מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב'**
מספר השאלון: **035804, 314**
תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה, גאומטריה אנליטית,
הסתברות $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי
ואינטגרלי $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثّانويّة
ب. بجروت للممتحَنين الخارجيّين
موعد الامتحان: 2013، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: **035804، 314**
ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

4 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر، الهندسة التّحليليّة،
الاحتمال $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل
والتّكامل $16\frac{2}{3}\times 2 - 33\frac{1}{3}$ درجة
المجموع — 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين.
استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ب ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

السؤال 1

يرغب رائد في اقتناء اشتراك لمعهد لياقة بدنيّة. السعر الكامل للاشتراك هو 200 شيقل.
إذا أحضر رائد صديقَيْن لاقتناء اشتراك بسعر كامل، فإنّه يحصل على تخفيض من الاشتراك الخاصّ به بنسبة $x\%$ عن الصديق الأوّل، ويحصل على تخفيض من الاشتراك الخاصّ به
بنسبة $x\%$ من السعر بعد التخفيض الأوّل عن الصديق الثاني.
أحضر رائد صديقَيْن، ودفع مقابل الاشتراك الخاصّ به 144.5 شيقل فقط.

أ. جد النسبة المئويّة للتخفيض الذي حصل عليه رائد من الاشتراك الخاصّ به عن الصديق الأوّل.

ب. جد النسبة المئويّة للتخفيض الكلّيّ الذي حصل عليه رائد من الاشتراك الخاصّ به بعد أن أحضر الصديقَيْن.

إجابة السؤال 1

أ. بعد التخفيض بنسبة $x\%$ سعر الاشتراك يقلّ بِـ: $1-\frac{x}{100}$ أضعاف

$$\Downarrow$$

بعد تخفيض إضافيّ بنسبة $x\%$ سعر الاشتراك يقلّ بِـ: $\left(1-\frac{x}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)$ أضعاف

بعد التخفيضين سعر الاشتراك يحقّق: $200\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)^2=144.5$

$$\Downarrow$$

$$x^2-200x+2775=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=185\% \quad , \quad x=15\%$$

بما أنّ النسبة المئويّة للتخفيض لا يمكن أن تكون 185% ،
لذلك النسبة المئويّة للتخفيض مقابل الصديق الأوّل هي: 15%

ب. <u>الطريقة I</u>

سعر الاشتراك يقلّ بِـ: $(1-\frac{15}{100})\cdot(1-\frac{15}{100})=0.2775$ أضعاف

$$\Downarrow$$

لذلك النسبة المئويّة للتخفيض الكلّيّ هي: 27.75%

<u>الطريقة II</u>

200 شيقل هي: 100%

144.5 شيقل هي: $\frac{100\%\cdot 144.5}{200}=72.25\%$

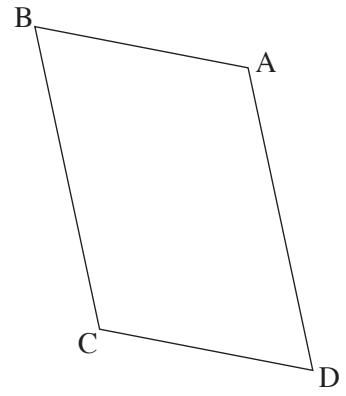
$$\Downarrow$$

النسبة المئويّة للتخفيض الكلّيّ: $100\%-72.25\%=27.75\%$

/ يتبع في صفحة 3 /

السؤال 2

معطى متوازي الأضلاع ABCD (انظر الرسم).
الضلع AB موضوع على المستقيم $y = -\frac{1}{3}x + 6$.
الضلع AD موضوع على المستقيم $y = -5x + 20$.
قطرا متوازي الأضلاع يلتقيان في النقطة $(3 , 2)$.



أ. جد إحداثيّات الرأس C .
ب. جد إحداثيّات الرأس B ، وإحداثيّات الرأس D .
جـ. هل الضلع BC يمسّ في النقطة C الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها AC؟ علّل.

