

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 - פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד, יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
- כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

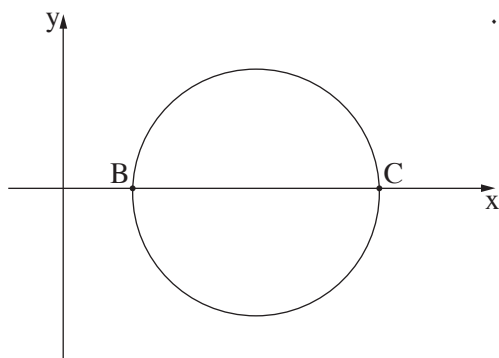
שימו לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. המרחק בין עיר A לעיר B הוא 75 ק"מ.
רוכב אופנוע יצא מעיר A לכיוון עיר B.
באותו הזמן יצא רוכב אופניים מעיר B לכיוון עיר A.
שני הרוכבים רכבו באותו המסלול.
רוכב האופנוע רכב במהירות קבועה של 80 קמ"ש. רוכב האופניים רכב במהירות קבועה של 20 קמ"ש.
א. כעבור כמה זמן מרגע יציאתם לדרך, נפגשו רוכב האופנוע ורוכב האופניים?
רוכב האופנוע הגיע לעיר B ומייד התחיל לרכוב חזרה לעיר A.
בדרכו חזרה לעיר A, פגש רוכב האופנוע בשנית את רוכב האופניים.
כל אחד מן הרוכבים המשיך לרכוב באותה המהירות שבה רכב קודם.
ב. כמה זמן עבר מן הפגישה הראשונה בין שני הרוכבים ועד הפגישה השנייה ביניהם?
ג. מהו המרחק שעבר רוכב האופניים מתחילת רכיבתו עד שנפגש עם רוכב האופנוע בפעם השנייה?



2. בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמשוואתו היא $(x-8)^2 + y^2 = 25$.
הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.
א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.
הנקודה A נמצאת על המעגל ברביע הרביעי.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 20.
ב. (1) מצאו את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה A (שתי אפשרויות).
נתון: שיפוע הישר המשיק למעגל בנקודה A הוא חיובי.
ג. מצאו את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.
ד. מצאו את שטח המרובע המוגבל על ידי הישרים המשיקים למעגל בנקודות A, B ו-C, ועל ידי ציר ה-x.

3.

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.

מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני,

לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה.

שלב שני: ריאיון אישי.

שלב שלישי: סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון:

75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?

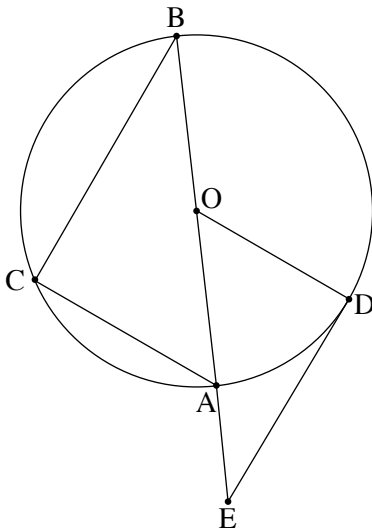
ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,

אם ידוע שהיא **לא** התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים **לא** התקבלו לעבודה בחברה.

כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. BA הוא קוטר במעגל שמרכזו O (ראו סרטוט).

C ו-D הן נקודות על המעגל כך שמתקיים: $\angle BOC = 2 \cdot \angle AOD$.

א. הוכיחו: $\angle CAB = \angle AOD$.

הנקודה E נמצאת על המשך הקוטר BA, כמתואר בסרטוט.

נתון כי ED משיק למעגל בנקודה D.

ב. הוכיחו: $CB \parallel ED$.

ג. הוכיחו: $BA \cdot OD = OE \cdot AC$.

נתון כי שטח המשולש CAB גדול פי 1.44 משטח המשולש DOE.

נסמן ב-R את רדיוס המעגל.

