

מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה — $2 \times 33\frac{1}{3}$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n .

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d , והפרש הסדרה b_n הוא $d + 1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3 .

א. מצא את d .

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים בסדרה a_n .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 780.

סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3,040.

ד. מצא את a_1 .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא 67° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. (1) חשב את a .

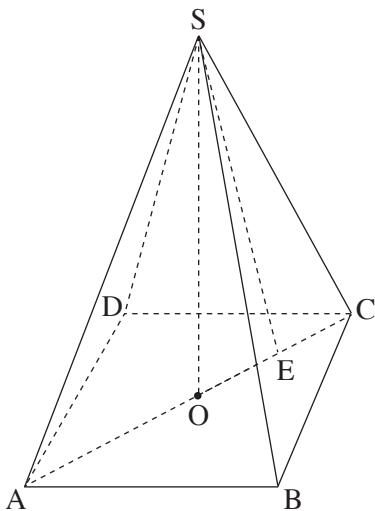
(2) הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובותיך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה, S, כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה.

חשב את נפח הפירמידה החדשה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos^2 x$, בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

- א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ב. האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
- ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמק.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, הוא פרמטר. מצא בעבור אילו ערכים של c , גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x (מצא את שני הערכים האפשריים).

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{2x} - 1 - 1$, $g(x) = e^{2-x} - 1 - 1$.

$f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות לכל x .

- א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .
 (3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 (2) הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x .
 (3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.
- ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x . תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1 + \ln x}{ax}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - ג. מצא את שיעור הנקודה x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 - ד. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי שיעור הנקודה y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.
- ה. (1) מצא את a .
 - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.
- ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

בהצלחה!