إجابة السؤال 2

أ. الرأس A هو نقطة التقاء المستقيمين AB وَ AD ،
لذلك الإحداثيّ x لِـ A يحقّق: $-\frac{1}{3}x + 6 = -5x + 20$

$$\Downarrow$$

$$x = 3$$

من تعويض $x = 3$ في معادلة AB أو في معادلة AD ينتج: $y = 5$

إحداثيّات الرأس A هي: $A(3 , 5)$

القطران في متوازي الأضلاع ينصّف أحدهما الآخر،
لذلك إحداثيّات منتصف القطر AC هي: $(2 , 3)$

إحداثيّات الرأس C تحقّق: $\frac{x+3}{2} = 2$, $\frac{y+5}{2} = 3$

$$\Downarrow$$

إحدثيّات الرأس C هي: $C(1 , 1)$

/ يتبع في صفحة 4 /

تكملة إجابة السؤال 2.

ب. $AD \parallel BC$ ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع

$\Downarrow$

ميل BC هو: -5

معادلة المستقيم BC

حسب الميل والنقطة $C(1\ ,\ 1)$ هي: $y-1=-5(x-1)$

$\Downarrow$

$BC:\ y=-5x+6$

الرأس B هو نقطة التقاء المستقيمين BC وَ AB ،

لذلك الإحداثيّ x لِـ B يحقّق: $-5x+6=-\frac{1}{3}x+6$

$\Downarrow$

$x=0$

من تعويض $x=0$ في معادلة BC أو في معادلة AB ينتج: $y=6$

إحداثيّات الرأس B هي: $B(0\ ,\ 6)$

بما أنّ إحداثيّات منتصف القطر BD هي $(2\ ,\ 3)$ ،

فإنّ إحداثيّات الرأس D تحقّق: $\frac{x+0}{2}=2\ \ ,\ \ \frac{y+6}{2}=3$

$\Downarrow$

إحداثيّات الرأس D : $D(4\ ,\ 0)$

جـ. كي يمسّ الضلع BC الدائرة التي نصف قطرها AC

يجب أن يتحقّق: $BC \perp AC$

ميل AC حسب النقطتين $A(3\ ,\ 5)$ وَ $C(1\ ,\ 1)$: $\frac{5-1}{3-1}=2$

ميل BC حسب البند "ب" : -5

حاصل ضرب الميلين هو: $-5 \cdot 2 \neq -1$

$\Downarrow$

الضلع BC لا يمسّ الدائرة

/ يتبع في صفحة 5 /

السؤال 3

معلوم أنّ احتمال النجاح في امتحان السياقة العمليّ (التست) أكبر بـ 0.2 من احتمال عدم النجاح فيه.

أ. ما هو احتمال النجاح في امتحان السياقة العمليّ؟

ب. رائد وشادي ولؤي ويوسف هم 4 أشخاص اختيروا عشوائيًّا من بين الممتحَنين في امتحان السياقة العمليّ.

(1) ما هو الاحتمال بأن ينجح اثنان منهم بالضبط في امتحان السياقة العمليّ؟

(2) معلوم أنّ اثنين منهم فقط نجحا في امتحان السياقة العمليّ.
ما هو الاحتمال بأن يكون هؤلاء الاثنان هما رائد وشادي؟

(3) هل الاحتمال بأن ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة في امتحان السياقة العمليّ أكبر من الاحتمال بأن لا ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة في امتحان السياقة العمليّ؟ علّل.

إجابة السؤال 3

أ. نرمز: $P(A)$ – احتمال النجاح في امتحان السياقة

حسب المعطى: $P(A) = P(\overline{A}) + 0.2$

$$\Downarrow$$

$$P(A) = 1 - P(A) + 0.2$$

$$\Downarrow$$

$$P(A) = 0.6$$

ب. (1) من تعويض $P(A) = 0.6$ في معادلة برنولي ينتج: $P_4(2) = \binom{4}{2} \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$

$$\Downarrow$$

$$P_4(2) = 0.3456$$

(2) الاحتمال بأنّ رائد وشادي بالضبط نجحا

من بين الأربعة هو: $0.6 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.4$

لذلك إذا كان معلومًا أنّ اثنين فقط نجحا عندها الاحتمال

بأن يكون هؤلاء الاثنان هما رائد وشادي هو: $P\left(\begin{matrix}\text{رائد وشادي}\\ \text{نجحا}\end{matrix} \middle/ \text{2 نجحا}\right) = \frac{0.6 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.4}{0.3456} = \frac{1}{6}$

