

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$,

הפרש הסדרה הוא 3.

א. מצאו את a_1 .

נתון: האיבר האחרון בסדרה a_n שווה ל-300.

ב. מצאו כמה איברים יש בסדרה a_n .

מחקו כל איבר רביעי בסדרה a_n , כלומר את האיברים: $a_4, a_8, a_{12}, \dots$.

ג. (1) מצאו את סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה.

(2) מצאו את סכום האיברים שנשארו בסדרה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD, שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו סרטוט).

נתון: $AB = 8$, $BC = 5$,

נפח הפירמידה שווה ל-160.

א. מצאו את גובה הפירמידה, SO.

ב. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

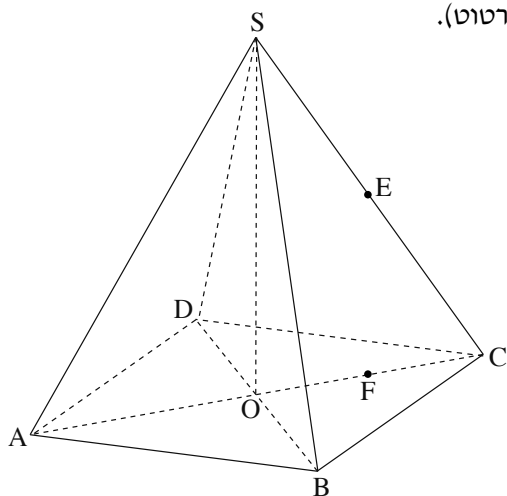
ג. מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

F היא נקודה על האלכסון AC כך ש- $EF \perp AC$.

ד. (1) מצאו את אורך EF.

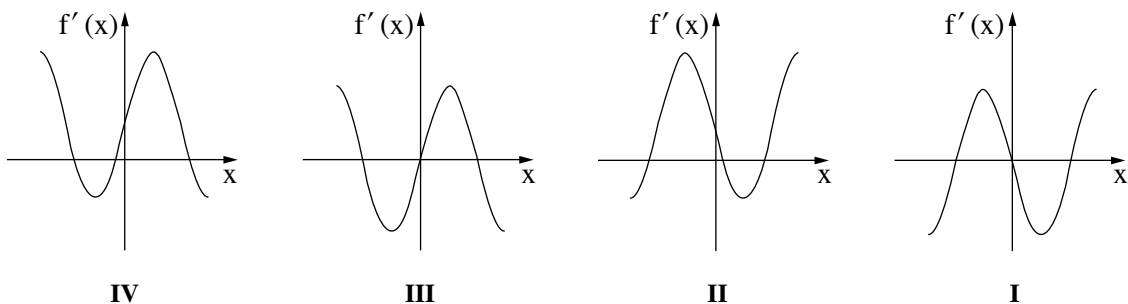
(2) מצאו את גודל הזווית שבין AE ובין בסיס הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$ המוגדרת בתחום: $-\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$.

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$ המוגדרת לכל x .

- א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה עם ציר ה- x .
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - ו. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, ציר ה- x והישר $x = 3$.
 - ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, גרף הפונקצייה $g(x)$ והישר $x = 3$.
- נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + (\ln x)^2$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקצייה $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

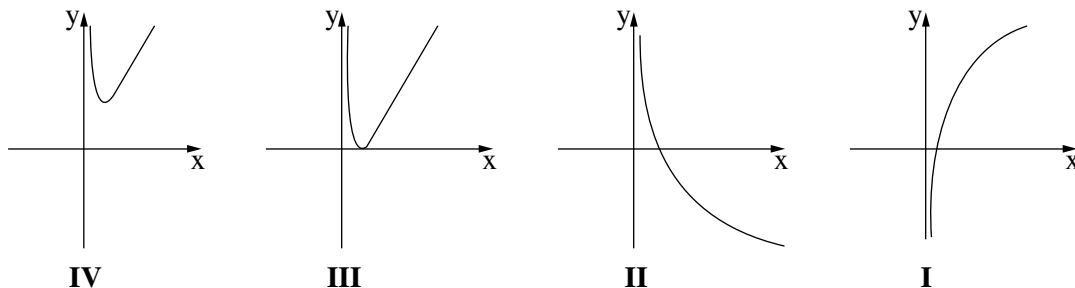
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

ה. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?



בהצלחה!