

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|--|---|---------------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה במישור | — | 20×1 | — | 20 נקודות |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, | | | | |
| | | של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | | | | סה"כ | — | 100 נקודות |

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.

בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.

בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.

המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30, והמשיכו בדרכם.

15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.

המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.

א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.

יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.

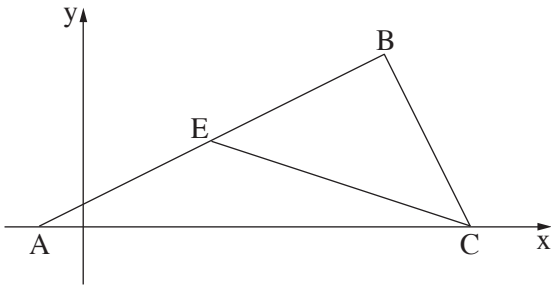
המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.

המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב־ a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה ביום שלפני כן,

ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב־ a קמ"ש מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.

המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.

ב. מצא את t.



2. CE הוא תיכון במשולש ABC.

נתון: $A(-1,0)$, $B(7,4)$,

הקודקוד C נמצא על ציר ה- x (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה E.

נתון: $EB = BC$,

שיעור ה- x של הקודקוד C גדול משיעור ה- x של הקודקוד B.

ב. מצא את שיעורי הקודקוד C.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .

האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה- x בנקודה F.

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.

(2) חשב את שטח המשולש EKF.

3. בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.

טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.

ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.

א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.

ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?

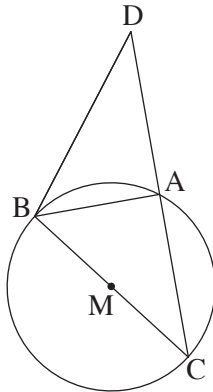
ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.

(2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. בציר שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R. BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.

הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.

נתון: $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$.

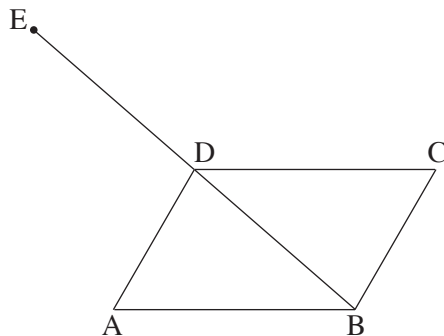
א. הוכח ש-BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.

ב. הוכח: $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.

ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.

ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.

הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.



5. ABCD היא מקבילית.

נתון: $BC = 10$, $AB = 15$.

נסמן: $\angle DAB = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$).

א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$.

ב. חשב את גודל הזווית α .

ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציר, כך ש- $ED = DB$.

ד. (1) מצא את גודל הזווית ABE.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

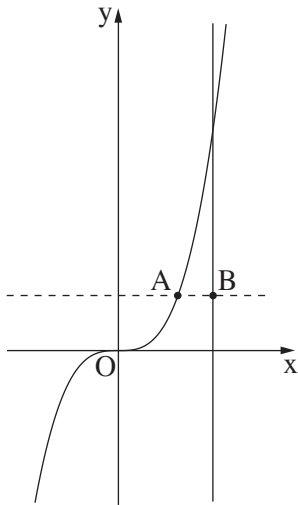
שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 5$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 5$? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 הנקודה $(2, 24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את a .
 הצב $a = 7$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 ד. מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.



8. בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$ והישר $x = 2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (הוא שיעור ה- x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$ בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

בהצלחה!