(3) الاحتمال بأن ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة يشمل جميع

الإمكانيّات باستثناء الإمكانيّة بأن لا ينجح جميعهم، لذلك: $P\left(\begin{matrix}\text{واحد على}\\ \text{الأقلّ ينجح}\end{matrix}\right) = 1 - 0.4^4$

الاحتمال بأن لا ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة يشمل

جميع الإمكانيّات باستثناء الإمكانيّة بأن ينجح جميعهم، لذلك: $P\left(\begin{matrix}\text{واحد على}\\ \text{الأقلّ لا ينجح}\end{matrix}\right) = 1 - 0.6^4$

$$1 - 0.4^4 > 1 - 0.6^4$$

من هنا: $P\left(\begin{matrix}\text{واحد على}\\ \text{الأقلّ ينجح}\end{matrix}\right) > P\left(\begin{matrix}\text{واحد على}\\ \text{الأقلّ لا ينجح}\end{matrix}\right)$

/ يتبع في صفحة 6 /

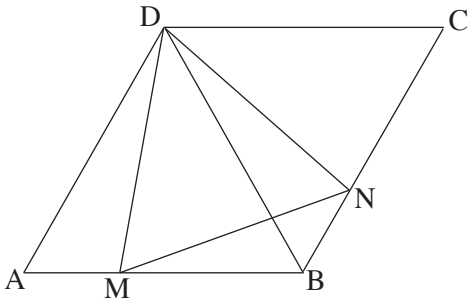
السؤال 4

في المعيَّن ABCD، مقدار الزاوية الحادّة هو 60^o .

النقطة M تقع على الضلع AB،

والنقطة N تقع على الضلع BC

بحيث $AM = BN$ (انظر الرسم).



أ. برهن أنّ $\triangle MDB \cong \triangle NDC$.

ب. برهن أنّ $\triangle ADM \cong \triangle BDN$.

جـ. مساحة الشكل الرباعيّ DMBN هي S .

عبّر بدلالة S عن مساحة المعيَّن ABCD .

إجابة السؤال 4

أ. حسب المعطى: $AD = AB\ ,\ \sphericalangle DAB = 60^o$

$\Downarrow$

$\triangle ADB$ هو متساوي الأضلاع — مقدار كلّ واحدة من زواياه 60^o

$\Downarrow$

$AD = DB$

$\Downarrow$

$DB = DC$ — كلّ الأضلاع متساوية في المعيَّن

$\sphericalangle DCN = \sphericalangle DBM = 60^o$ — $\triangle ADB$ هو متساوي الأضلاع

$MB = CN$ — لأنّ $AM = BN$ وجميع أضلاع المعيَّن متساوية

لذلك: $\triangle MDB \cong \triangle NDC$ — حسب ض.ز.ض

ب. وجدنا أنّ: $AD = DB$

حسب المعطى: $AM = BN$

$\sphericalangle DBN = 60^o$ — $\triangle CDB$ متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

$\sphericalangle DAM = \sphericalangle DBN$

لذلك: $\triangle ADM \cong \triangle BDN$ — حسب ض.ز.ض

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. المثلّثات متطابقة $S_{\triangle MDB} = S_{\triangle NDC}$, $S_{\triangle ADM} = S_{\triangle BDN}$ I.

الشكل الرباعيّ DMBN مكوّن من المثلّثين MDB وَ BDN ، لذلك:

$S = S_{\triangle MDB} + S_{\triangle BDN}$ II.

