

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

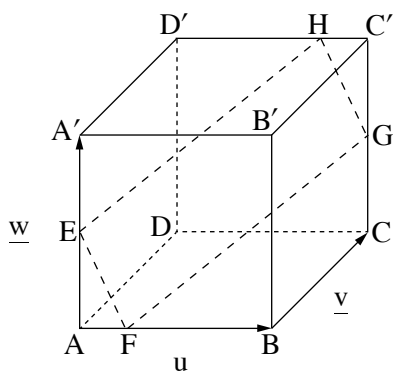
שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה



1. נתונה הקובייה $ABCA'B'C'D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו-G הן אמצעי המקצועות AA' ו- CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\overrightarrow{D'H} = \frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EH}$, $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{EF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EH}$ ו- $\overrightarrow{EF}$.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

2. כדי לבדוק את הקשר בין ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה (X) ובין ציוני בחינת הבגרות במדעי המחשב (Y), חושבו בשנה מסוימת הממוצעים, סטיות התקן ומקדם המתאם של הציונים בבחינות האלה. תוצאות החישובים היו:
- $$\bar{X} = 64, \bar{Y} = 72, s_x = 14, s_y = 9, r = 0.77.$$
- א. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון במדעי המחשב על פי הציון במתמטיקה.
- ב. באותה השנה דני נבחן במתמטיקה ובמדעי המחשב, והציון שקיבל במתמטיקה היה 90. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו הציון המשוער של דני בבחינת הבגרות במדעי המחשב?
- ג. לאחר שהתברר שהבחינה במתמטיקה באותה השנה הייתה קשה, הוסיפו לכל אחד מן הציונים במתמטיקה 4 נקודות. מהי ההשפעה של התוספת לציונים על כל אחד מן הגדלים (1)–(3) שלפניכם (כלומר, האם הוא גדל, קטן או לא השתנה)?
- נמקו את תשובותיכם.
- (1) $\bar{X}$
 - (2) s_x
 - (3) r
- בשנה שאחרי כן התקבלו בבחינות במתמטיקה ובמדעי המחשב אותם הממוצעים ואותן סטיות התקן כמפורט בתחילת השאלה.
- ידוע שמשוואת ישר הרגרסיה של הציונים בשנה זו הייתה: $y = mx + 43.2$.
- ד. (1) מצאו את הערך של m .
- (2) מצאו את מקדם המתאם של הציונים בשנה זו.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

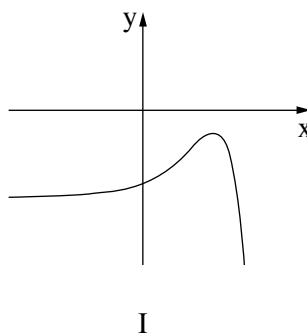
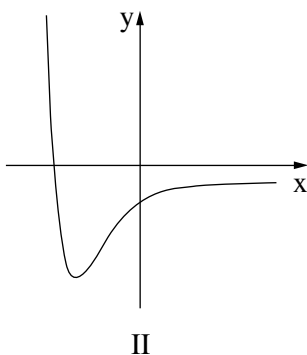
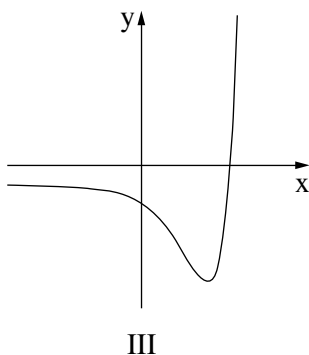
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{e}$, על ידי הישר $x = e$,

ועל ידי ציר ה- x .

5. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x .

נתון: $f'(x) = e^x - e^{2-x}$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ חיובית לכל x .

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)–(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו.

(1) $f(x) = e^x - e^{2-x} + c$

(2) $f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c$

(3) $f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c$

(4) $f(x) = e^x + e^{2-x} + c$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^2 + e - 1$.

ד. (1) מצאו את c .

(2) מצאו את ערך ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

בהצלחה!