ד. הביעו באמצעות R את אורך הקטע AE.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC שאורכי הצלעות שלו הם:

$$AC = 6, AB = 7, BC = 8$$

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

א. (1) מצאו את גודל הזווית $\angle ABC$.

(2) מצאו את אורך התיכון AD.

(3) מצאו את גודל הזווית $\angle BAD$.

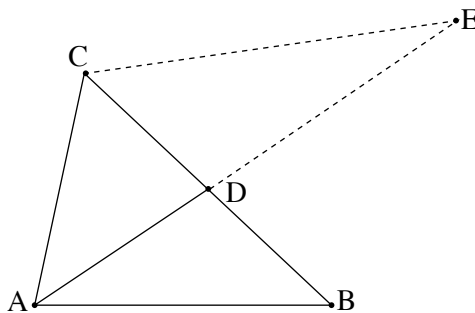
הנקודה E נמצאת על המשך AD, כמתואר בסרטוט.

נתון: שטח המשולש CDE הוא 16.

ב. מצאו את אורך DE.

מן הנקודה C הורידו אנך לתיכון AD, החותך אותו בנקודה F.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש CDF ובין שטח המשולש CDE.



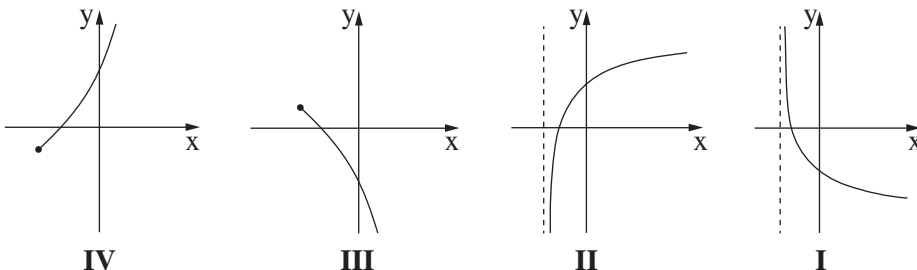
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 - ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + k$, k הוא פרמטר.
- נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$ היא $y = 1$.
- ד. (1) מצאו את k .
 - (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x - 2\sqrt{x + a}$, a הוא פרמטר.

- גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.
- א. הראו כי $a = 3$.
 - ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - ה. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
 - ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר $x = 1$, וציר ה- x .



8. נתונות הפונקציות: $g(x) = x^2$, $f(x) = -x^2 + 9x$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון מעל לגרף הפונקצייה $g(x)$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים:

ישר המאונך לציר ה- y וחותר אותו בנקודה C,

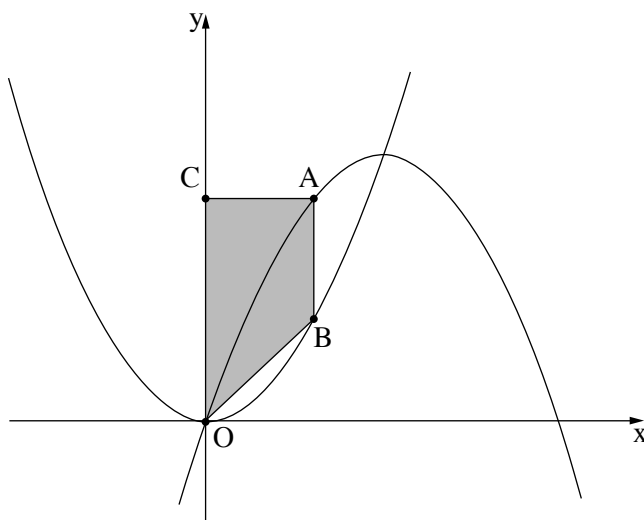
וישר המקביל לציר ה- y וחותר את גרף הפונקצייה $g(x)$ בנקודה B (ראו סרטוט).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורכי הקטעים CO , AC ו- AB .

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח הטרפז $ABOC$ הוא מקסימלי.



בהצלחה!