حسب I وَ II ينتج:

$$S = S_{\triangle NDC} + S_{\triangle ADM}$$

$$S_{\text{معيَّن}} = S_{\triangle MDB} + S_{\triangle BDN} + S_{\triangle NDC} + S_{\triangle ADM}$$

$$\Downarrow$$

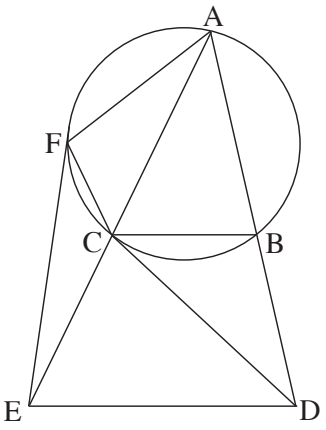
$$S_{\text{معيَّن}} = 2 \cdot S$$

/ يتبع في صفحة 8 /

السؤال 5

معطى المثلّث ADE .

مرّروا عبر الرأس A دائرة تقطع
الضلعين AD وَ AE في النقطتين
B وَ C بالتلاؤم (انظر الرسم) .



معطى أنّ: $BC \parallel DE$ ، DC يمسّ الدائرة.

أ. (1) برهن أنّ $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$.

(2) برهن أنّ $AE \cdot CE = DE^2$.

ب. مرّروا عبر الرأس E مستقيمًا يمسّ
الدائرة في النقطة F (انظر الرسم) .
برهن أنّ $\triangle ECF \sim \triangle EFA$.

جـ. استعن بالبندين السابقين وبرهن أنّ $EF = DE$.

إجابة السؤال 5

أ. (1) $\sphericalangle EAD = \sphericalangle BCD$ — الزاوية بين المماسّ والوتر تساوي الزاوية المحيطيّة التي تستند على هذا الوتر (من جهته الثانية)

$\sphericalangle BCD = \sphericalangle CDE$ — زاويتان متبادلتان بين متوازيين

من هنا: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$

(2) حسب البند "أ": $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$

$\sphericalangle AED$ مشتركة

من هنا: $\triangle EAD \sim \triangle EDC$ — حسب ز.ز.

$\Downarrow$

نسب الأضلاع في المثلّثين المتشابهين
تحقّق: $\frac{AE}{DE} = \frac{DE}{CE}$

$\Downarrow$

$AE \cdot CE = DE^2$

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة إجابة السؤال 5.

ب. $\sphericalangle FAC = \sphericalangle EFC$ الزاوية بين المماسّ والوتر تساوي الزاوية المحيطيّة التي تستند على هذا الوتر

$\sphericalangle FEA$ مشتركة

من هنا: $\triangle ECF \sim \triangle EFA$ حسب ز.ز.

جـ. من التشابه الذي في البند "ب"

ينتج أنّ نسب الأضلاع تحقّق: $\frac{EF}{CE} = \frac{AE}{EF}$

$$\Downarrow$$

$$AE \cdot CE = EF^2$$

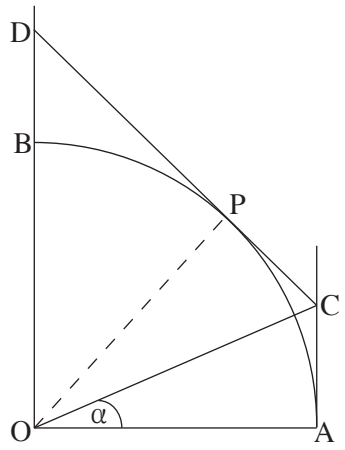
في البند "أ" برهنّا أنّ: $AE \cdot CE = DE^2$

لذلك: $EF = DE$

/ يتبع في صفحة 10 /

السؤال 6

معطى ربع دائرة OAB نصف قطره R .
مرّروا مستقيمًا يمسّ ربع الدائرة في النقطة P ،
ومرّروا مستقيمًا يمسّ ربع الدائرة في النقطة A .
يلتقي المماسّان في النقطة C .
المماسّ في النقطة P يقطع امتداد OB في النقطة D
(انظر الرسم) .



معطى أنّ: $\sphericalangle COA = \alpha$.

أ. برهن أنّ $AC \parallel OD$.

