

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
- כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

$$1. \quad \begin{cases} a_1 = 84 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases} \quad \text{נתונה סדרה המוגדרת לכל } n \text{ טבעי על ידי כלל הנסיגה:}$$

א. (1) האם הסדרה הנתונה חשבונית אן הנדסית? נמקו את תשובתכם.

(2) כתבו את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה.

ב. (1) כמה איברים חיוביים יש בסדרה?

(2) כתבו את ערכו של האיבר השלישי הראשון בסדרה.

ג. נתון כי סכום האיברים השלישיים בסדרה שווה ל- 552 - .

כמה איברים סך הכול יש בסדרה הנתונה?

2. חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הַסְפָּתִים) באתר אינטרנט מסוים.

על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית.

התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ־ 10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתוכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים,

ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.

עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ־ 10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום – לאחר השינוי?

3.

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.

מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה

שלב שני: ריאיון אישי

שלב שלישי: סדנה קבוצתית

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון:

75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?

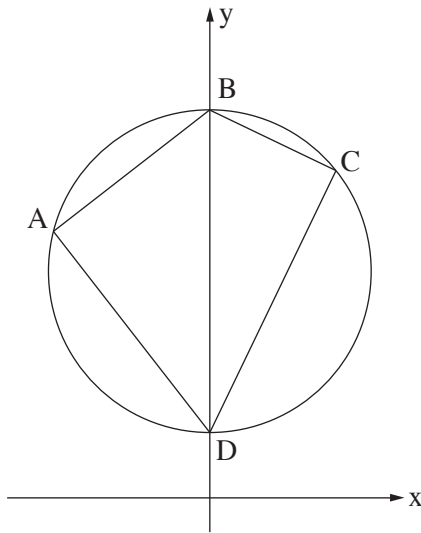
ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,

אם ידוע שהיא **לא** התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים **לא** התקבלו לעבודה בחברה.

כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני – גאומטריה



4. המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: $\angle A = \angle C$.

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $B(0, 12)$, $D(0, 2)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.

5. נתון ריבוע ABCD.

הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O.

הצלע AD חותכת את ציר ה-y בנקודה E.

הקודקוד C מונח על ציר ה-x (ראו סרטוט).

א. (1) הוכיחו: $\angle AEO = \angle BOC$.

(2) הוכיחו: $\triangle OAE \sim \triangle CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס $\frac{BO}{AE}$.

נתון: $E(0, -5)$.

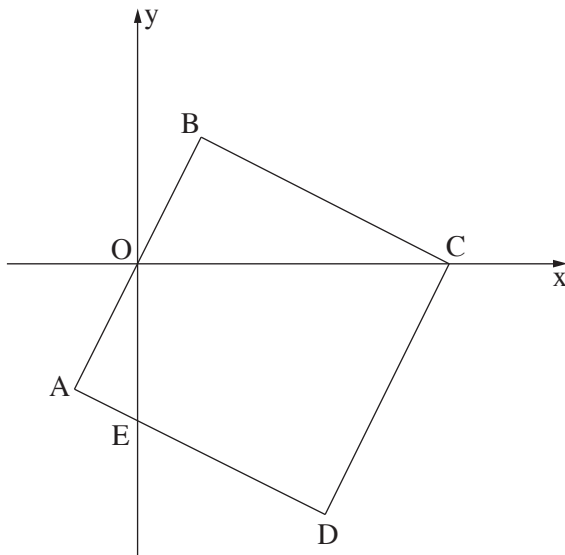
ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים: $\angle BCO = \angle OCE$? נמקו.



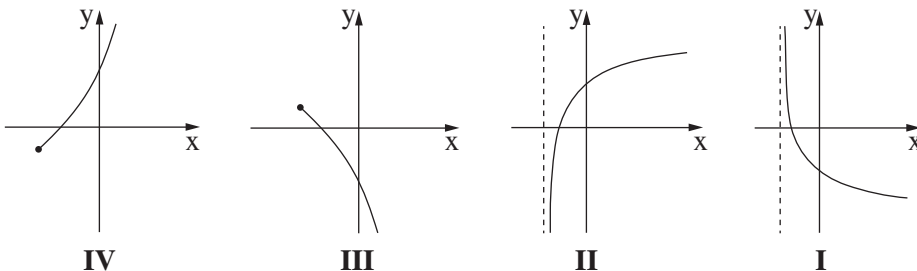
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

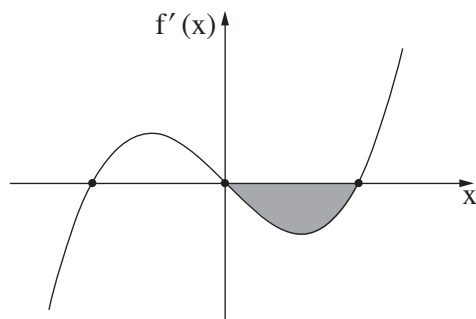
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 - ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + k$, k הוא פרמטר.
- נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$ היא $y = 1$.
- ד. (1) מצאו את k .
 - (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x - 2\sqrt{x + a}$, a הוא פרמטר.

- גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.
- א. הראו כי $a = 3$.
 - ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - ה. אחד מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$, ועל ידי ציר ה- x .





8. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$ בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x

של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל

על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

נתון: $S = 8$,

$$f(2) = 3\frac{1}{2}.$$

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2) = f(2)$.

לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

בהצלחה!