

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

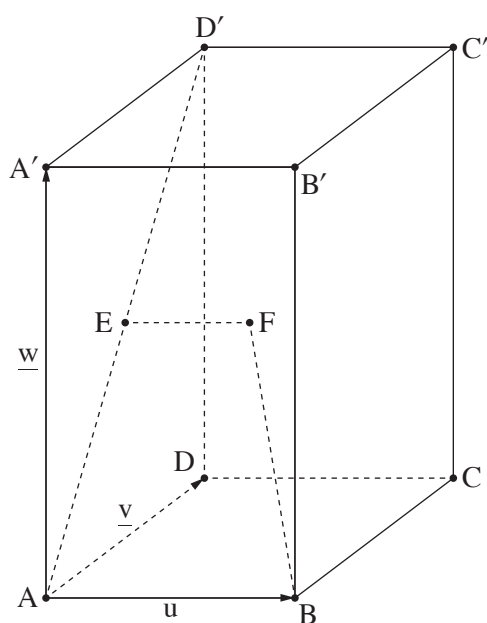
שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה



1. בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

הנקודה F מקיימת: $\vec{EF} = \frac{1}{2}\underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\vec{AE}$ ו- $\vec{BD'}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו: $\vec{BF} = \frac{1}{2}\vec{BD'}$.

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל- AB .

(2) הוכיחו: $\vec{AB}$ מאונך ל- $\vec{AE}$.

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור $\vec{BF}$.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.

2.

במחקר שנועד לבדוק את ההשפעה של קורס לגמילה מעישון, השתתפו 9 מעשנים שנכחו בקורס. בעבור כל אחד מהם נמדדה צריכת הסיגריות היומית לפני הקורס (X), וצריכת הסיגריות היומית לאחר שבוע מתחילת הקורס (Y).

הנתונים שהתקבלו מפורטים בטבלה שלפניכם:

40	30	28	25	22	22	20	15	5	צריכת הסיגריות היומית לפני הקורס – X
30	30	24	22	22	20	19	10	3	צריכת הסיגריות היומית לאחר שבוע מתחילת הקורס – Y

א. חשבו את ממוצע צריכת הסיגריות היומית למשתתף במחקר לפני הקורס ואת ממוצע צריכת הסיגריות היומית למשתתף במחקר לאחר שבוע מתחילת הקורס.

ב. סרטטו דיאגרמת פיזור של Y כתלות ב- X (כל משבצת במחברת מייצגת 2 סיגריות ליום).

ג. על פי הדיאגרמה שסרטטתם, בחרו במקדם המתאם המתאים לנתונים מבין המספרים שלפניכם, ורשמו אותו:

$$r = -0.633, r = 0.212, r = 0.949, r = 1$$

נתונות סטיות התקן $S_Y = 8.26$, $S_X = 9.226$.

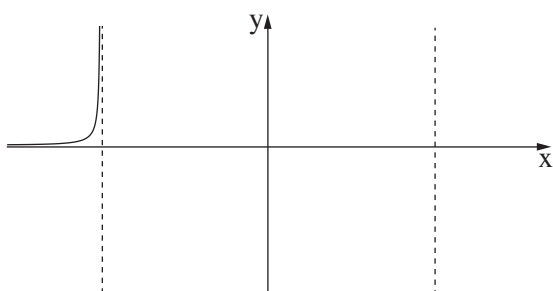
ד. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי Y על פי X .

ה. אלעד מעשן 21 סיגריות ביום. הוא רוצה להשתתף בקורס לגמילה מעישון. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו הניבוי לצריכת הסיגריות היומית שלו לאחר שבוע מתחילת הקורס?

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$.

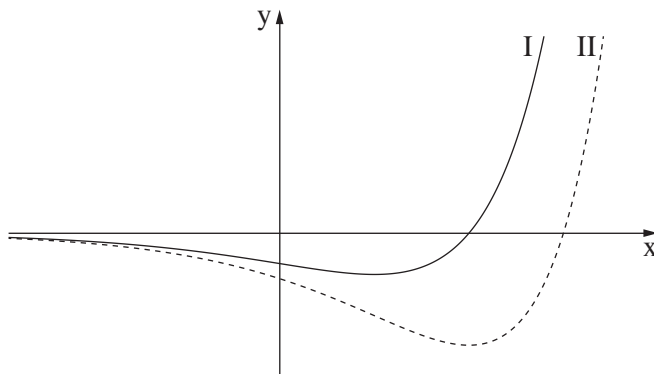
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 העתיקו את הסקיצה החלקית למחברתכם, והשלימו
 בה את החלקים החסרים של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של c שבעבורם
 יש לפונקצייה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y = 3$.
 נמקו את תשובתכם.



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a הוא פרמטר.
 אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.
 א. מצאו את a .
 הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.
 ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = |f(x)|$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
 ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II.

אחד מהם הוא גרף הפונקצייה $f(x)$, והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.



א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

נתון: $f(x) = (x - 3) \cdot e^x$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

בהצלחה!