ب. عبّر بدلالة R وَ α عن مساحة الشكل الرباعيّ ACDO .

جـ. معطى أنّ مساحة المثلّث OPD هي $\frac{R^2}{2}$.
احسب α .

إجابة السؤال 6

أ.

$\sphericalangle DOA = \frac{360^o}{4} = 90^o$	OAB هو ربع دائرة حسب المعطى
$\sphericalangle CAO = 90^o$	المماسّ للدائرة يعامد نصف القطر
$\sphericalangle DOA + \sphericalangle CAO = 180^o$	من هنا:
$\Downarrow$	
$AC \parallel OD$	إذا كان مجموع زاويتين داخليّتين من جهة واحدة للقاطع هو 180^o فإنّ المستقيمين متوازيان

/ يتبع في صفحة 11 /

تكملة إجابة السؤال 6.

ب.

$\sphericalangle OCA = 90^o - \alpha$ مجموع زوايا المثلّث 180^o

$\Downarrow$

$\sphericalangle OCP = 90^o - \alpha$ القطعة التي تَصِل مركز الدائرة بالنقطة التي يخرج منها مماسّان للدائرة، تنصّف الزاوية التي بين المماسّين

$\sphericalangle OPC = 90^o$ المماسّ للدائرة يعامد نصف القطر

من هنا: $\sphericalangle POC = 180^o - 90^o - (90^o - \alpha) = \alpha$

$\Downarrow$

$\sphericalangle DOP = 90^o - 2\alpha$

لذلك في المثلّث القائم الزاوية OPD يتحقّق: $\cos(90^o - 2\alpha) = \frac{OP}{OD}$

$\Downarrow$

$\sin 2\alpha = \frac{R}{OD} \Rightarrow OD = \frac{R}{\sin 2\alpha}$

في المثلّث القائم الزاوية OAC يتحقّق: $\text{tg}\,\alpha = \frac{AC}{OA}$

$\Downarrow$

$AC = R\text{tg}\alpha$

الشكل الرباعيّ ACDO هو شبه منحرف مساحته هي: $S_{\text{شبه منحرف}} = \frac{OA}{2}(OD + AC)$

$\Downarrow$

$S_{\text{شبه منحرف}} = \frac{R}{2}(\frac{R}{\sin 2\alpha} + R\text{tg}\alpha) = \frac{R^2}{2}(\frac{1}{\sin 2\alpha} + \text{tg}\alpha)$

جـ. مساحة المثلّث OPD: $S_{\triangle OPD} = \frac{1}{2} \cdot OD \cdot OP \sin \sphericalangle DOP$

$\Downarrow$

$S_{\triangle OPD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sin 2\alpha} \cdot R \cdot \sin(90^o - 2\alpha)$

$\Downarrow$

$S_{\triangle OPD} = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

$\Downarrow$

بما أنّه معطى أنّ $S_{\triangle OPD} = \frac{R^2}{2}$ ، ينتج: $\frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot \frac{1}{\text{tg}2\alpha}$

$\Downarrow$

$\text{tg}2\alpha = 1$

$\Downarrow$

$2\alpha = 45^o$

$\Downarrow$

$\alpha = 22.5^o$

/ يتبع في صفحة 12 /

السؤال 7

معطاة الدالّة $f(x) = \frac{9}{(x+1)^2} - 1$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة.

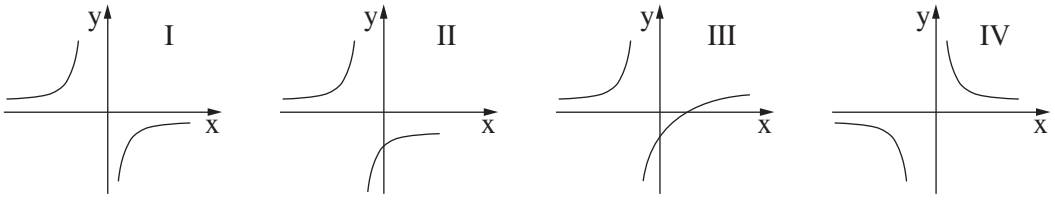
ب. جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

جـ. جد خطوط تقارب الدالّة، الموازية للمحورين.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

هـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة.

و. أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I ، II ، III ، IV ، التي أمامك يعرض رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟ علّل.



إجابة السؤال 7

أ. الدالّة معرّفة فقط إذا كان المقام لا يساوي 0 ، لذلك: $x+1 \neq 0$

$\Downarrow$

مجال التعريف: $x \neq -1$

ب. $f(x)=0 \Rightarrow \frac{9}{(x+1)^2} - 1 = 0$

$\Downarrow$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$\Downarrow$

$x = -4 \quad , \quad x = 2$

نقاط التقاطع مع المحور x : $(-4, 0) \quad , \quad (2, 0)$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 8$

$\Downarrow$

نقطة التقاطع مع المحور y : $(0, 8)$

جـ. خطّا التقارب الموازيان للمحورين: $y = -1 \quad , \quad x = -1$

/ يتبع في صفحة 13 /

تكملة إجابة السؤال 7.

د.

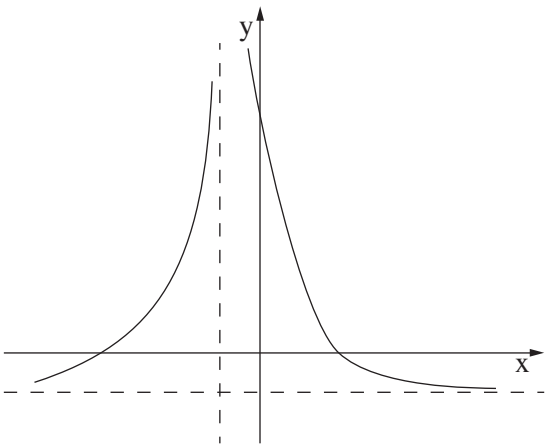
$$f(x)=\frac{9}{(x+1)^2}-1$$
$$\Downarrow$$
$$f'(x)=-\frac{18}{(x+1)^3}$$
$$\Downarrow$$

بالنسبة لِـ $x>-1$ $f'(x)<0$ ، بالنسبة لِـ $x<-1$ $f'(x)>0$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

بالنسبة لِـ $x>-1$ $f(x)$ تنازليّة، بالنسبة لِـ $x<-1$ $f(x)$ تصاعديّة

هـ.



و. وجدنا في البند "د" أنّ: $f'(x)<0$ بالنسبة لِـ $x>-1$

$f'(x)>0$ بالنسبة لِـ $x<-1$

$$\Downarrow$$

الرسم البيانيّ IV والرسم البيانيّ III غير ملائمين

نفحص إذا كان الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$
يقطع المحور y : $x=0 \Rightarrow f'(x)=-18$

$$\Downarrow$$

الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$ يقطع المحور y

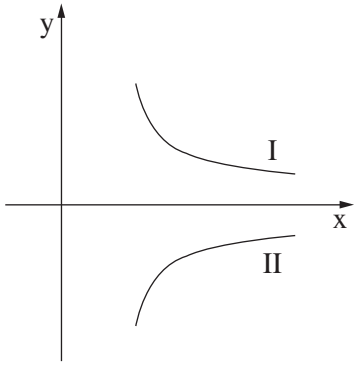
$$\Downarrow$$

الرسم البيانيّ الملائم هو II

/ يتبع في صفحة 14 /

السؤال 8

الرسمان البيانيّان I وَ II اللذان في الرسم هما للدالّتين:



$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$g(x) = -\frac{2}{\sqrt{2x-3}} \quad .$$

أ. (1) جد مجال تعريف كلّ واحدة من الدالّتين.

(2) ما هو خطّ التقارب العموديّ لكلّ واحدة من الدالّتين؟

ب. أيّ رسم بيانيّ هو للدالّة $f(x)$ ، وأيّ رسم بيانيّ هو للدالّة $g(x)$ ؟ علّل.

جـ. المستقيم $y=2$ يقطع الرسم البيانيّ I في النقطة A .

