

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה הסדרה: $a_n = 4n - 6$.

א. מצאו את a_1 .

ב. הוכיחו כי הסדרה חשבונית, ומצאו את הפרש הסדרה.

נתון: בסדרה יש $2k$ איברים סך הכול.

ג. (1) הביעו באמצעות k את סכום k האיברים הראשונים בסדרה.

(2) הביעו באמצעות k את סכום כל $2k$ האיברים בסדרה.

נתון כי סכום k האיברים האחרונים בסדרה הוא 7,210.

ד. מצאו את k .

טריגונומטריה במרחב

2. $SABC$ היא פירמידה משולשת ישרה שבסיסה ABC הוא

משולש שווה צלעות (ראו סרטוט).

זווית הבסיס של פאה צדדית שווה ל- 50° .

הנקודה D נמצאת על המקצוע SA כך ש- $BD \perp SA$.

נתון: $DA = 6$.

א. (1) מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.

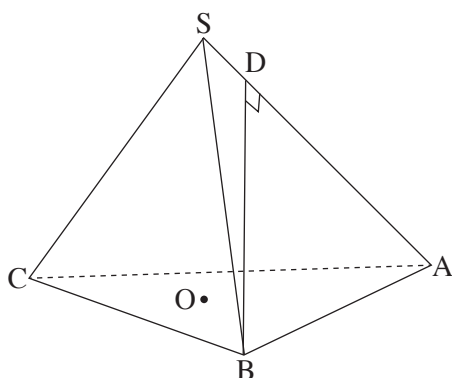
(2) מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

SO הוא גובה הפירמידה.

ב. חשבו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה.

ג. מצאו את גובה הפירמידה.

ד. חשבו את נפח הפירמידה $SABC$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \sin(2x) - \cos(x)$.

א. מצאו את שיעורי ה- x של כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון: כל אחת מנקודות המינימום של הפונקצייה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- x .

ב. מצאו את הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעור ה- y של נקודות המקסימום של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. חשבו את שטח המשולש הנוצר על ידי 3 נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקצייה $f(x)$.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

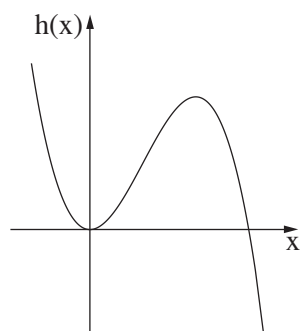
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{3x}$ העולה לכל x .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$, סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקצייה $f(x)$, על ידי הגרף של הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $h(x) = -2x^3 + 6x^2$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה- x .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $h(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$.

ב. היעזרו בתשובתכם לתת-סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = -f(x) + 4$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ה. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

בהצלחה!