

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

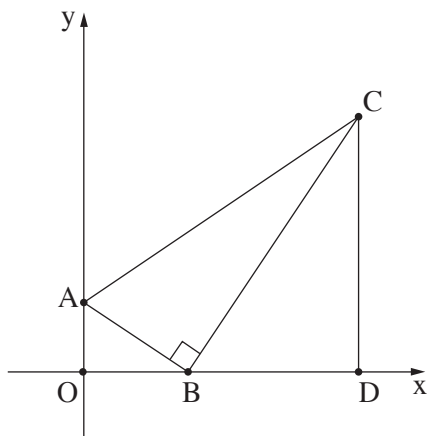
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. יוסי רץ במסלול מסוים. בדקה הראשונה הוא רץ 75 מטרים.
בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, הוא רץ מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.
בתשובתיכם על הסעיפים שלפניכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
א. (1) מהו המרחק שרץ יוסי במשך הדקה הרביעית?
(2) מהו המרחק הכולל שרץ יוסי במשך ארבע הדקות הראשונות של הריצה?
ב. כתבו נוסחה לחישוב המרחק הכולל שרץ יוסי במשך n הדקות הראשונות של הריצה.
ג. יוסי רוצה לרוץ 2,500 מטרים סך הכול, אך לרשותו עומדות 25 דקות בלבד לעשות זאת.
הסבירו מדוע לא יצליח יוסי לעבור 2,500 מטרים ב־25 דקות.
ד. דני רץ באותו המסלול. בדקה הראשונה הוא רץ מרחק מסוים.
גם הוא רץ בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.
חשבו מהו המרחק הקצר ביותר שעליו לרוץ בדקה הראשונה כדי לעבור מרחק של 2,500 מטרים ב־25 דקות.

2. במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה. המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג. ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.
- א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?
- נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ- 30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.
- ב. מהי סטיית התקן?
- בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- במטע יש 300 עצי דובדבן.
- בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ- 55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.
- ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?
- ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב- 20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.
- כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ- 55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?
3. בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו- 6 מטבעות של עשרה שקלים.
- הוציאו מן הקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.
- א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?
- ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.
- מהי ההסתברות שהסכום של שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ- 5 שקלים?
- החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.
- נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי ללא החזרה שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.
- ג. מצאו את x.
- ד. האם ההסתברות להוציא מן הקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני – גאומטריה



4. במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)

הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y .
מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה D (ראו סרטוט).
הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$,

משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

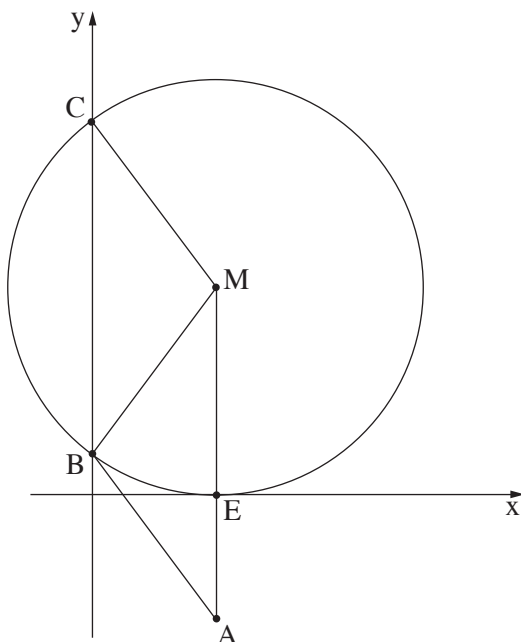
ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו-CD.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-C.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC.

(2) מצאו את גודל הזווית ACD.

ד. האם אפשר לחסום את המרובע ABDC במעגל? נמקו.



5. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x בנקודה E.

המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

הנקודה A נמצאת על המשיך ME, כמתואר בסרטוט.

א. (1) הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה- y .

(2) הוכיחו: $\angle CBM = \angle BMA$.

נתון: אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב. (1) הוכיחו: $\angle CMB = \angle MBA$.

(2) הוכיחו: המרובע ABCM הוא מקבילית.

נתון: $M(3, 5)$.

ג. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. חשבו את שטח המקבילית ABCM.

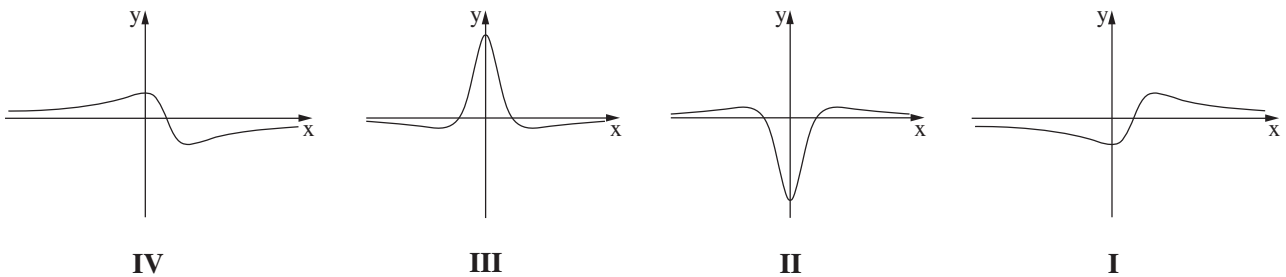
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4} + 1$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 2 \cdot f(x)$.

- ה. אחד מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הצירים.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.

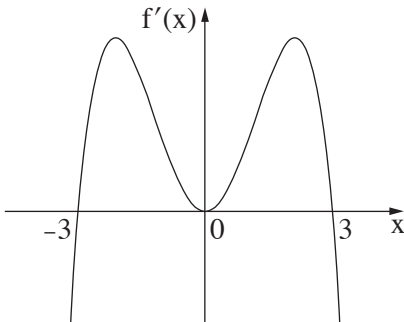
- נתון כי הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$.
 ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות שבהן

$x = -3$, $x = 0$, $x = 3$ בלבד, כמתואר בסרטוט.



א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x

בתחום $-3 \leq x \leq 0$.

נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x

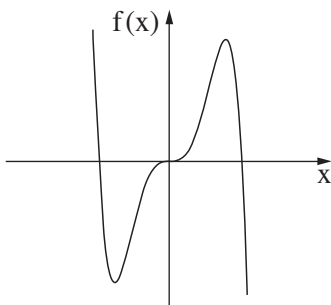
בתחום $0 \leq x \leq 3$.

האם מתקיים: $S_1 + S_2 = \int_{-3}^3 f(x) dx$?

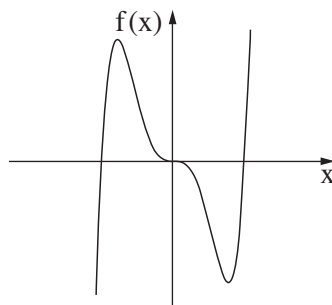
נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x - 4)$.

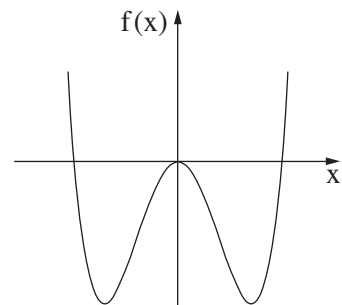
מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.



III



II



I

בהצלחה!