

**שים לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

## מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון — סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות  
פרק שני — גאומטריה  
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך —  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

**ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**בהצלחה!**

## השאלות

**שים לב:** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שים לב:** אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

## פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. יוסי רוצה לקנות אופנוע. מחיר האופנוע הוא 43,650 שקלים.

הוא מתלבט בין שתי הצעות שהוצעו לו לשלם בעבור האופנוע בתשלומים.

**הצעה ראשונה:** התשלומים שונים זה מזה.

כל תשלום (מלבד התשלום הראשון) גבוה מן התשלום הקודם לו במספר שקלים קבוע.

על פי ההצעה הזאת:

ההפרש בין התשלום השישי ובין התשלום השני הוא 200 שקלים.

התשלום התשיעי גבוה פי 1.2 מן התשלום הראשון.

**א.** מצא את התשלום הראשון.

**ב.** מצא את מספר התשלומים שישלם יוסי בעבור האופנוע לפי ההצעה הראשונה.

**הצעה שנייה:** התשלומים שווים זה לזה.

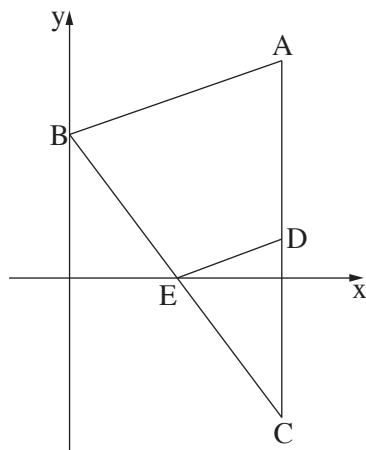
מספר התשלומים שיהיה על יוסי לשלם בעבור האופנוע זהה בשתי ההצעות (מספר התשלומים שמצאת בסעיף ב).

**ג.** מצא כמה מן התשלומים שעל יוסי לשלם לפי ההצעה הראשונה נמוכים מן התשלום הקבוע שעליו לשלם לפי

ההצעה השנייה.

2. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.
- א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה? הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
- אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
- סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.
- ב. (1) חשב את הציון הממוצע במתכונת השנייה.
- (2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמק.
- אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.
- ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?
- (2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמק את תשובתך.
3. במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג **אחד בלבד** מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
- א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?
- ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?
- ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.
- ג. (1) כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?
- (2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
- מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
- דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניך מתואר משולש  $ABC$ .

הקודקוד  $B$  נמצא על ציר ה- $y$ , והצלע  $AC$  מקבילה לציר ה- $y$ .

נתון:  $A(6,6)$ ,  $AB = \sqrt{40}$ .

שיעור ה- $y$  של הקודקוד  $B$  קטן מ-6.

א. מצא את שיעורי הקודקוד  $B$ .

הנקודה  $E$  היא אמצע הצלע  $BC$ .

נתון: הנקודה  $E$  נמצאת על ציר ה- $x$ .

ב. מצא את שיעורי הנקודות  $C$  ו- $E$ .

הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $AC$ .

מן הנקודה  $E$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$  וחותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $F$ .

ג. (1) הוכח כי המרובע  $FADE$  הוא מקבילית.

(2) חשב את שטח המקבילית  $FADE$ .

ד. מצא את גודל הזווית  $\angle DEF$ .

5.

בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו  $M$ . הנקודות  $A$ ,  $B$  ו- $C$  נמצאות על המעגל.

המשיק למעגל בנקודה  $A$  חותך את הישר  $BC$  בראשית הצירים  $O$ , כמתואר בסרטוט.

נתון:  $AC$  הוא קוטר במעגל.

א. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle OAC$ .

נתון:  $OC = 15$ ,  $BC = 3$ .

ב. מצא את אורך  $AC$ .

נתון:  $M(9, 10\frac{1}{2})$ .

ג. מצא את משוואת המעגל.

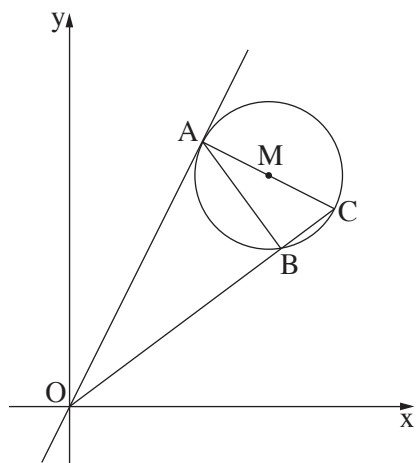
נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$  היא:  $y = 2x$ .

ד. (1) מצא את משוואת הישר  $AM$ .

(2) מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .

הישר  $AM$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $F$ .

ה. מצא את גודל הזווית  $\angle OFA$ .



## פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$ ,  $b$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הישר  $y = -2$  משיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את  $b$ .

הצב את  $b$  שמצאת בסעיף ג בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ד-ו.

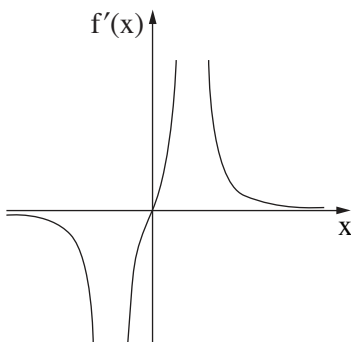
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

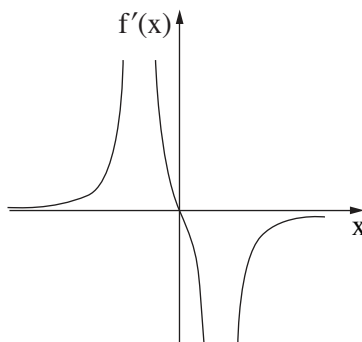
$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

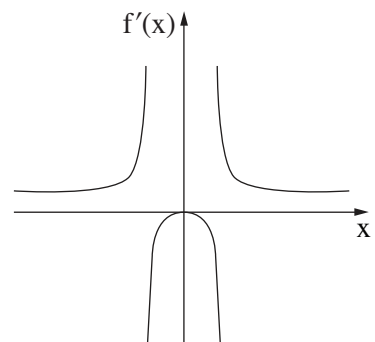
ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = \frac{1}{3}$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



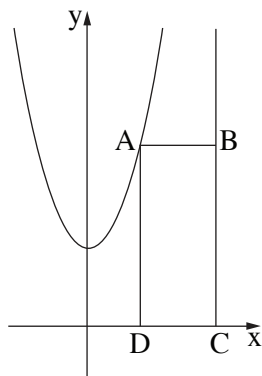
II



I

7. נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot \sqrt{x + 18}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
  - ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
  - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = -2 \cdot f(x)$ .
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב-  $A$  ו-  $B$  את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  בהתאמה.
- הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.
- חשב את שטח המשולש  $ABO$ .



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + 3$  ונתון הישר  $x = 5$ .

- הנקודה  $A$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  ברביע הראשון משמאל לישר.
- מן הנקודה  $A$  מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את הישר הנתון בנקודה  $B$ .
- הנקודות  $C$  ו-  $D$  נמצאות על ציר ה- $x$  כך שהמרובע  $ABCD$  הוא מלבן (ראה סרטוט).
- נסמן ב-  $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $A$ .
- א. מצא את הערך של  $t$  שבעבורו שטח המלבן  $ABCD$  הוא מקסימלי.
  - ב. האם ייתכן מלבן  $ABCD$  שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

**בהצלחה!**