

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך — $25 \times 4 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

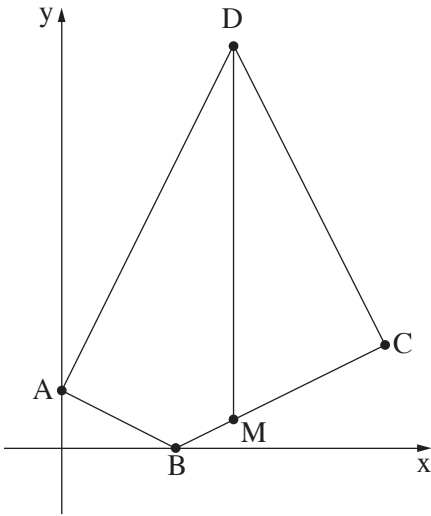
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. ביום רגיל רכבת נוסעת במסלול באורך 300 ק"מ במהירות קבועה.
יום אחד הרכבת נסעה לאורך המסלול כולו במהירות הגדולה ב- 25% ממהירותה ביום רגיל, ולכן זמן הנסיעה שלה התקצר בחצי שעה בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.
א. מצא את מהירות הרכבת ביום רגיל ואת זמן הנסיעה שלה ביום רגיל.
ביום אחר, לאחר שהרכבת נסעה במשך t דקות במהירות שלה ביום רגיל, היא נאלצה להוריד את מהירותה ב- 10 קמ"ש, והמשיכה לנסוע במהירות הנמוכה עד שהגיעה לסוף המסלול. ביום זה זמן הנסיעה של הרכבת התארך ב- 10 דקות בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.
ב. מצא את t .



2. נתון מרובע ABCD. הקודקוד A מונח על החלק החיובי של ציר ה- y

והקודקוד B מונח על ציר ה- x .

הנקודה M נמצאת על הצלע BC כך שהישר DM

מקביל לציר ה- y (ראה סרטוט).

נתון: שיעור ה- x של הנקודה M הוא 6.

משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{2}x - 2$.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-M.

נתון: $AB = 2 \cdot BM$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

נתון כי AD מאונך ל-AB.

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.

נתון כי BC מאונך ל-CD.

ד. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש MDC.

3. בעיר מסוימת נערך סקר כדי לבדוק את מספר התושבים בעיר שרוכבים על אופניים.

המשתתפים בסקר חולקו לשתי קבוצות: מבוגרים וצעירים.

נסמן ב- x את ההסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר.

בסקר נמצא:

80% מן הצעירים רוכבים על אופניים.

מספר הצעירים הרוכבים על אופניים גדול פי 4 ממספר המבוגרים שאינם רוכבים על אופניים.

נתון כי ההסתברות לבחור באקראי משתתף בסקר שאיננו רוכב על אופניים היא 0.1.

א. מצא את x .

בחרו באקראי משתתף בסקר.

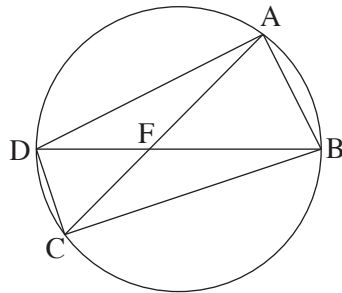
ב. אם ידוע שנבחר מבוגר, מהי ההסתברות שהוא רוכב על אופניים?

ג. מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר הוא צעיר אך שהוא רוכב על אופניים?

ד. נתון כי בסקר השתתפו 3,850 מבוגרים שרוכבים על אופניים.

כמה אנשים סך הכול השתתפו בסקר?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. נתון מעגל. המיתרים AC ו- BD נחתכים בנקודה F (ראה סרטוט).

א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle DFC$.

נתון: $\angle DAB = \angle DCB$.

ב. הוכח: BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $DF < BF$, $AF = \sqrt{32}$, $FC = \sqrt{18}$.

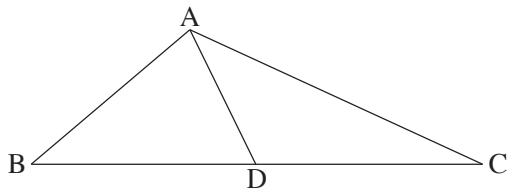
רדיוס המעגל שווה ל- 5.

ג. מצא את אורך הקטע BF.

נתון: נקודה E היא אמצע הקטע AF, ונקודה G היא אמצע הקטע FB.

$DC = \sqrt{10}$.

ד. מצא את אורך הקטע EG.



5. נתון משולש ABC (ראה סרטוט).

נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$.

א. חשב את גודל הזווית $\angle ABC$.

נתון: $BC = 12$.

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה F נמצאת באמצע הקטע AD והנקודה G נמצאת על הצלע AB.

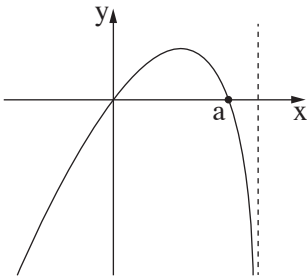
נתון: שטח המשולש GAF שווה ל- 2.

ג. חשב את אורך הקטע AG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{6x^2 - x^3}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ב. מצא את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. נתון: שיעור ה־ y של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא $\frac{1}{4}$. מצא את a .
- ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
- ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x = 2$.



7. $f(x)$ היא פונקציה שגרף פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מתואר בסרטוט שלפניך.

הגרף חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה שבה $x = a$ בלבד. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף (אם יש צורך, הבע באמצעות a). נמק את תשובתך.

נתון: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{5-x}$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את a .

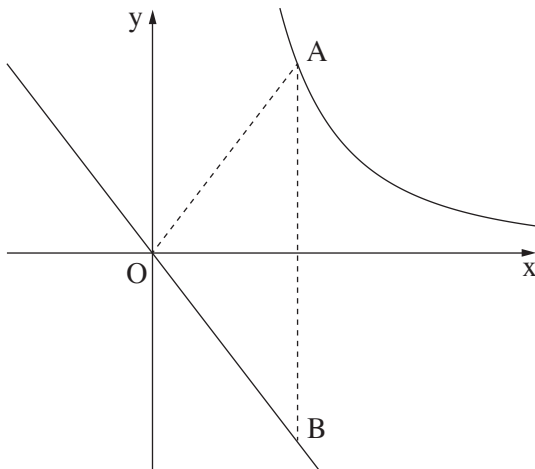
ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -3f(x)$.

ו. מצא את המשוואות של המשיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ שהשיפוע שלהם הוא 0.

8. בסרטוט שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = \frac{9}{x^2}$ המוגדרת לכל $x > 0$, והישר $y = -\frac{4}{3}x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- y ,

והוא חותך את הישר $y = -\frac{4}{3}x$ בנקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה

שטח המשולש AOB הוא מינימלי

(O – ראשית הצירים).

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה

שטח המשולש AOB הוא 4? נמק את תשובתך.

בהצלחה!