المستقيم $y=-2$ يقطع الرسم البيانيّ II في النقطة B.

جد المساحة المحصورة بين المستقيم AB والرسمين البيانيّين للدالّتين والمستقيم $x=3$.

إجابة السؤال 8

أ. (1) يجب أن يتحقّق: $2x-3>0$

$$\Downarrow$$

مجال تعريف كلّ واحدة من الدالّتين: $x>\frac{3}{2}$

(2) خطّ التقارب العموديّ لكلّ واحدة من الدالّتين: $x=\frac{3}{2}$

ب. I: $f(x)$ ، لأنّ $f(x)>0$ لكلّ x في مجال التعريف.

II: $g(x)$ ، لأنّ $g(x)<0$ لكلّ x في مجال التعريف.

/ يتبع في صفحة 15 /

تكملة إجابة السؤال 8.

جـ. نقطة تقاطع المستقيم $y = 2$

مع الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ تحقّق:

$$2 = \frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Downarrow$$

الإحداثيّ x للنقطة A: $x = 2$

نقطة تقاطع المستقيم $y = -2$

مع الرسم البيانيّ لِـ $g(x)$ تحقّق:

$$-2 = -\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Downarrow$$

الإحداثيّ x للنقطة B: $x = 2$

المساحة المطلوبة هي: $S = \int_2^3 [f(x) - g(x)]\,dx = \int_2^3 \frac{4}{\sqrt{2x-3}}\,dx$

$$\Downarrow$$

$$S = [4 \cdot \sqrt{2x-3}\,]_2^3 = 4\sqrt{3} - 4$$

/ يتبع في صفحة 16 /

السؤال 9

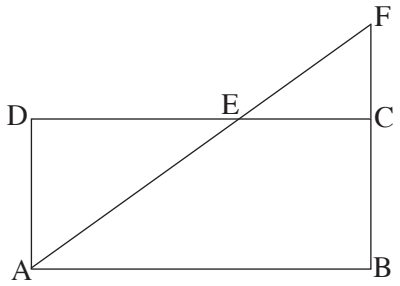
معطى المستطيل ABCD الذي طولا ضلعَيْه هما:

$AD = 4$ ، $AB = 9$.

النقطة E تقع على الضلع CD (بين C وَ D).

امتداد AE يقطع امتداد الضلع BC

في النقطة F (انظر الرسم).



أ. برهن أنّ: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.

ب. ارمز $DE = x$ ، وَجِد ماذا يجب أن يكون طول DE حتّى يكون مجموع مساحتَي المثلّثين ADE وَ FCE أصغر ما يمكن.

بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

إجابة السؤال 9

أ. $\sphericalangle DEA = \sphericalangle FEC$ لأنّهما زاويتان متقابلتان بالرأس

$\sphericalangle ADE = \sphericalangle FCE = 90^o$

من هنا: $\Delta ADE \sim \Delta FCE$ حسب ز.ز.

/ يتبع في صفحة 17 /

تكملة إجابة السؤال 9.

ب. معطى أنّ: $AB = 9$

$$\Downarrow$$

$$EC = 9 - x$$

من التشابه ينتج: $\frac{AD}{x} = \frac{FC}{9-x}$

$$\Downarrow$$

$$FC = \frac{AD \cdot (9-x)}{x} = \frac{4(9-x)}{x}$$

مجموع مساحتَي المثلّثين هو: $S(x) = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DE + \frac{1}{2} \cdot EC \cdot FC$

$$\Downarrow$$

$$S(x) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot (9-x) \cdot \frac{4(9-x)}{x} = 2x + \frac{2(9-x)^2}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$S(x) = \frac{4x^2 - 36x + 162}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$S(x) = 4x - 36 + \frac{162}{x} \quad , \quad x > 0$$

$$\Downarrow$$

$$S'(x) = 4 - \frac{162}{x^2}$$

$$S'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{9}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad DE = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

فحص نهاية صغرى: $S''(x) = \frac{162}{x^3}$

$$\Downarrow$$

$$S''(\frac{9}{\sqrt{2}}) > 0$$

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.