

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a, 0)$ ו- $B(41a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.

הנקודה P מקיימת $\angle APB = 90^\circ$.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.

הביעו את תשובתכם באמצעות a .

נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג-ד.

אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.

הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .

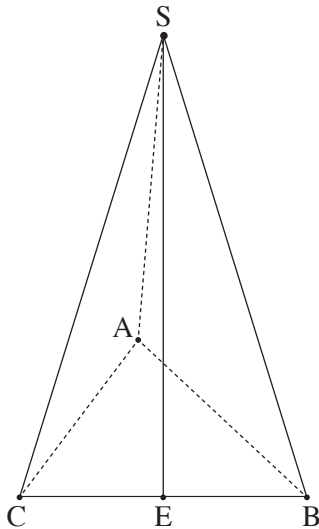
ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

הישר ℓ משיק לפרבולה בנקודה C .

מעבירים משיק למעגל שמצאתם.

נתון כי משיק זה מקביל לישר ℓ .

ד. מצאו את המרחק בין הישר ℓ ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\vec{AE} = \underline{u}$, $\vec{EC} = \underline{v}$.

נתון: $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

א. הוכיחו כי $\vec{AE}$ מאונך ל- $\vec{BC}$.

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 16.

$B(6, 8, 0)$, $A(0, 0, 0)$

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x,

ושיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו- S.

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש- $\vec{SF} = \frac{1}{4}\vec{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC, וחותך את המישור ABS בנקודה M.

ג. (1) מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה MABC מנפח הפירמידה FAEC. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

א. הביעו באמצעות r ו- θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w , והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ .

נתונות שתי משוואות: I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \bar{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. (1) מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 62.

ד. מצאו את הערך של r .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x - \frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הראו כי $g'(x) = f(x) - e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה- x .
- ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x = \ln(b)$.
- $b > 2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .
- נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל- $\ln(1.5) + b - 2$.
- ה. מצאו את הערך של b .

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$. a הוא פרמטר.

א. בתת-סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x \neq 0$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x = e^2$.

ג. מצאו את הערך של a .

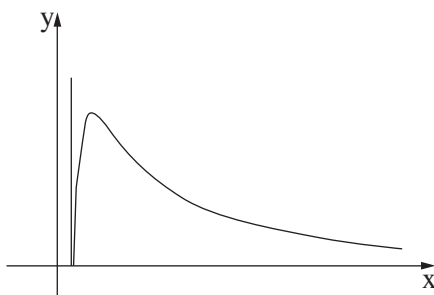
הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.

נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x > 0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^5, 2.5)$.

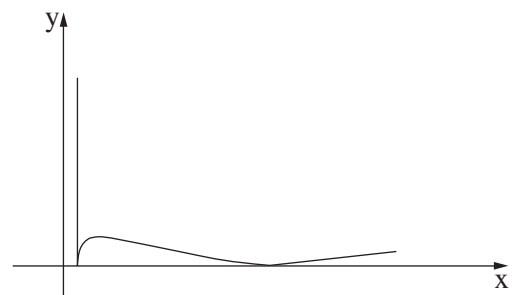
נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x) = f(x) - g(x)$.

ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.

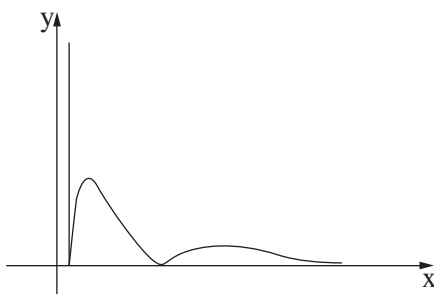
ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



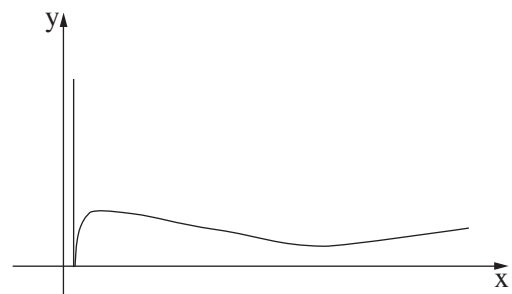
II



I



IV



III

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך