

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
- פרק שני – גאומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית.
נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג.
96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ- 5.02 ק"ג.
א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו.
אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.
ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.
משקל הנמוך מ- 1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.
ג. (1) מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?
(2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?
שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי.
משקל התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8.
משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.
ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

2. דן ערך מחקר. הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב-12 מדינות (משתנה x) ובין אחוז הילדים בני 0–14 באותן המדינות (משתנה y).

דן רצה למצוא ישר הרגרסיה לניבוי y לפי x . הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מקדם המתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה:

$$\bar{x} = 0.465, s_x = 0.683, r = 0.871.$$

דן מצא כי משוואת ישר הרגרסיה היא: $y = 11.3x + 16.3$.

א. (1) מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).

ב. (2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).

ג. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?

נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.

ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9? נמקו את תשובתכם.

3. חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות.

מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

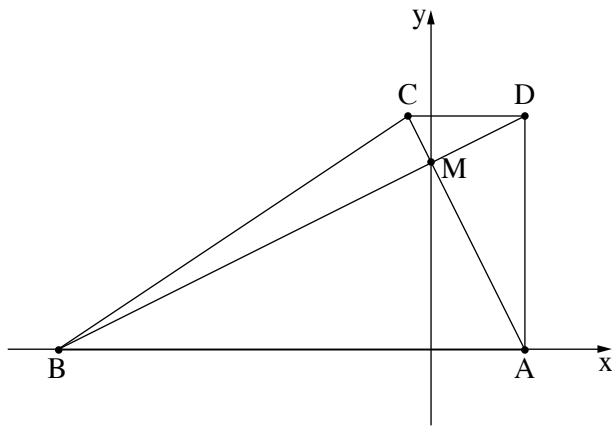
גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

ההסתברות שדני יקלע בכל אחד מן הניסיונות היא p .

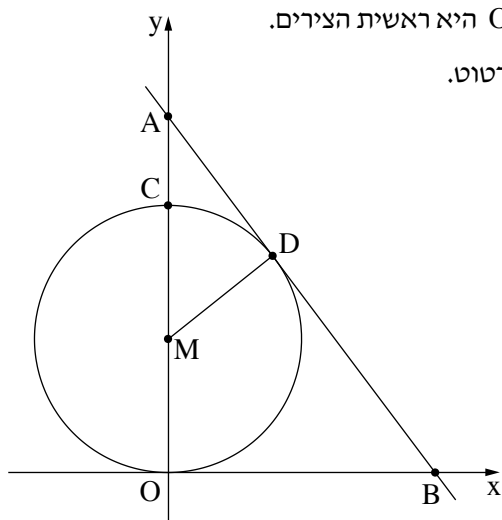
נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני – גאומטריה

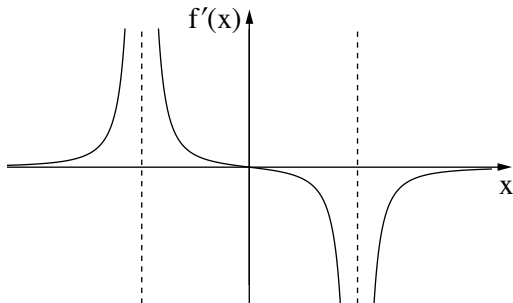


4. נתון טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AD \perp AB$, $AB \parallel DC$).
 הקודקודים A ו- B נמצאים על ציר ה- x , כמתואר בסרטוט.
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M , שנמצאת על ציר ה- y .
 נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD .
 משוואת הישר AC היא: $y = -2x + 8$.
 א. מצאו את משוואת הישר BD .
 ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A , B , C ו- D .
 ג. (1) חשבו את גודל הזווית ABD .
 (2) חשבו את גודל הזווית BCD .
 ד. מצאו את שטח המשולש BCD .
 ה. הנקודה F נמצאת על המשיך הצלע CD כך ששטח המשולש BFC גדול פי 2 משטח המשולש BCD .
 מצאו את שיעורי הנקודה F (מצאו את אחת משתי האפשרויות).



5. נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים.
 המעגל משיק לציר ה- x וחותר את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בסרטוט.
 דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל.
 המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה A .
 נתון כי משוואת המשיק היא: $4x + 3y = 40$.
 א. מצאו את אורך הקטע AB .
 ב. הוכיחו כי המרובע $OMDB$ הוא דלתון.
 ג. (1) הוכיחו: $\triangle ADM \sim \triangle AOB$.
 (2) מצאו את רדיוס המעגל.
 ד. מצאו את משוואת המעגל.
 ה. האם הדלתון $OMDB$ בר חסימה במעגל?
 אם כן – מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון. אם לא – הסבירו מדוע.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**



6. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 4$.
 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום.
 גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0, 0)$.
 א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.
 אחד מן הביטויים III-I שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

$$\text{I. } \frac{x^2}{x^2+16} + 1 \quad \text{II. } \frac{x^2}{x^2-16} + 2 \quad \text{III. } \frac{x^2}{x^2-16} + 1$$

- ג. קבעו איזה מן הביטויים III-I מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 2$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$.

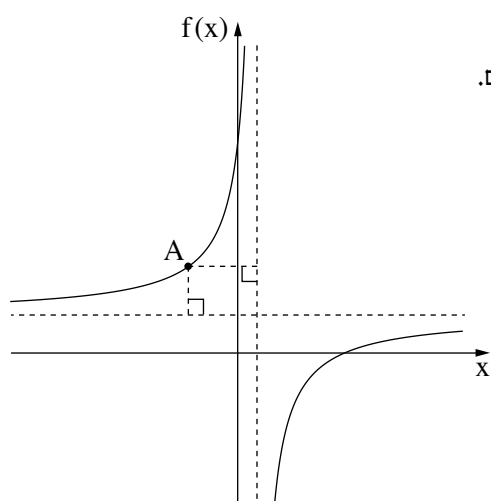
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לישר $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c .



8. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני,

העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות

והאנכים יוצרים מלבן.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

בהצלחה!