

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $4 \times 25 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

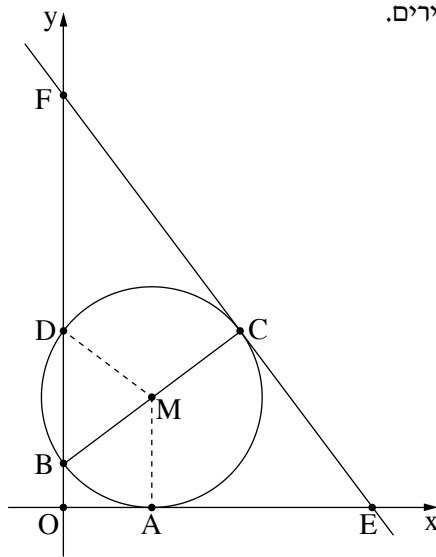
השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1–8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות



1. היישובים A ו-B נמצאים במרחק 12 ק"מ זה מזה.
 היישוב C נמצא באמצע הדרך ביניהם (ראו סרטוט).
 איתמר וניר יצאו להליכה בשעה 8:00.
 איתמר הלך במהירות קבועה מיישוב A ליישוב B.
 ניר הלך מיישוב A ליישוב B, ומייד כשהגיע ליישוב B חזר ליישוב C.
 המהירות של ניר בדרך ליישוב B הייתה גדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות של איתמר.
 המהירות של ניר בדרך חזרה מן היישוב B (עד ליישוב C) הייתה שווה למהירות של איתמר.
 איתמר הגיע אל היישוב B חצי שעה לפני שהגיע ניר אל היישוב C.
א. מצאו את מהירות ההליכה של איתמר, אם נתון כי המהירות שלו קטנה מ-5 קמ"ש.
ב. מצאו באיזו שעה הגיע ניר ליישוב B.
 כאשר היה ניר בדרכו חזרה ליישוב C הוא פגש את איתמר.
ג. מצאו באיזו שעה נפגשו ניר ואיתמר.



2. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x בנקודה A. הנקודה O היא ראשית הצירים.

המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו- D, כמתואר בסרטוט.

נתון: $A(4, 0)$, $D(0, 8)$.

א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה B.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- BC הוא קוטר.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל, החותך את

ציר ה- x בנקודה E, ואת ציר ה- y בנקודה F.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

ג. האם הנקודה C היא מרכז המעגל החוסם את

המשולש EFO? נמקו את תשובתכם.

3. חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות.

מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

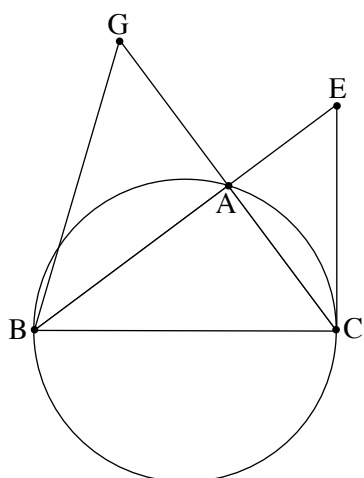
גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

ההסתברות שדני יקלע בכל אחד מן הניסיונות היא p.

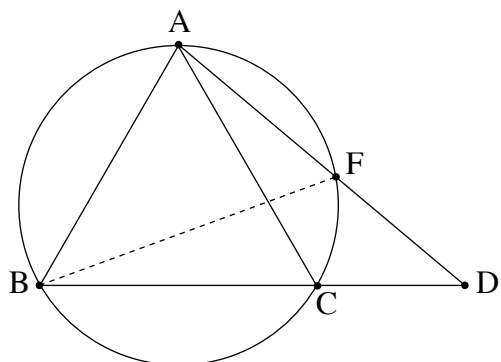
נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל. הצלע BC היא קוטר במעגל.
 הנקודה G נמצאת על המשך הצלע CA, כמתואר בסרטוט.
 דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל, החותך את המשך הצלע BA בנקודה E.
 נתון: $AC = AG$.
 א. הוכיחו: $BG = BC$.
 ב. הוכיחו: $\angle ECA = \angle ABG$.
 ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle ABG$.
 נתון: $AE \cdot AB = 20.25$.
 ד. מצאו את אורך הקטע AC.



5. משולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל שרדיוסו 19.
 הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.
 א. מצאו את אורך הצלע AC.
 נתון: $CD = 18$.
 ב. מצאו את אורך הקטע AD.
 ג. מצאו את גודל הזווית CAD.
 הנקודה F היא נקודת החיתוך של הקטע AD עם המעגל.
 ד. מצאו את אורך המיתר BF.
 ה. (1) מהו גודל הזווית FBC?
 (2) מצאו את שטח המשולש FBD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 4$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0, 0)$.

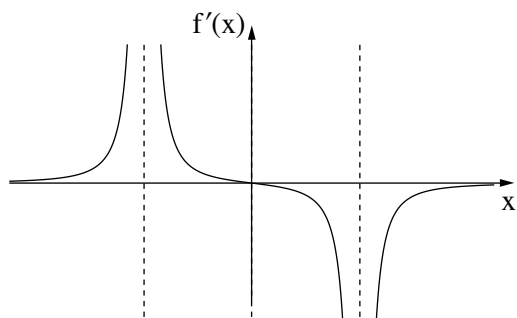
א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

אחד מן הביטויים I–III שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.



$$\text{I. } \frac{x^2}{x^2+16} + 1 \quad \text{II. } \frac{x^2}{x^2-16} + 2 \quad \text{III. } \frac{x^2}{x^2-16} + 1$$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I–III מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 2$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

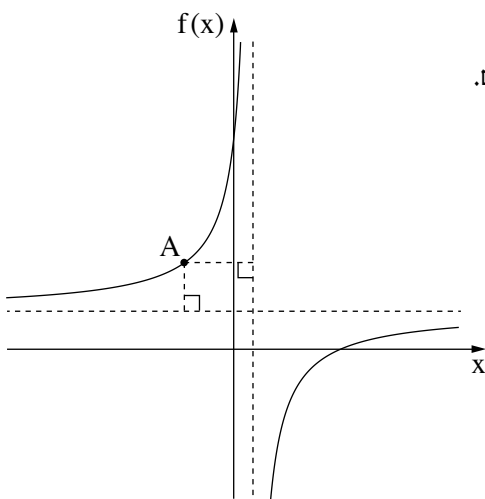
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לישר $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c .



8. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.

- ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.
 ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

בהצלחה!