מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ג

מספר השאלון: **035803, 313**

תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

3 יחידות לימוד — שאלון שלישי

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות.
בשאלון זה שש שאלות בנושאים:
אלגברה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
עליך לענות על ארבע שאלות –
4 X 25 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. **כתוב את כל החישובים והתשובות בגוף השאלון.**
2. לטיוטה יש להשתמש בדפים שבגוף השאלון (כולל הדפים שבסופו) או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
3. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثانويّة
ب. بجروت للممتحَنين الخارجيّين

موعد الامتحان صيف 2013

رقم النّموذج: **035803، 313**

ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

3 وحدات تعليميّة – النموذج الثالث

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعتان.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدرجات:
في هذا النّموذج ستّة أسئلة.
في هذا النّموذج ستّة أسئلة في الموضوعين:
الجبر، حساب التفاضل والتكامل.
عليك الإجابة عن أربعة أسئلة –
4 X 25 = 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. **اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.**
2. لكتابة مسوّدة يجب استعمال الصفحات التي في نموذج الامتحان (بما في ذلك الصفحات التي في نهايته) أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
3. فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

السؤال 1

اشترى أحد التجّار x خواتم متطابقة، ودفع مقابلها مبلغًا قدره 3600 شيقل.
ضاعت 5 خواتم، وباع التاجر باقي الخواتم بسعر متساوٍ لكلّ خاتم، وكان هذا السعر أعلى بِـ 50% من سعر شراء كلّ واحد من الخواتم.
الربح الذي جناه التاجر في هذه الصفقة كان 1200 شيقل.
احسب كم خاتمًا اشترى التاجر.

إجابة السؤال 1

سعر شراء الخاتم الواحد: $\frac{3600}{x}$

سعر بيع الخاتم الواحد: $\frac{3600}{x} \cdot \frac{150}{100}$

المبلغ الذي حصل عليه التاجر مقابل بيع $(x-5)$ خواتم: $\frac{3600}{x} \cdot \frac{150}{100} \cdot (x-5)$

ربح التاجر: $\frac{3600}{x} \cdot \frac{150}{100} \cdot (x-5) - 3600$

لذلك يجب حلّ المعادلة: $\frac{3600}{x} \cdot 1.5 \cdot (x-5) - 3600 = 1200$

$$\Downarrow$$

نضرب في x وينتج: $3600 \cdot 1.5(x-5) - 3600x = 1200x$

$$\Downarrow$$

عدد الخواتم التي اشتراها التاجر: $x =$ 45 خاتمًا

/ يتبع في صفحة 3 /

السؤال 2

معطى مستقيمان: I. $y = 2x + 10$

II. $y = 2x - 10$

المستقيم I يقطع المحور y في النقطة A .

المستقيم II يقطع المحور y في النقطة C .

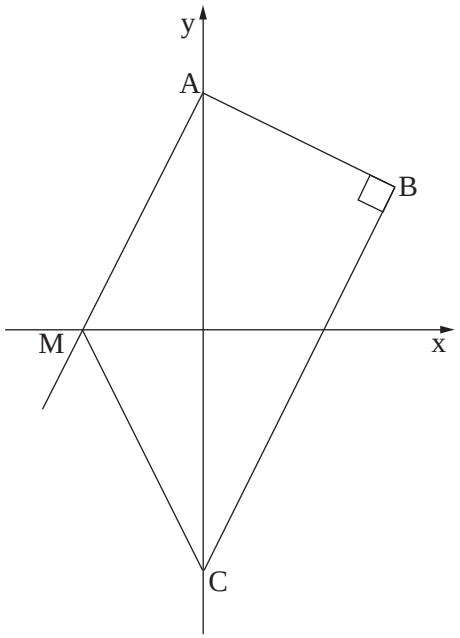
مرّروا عبر النقطة A عمودًا على المستقيم II ،

يقطع المستقيم II في النقطة B (انظر الرسم).

أ. جد إحداثيّات النقطة B .

ب. المستقيم I يقطع المحور x في النقطة M .

جد مساحة شبه المنحرف ABCM .



إجابة السؤال 2

أ. حسب المعطى: $AB \perp BC$

$\Downarrow$

ميل AB: $-\frac{1}{2}$

إحداثيّات نقطة التقاطع مع

المحور y للمستقيم I : $A(0\ ,\ 10)$

لذلك معادلة المستقيم AB: $y - 10 = -\frac{1}{2}(x - 0)$

$\Downarrow$

$y = -\frac{1}{2}x + 10$

نقطة التقاطع B بين المستقيم AB

والمستقيم BC تحقّق: $-\frac{1}{2}x + 10 = 2x - 10$

$\Downarrow$

الإحداثيّ x لِـ B: $x = 8$

بعد تعويض $x = 8$ في معادلة المستقيم BC

ينتج أنّ الإحداثيّ y لِـ B هو: $y = 6$

إحداثيّات النقطة B: $(8\ ,\ 6)$

/ يتبع في صفحة 4 /

تكملة إجابة السؤال 2.

ب. الطريقة I

إحداثيّات A وَ B: $A(0\,,\,10)\quad,\quad B(8\,,\,6)$

$$\Downarrow$$

طول ارتفاع شبه المنحرف، AB: $\sqrt{(8-0)^2+(6-10)^2}=\sqrt{80}$

إحداثيّات النقطة C: $C(0\,,\,-10)$

طول القاعدة الكبرى BC: $\sqrt{(8-0)^2+(6+10)^2}=\sqrt{320}$

إحداثيّات نقطة تقاطع المستقيم

$y=2x+10$

مع المحور x هي: $M(-5\,,\,0)$

لذلك طول القاعدة الصغرى AM: $\sqrt{(-5-0)^2+(10-0)^2}=\sqrt{125}$

مساحة شبه المنحرف ABCM:

$$S_{\text{شبه منحرف}}=\frac{AB}{2}(BC+AM)$$

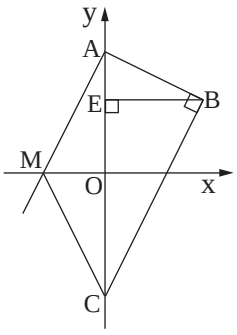
$$\Downarrow$$

$$S_{\text{شبه منحرف}}=\frac{\sqrt{80}}{2}(\sqrt{320}+\sqrt{125})=130$$

الطريقة II

مساحة شبه المنحرف ABCM هي

مجموع مثلّثين:



$$S_{\text{شبه منحرف}}=S_{\Delta AMC}+S_{\Delta ABC}$$

طول AC: $10-(-10)=20$

مساحة المثلّث AMC: $S_{\Delta AMC}=\frac{1}{2}\cdot OM\cdot AC=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 20=50$

مساحة المثلّث ABC: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot BE\cdot AC=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 20=80$

لذلك مساحة شبه المنحرف ABCM: $S_{\text{شبه منحرف}}=50+80=130$

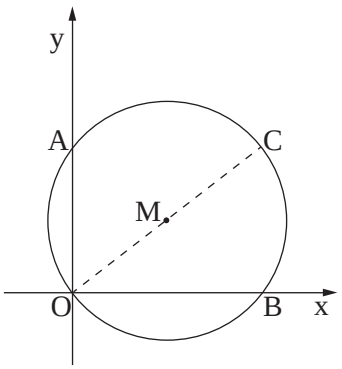
/ يتبع في صفحة 5 /

السؤال 3

معطاة دائرة معادلتها $(x-4)^2+(y-3)^2=25$.

الدائرة تقطع المحورين في النقاط A وَ B وَ O ،

كما هو موصوف في الرسم.



أ. جد معادلة المستقيم AB .

ب. بيّن أنّ مركز الدائرة M موجود على المستقيم AB .

جـ. OC هو قطر في الدائرة (انظر الرسم).

جد إحداثيّات النقطة C .

د. جد معادلة المستقيم المتوسّط للضلع AC في المثلّث AMC .

إجابة السؤال 3

أ. الإحداثيّ x لِـ A هو 0 ،

لذلك نعوّض في معادلة الدائرة

$x=0$ وينتج:

$$(-4)^2+(y-3)^2=25$$
$$\Downarrow$$
$$(y-3)^2=9$$
$$\Downarrow$$
$$y-3=\pm 3$$
$$\Downarrow$$
$$y=0 \quad , \quad y=6$$

حسب الرسم A فوق نقطة أصل المحاور،

لذلك الإحداثيّ y لِـ A: $y=6$

إحداثيّات A: $A(0\ ,\ 6)$

/ يتبع في صفحة 6 /

تكملة إجابة السؤال 3.

الإحداثيّ y لِـ B هو 0 ،
لذلك نعوّض في معادلة الدائرة $y = 0$
وينتج:

$$(x-4)^2 + (-3)^2 = 25$$
$$\Downarrow$$
$$(x-4)^2 = 16$$
$$\Downarrow$$
$$x - 4 = \pm 4$$
$$\Downarrow$$
$$x = 0 \, , \, x = 8$$

حسب الرسم B عن يمين نقطة أصل المحاور،
لذلك الإحداثيّ x لِـ B:

$$x = 8$$

إحداثيّات B :

$$B(8 \, , \, 0)$$

حسب إحداثيّات A وَ B
معادلة المستقيم AB:

$$y - 0 = \frac{0-6}{8-0}(x-8)$$
$$\Downarrow$$
$$y = -\frac{3}{4}x + 6$$

ب. نعوّض إحداثيّات النقطة M(4 , 3)
في معادلة AB وينتج:

$$3 = -\frac{3}{4} \cdot 4 + 6$$

نتجت قضيّة صدق، لذلك M تقع على المستقيم AB .

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 3.

جـ. المركز M(4 , 3) هو منتصف القطر OC ،

لذلك الإحداثيّ x لِـ C يحقّق: $\frac{0+x}{2}=4$

$\Downarrow$

$x=8$

الإحداثيّ y لِـ C يحقّق: $\frac{0+y}{2}=3$

$\Downarrow$

$y=6$

إحداثيّات C هي: (8 , 6)

د. الطريقة I

وجدنا أنّ إحداثيّات A وَ C هي: (0 , 6) (8 , 6)

$\Downarrow$

إحداثيّات منتصف AC هي: (4 , 6)

إحداثيّات مركز الدائرة هي: (4 , 3)

لذلك معادلة المستقيم المتوسّط هي: $x=4$

الطريقة II

وجدنا أنّ: A(0 , 6) C(8 , 6)

$\Downarrow$

AC يوازي المحور x

$\Downarrow$

بما أنّ MA = MC ، المستقيم المتوسّط للقاعدة AC

هو ارتفاع في المثلّث MAC ، لذلك: المستقيم المتوسّط يوازي المحور y

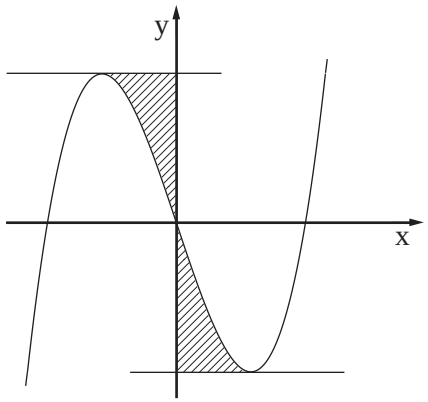
$\Downarrow$

بما أنّ الإحداثي x لِـ M هو 4 ، فإنّ معادلة المستقيم المتوسّط هي: $x=4$

/ يتبع في صفحة 8 /

السؤال 4

معطاة الدالّة $f(x) = x^3 - 3x$ (انظر الرسم).



أ. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقاط حسب الرسم.

مرّروا مماسًا للرسم البيانيّ للدالّة عبر نقطة نهايتها العظمى، ومرّروا مماسًا آخر للرسم البيانيّ للدالّة عبر نقطة نهايتها الصغرى، كما هو موصوف في الرسم.

ب. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة والمماسّ في نقطة النهاية العظمى والمماسّ في نقطة النهاية الصغرى والمحور y (المساحة المخطّطة في الرسم).

إجابة السؤال 4

أ.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 1$$

$$f(1) = -2 \quad , \quad f(-1) = 2$$

لذلك حسب الرسم: نهاية عظمى في $(-1, 2)$

نهاية صغرى في $(1, -2)$

ب. معادلة المماسّ في نقطة النهاية العظمى: $y = 2$

معادلة المماسّ في نقطة النهاية الصغرى: $y = -2$

المساحة المطلوبة هي مجموع مساحتين:

$$S = \int_{-1}^{0} [2 - (x^3 - 3x)]\,dx + \int_{0}^{1} [x^3 - 3x - (-2)]\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$S = [2x - \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2}]_{-1}^{0} + [\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x]_{0}^{1}$$

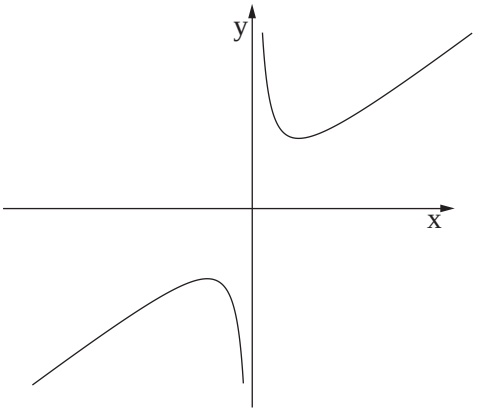
$$\Downarrow$$

$$S = -(-2 - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}) + (\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2) = 1.5$$

/ يتبع في صفحة 9 /

السؤال 5

معطاة الدالّة $y = 2\cdot x + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}$ (انظر الرسم).



أ. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة، وحدِّد نوع هذه النقاط حسب الرسم.

ب. مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي فيها $x = \frac{1}{2}$ ، ومرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي فيها $x = -1$.
جد إحداثيّات نقطة التقاء المماسّين.

إجابة السؤال 5

أ.

$$y = 2x + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$y' = 2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{x^2}) = 2 - \frac{1}{2x^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \quad 4x^2 - 1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = \pm\frac{1}{2}$$

$$y = \pm 2$$

لذلك حسب الرسم:

نهاية صغرى في $(\frac{1}{2}, 2)$

نهاية عظمى في $(-\frac{1}{2}, -2)$

/ يتبع في صفحة 10 /

تكملة إجابة السؤال 5.

ب. ميل المستقيم الذي يمسّ

في النقطة التي فيها $x=-1$: $y'(-1)=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

الإحداثيّ y للمماسّ في $x=-1$: $y(-1)=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$

معادلة المماسّ في النقطة $x=-1$: $y+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}(x+1)$

$$\Downarrow$$

I. $y=\frac{3}{2}x-1$

المستقيم الذي يمسّ في النقطة $x=\frac{1}{2}$ ،
يمسّ في نقطة النهاية الصغرى، ولذلك معادلته: II. $y=2$

من I وَ II تنتج المعادلة: $\frac{3}{2}x-1=2$

$$\Downarrow$$

نقطة الالتقاء هي: $(2\ ,\ 2)$

/ يتبع في صفحة 11 /

السؤال 6

من بين جميع الأعداد الموجبة x وَ y التي تحقّق $x^2 \cdot y = 4$ ، جد العددَيْن اللذين بالنسبة لهما المجموع $x + y$ هو أصغر ما يمكن.

إجابة السؤال 6

حسب المعطى: $x^2 \cdot y = 4$

$$\Downarrow$$

لذلك: $x > 0$ ، $y = \frac{4}{x^2}$

$$\Downarrow$$

المجموع هو: $x + y = x + \frac{4}{x^2}$

$$\Downarrow$$

$$M(x) = x + \frac{4}{x^2} = x + 4 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$M'(x) = 1 + 4(-\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x}(-\frac{1}{x^2}))$$

$$\Downarrow$$

$$M'(x) = 1 - \frac{8}{x^3}$$

$$M'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^3 = 8$$

$$\Downarrow$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{4}{x^2} = 1$$

فحص نهاية صغرى:

x	1	2	3
$M'(x)$	-7	0	0.7
$M(x)$	↘		↗

تنتج نهاية صغرى عندما العددان هما: $x = 2$, $y = 1$

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.