

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

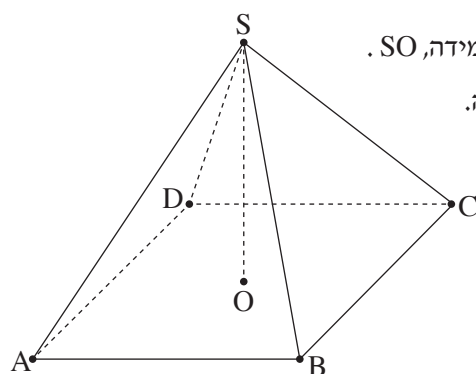
יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית A שהמנה שלה היא q, ובה 10 איברים.
 האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.
 א. מצאו את שני הערכים של q.
 נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,944, וכי כל איבריה הם חיוביים.
 ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
 נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.
 ג. מצאו את סכום הסדרה B.
 בסדרה B יש 33 איברים.
 נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 46 מן ההפרש שלה.
 ד. מצאו את הפרש הסדרה B.

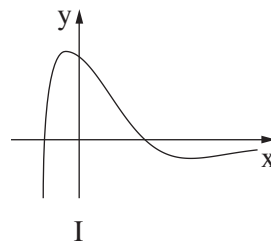
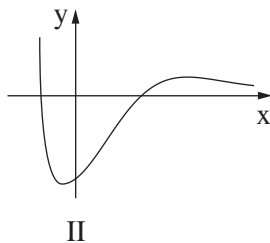
טריגונומטרייה במרחב



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.
 נתון כי אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה גדול פי 1.25 מאורך הגובה של הפירמידה, SO.
 א. חשבו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין בסיס הפירמידה.
 נתון כי שטח המשולש SOC הוא 54,
 וכי אורך המקצוע AB שווה לאורך הגובה של הפירמידה.
 ב. (1) מצאו את האורך של SO.
 (2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.
 הנקודה P נמצאת על גובה הפירמידה כך שהקטע CP חוצה את הזווית OCS.
 ג. חשבו את אורך הקטע PO.
 מן הנקודה P חיברו קטעים אל הקודקודים A, B ו-D כך שנוצרה פירמידה משולשת וישרה PABD.
 ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה SABCD מן הנפח של הפירמידה PABD.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

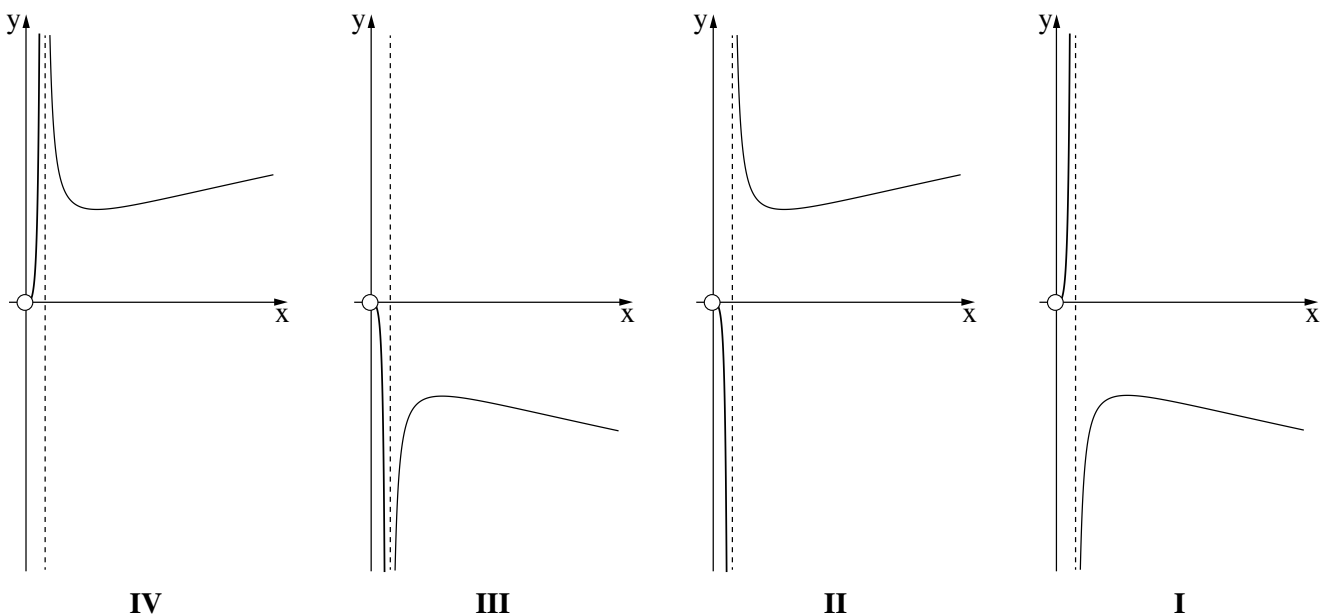
3. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3 \cos(2x) - a$, a הוא פרמטר.
 הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
 א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 הביעו באמצעות a , אם יש צורך.
 נתון כי כל נקודות המינימום של הפונקצייה $f(x)$ נמצאות על הישר $y = a - 11$.
 ב. מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על סעיפים ג-ד.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, ועל ידי הישר $y = a - 11$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה- x שלה חיובי.
 לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.
 נתון: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$ המוגדרת לכל x .
 ד. (1) הסבירו מדוע הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
 דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה- x .
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי האנכים.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{12x}{(\ln x)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
 היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר.
 ד. (1) מצאו בעבור $c = 4$ כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 נמקו את תשובתכם.
 (2) רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקצייה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.



בהצלחה!