في صفحة 16/

تكملة إجابة السؤال 9.

ب. (1) خطّ التقارب العموديّ لِـ $f(x)$: $x = 0$

وجدنا أنّ لِـ $f(x)$ توجد نهاية صغرى في نقطتين: $(2, 4)$, $(-2, 4)$

لذلك الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ هو:



(2) $f'(x) = 0$ في النقاط القصوى لِـ $f(x)$ التي فيها: $x = \pm 2$

$f'(x) < 0$ في المجالات التي فيها $f(x)$ تنازليّة: $0 < x < 2$ $x < -2$

$f'(x) > 0$ في المجالات التي فيها $f(x)$ تصاعديّة: $2 < x$ $-2 < x < 0$

خطّ التقارب العموديّ لِـ $f'(x)$: $x = 0$

لذلك الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$ هو: