

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית,

הסתברות — 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.
- שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה.

אלונה נסעה מעיר A לעיר B,

ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C.

המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ.

מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל.

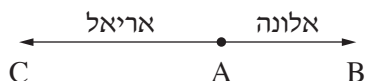
שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה.

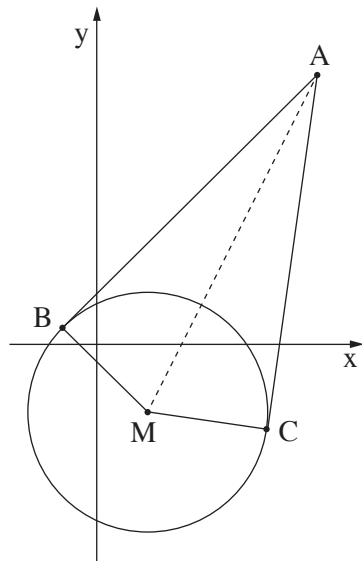
כאשר הגיעה אלונה לעיר B, עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C.

א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C?

ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B.

מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?





2. הנקודות $B(-2, 1)$ ו- $C(10, -5)$ נמצאות על מעגל שמרכזו $M(3, -4)$. מן הנקודה A , שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C , כמתואר בציור.
- א. (1) מצא את משוואות הישרים AB ו- AC .
 (2) מצא את שיעורי הנקודה A .
 ב. (1) מצא את אורך הקטע AM .
 (2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM .
 (3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.

3. במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים. הקובייה היא קוביית משחק הוגנת. בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3, המשתתף מקבל 5 נקודות, אם המספר גדול מ-3 המשתתף מקבל 10 נקודות, ואם המספר קטן מ-3 המשתתף אינו מקבל נקודות.

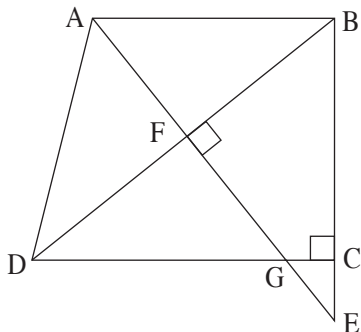
- א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?
 ב. ידוע שאחד המשתתפים צבר 15 נקודות לפחות. מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ-3?
 ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. ABCD הוא טרפז ישר זווית ($AB \parallel DC$, $\angle BCD = 90^\circ$).



E היא נקודה על המשך הצלע BC

כך שהקטע AE מאונך לאלכסון BD

וחותך אותו בנקודה F.

AE חותך את הקטע DC בנקודה G,

כמתואר בציור.

א. הוכח: $\angle AEB = \angle BDC$.

נתון כי $DC = BE$.

ב. הוכח: $\triangle DCB \cong \triangle EBA$.

נתון כי $CB = 4CE$.

ג. (1) הוכח: $\triangle GCE \sim \triangle ABE$.

(2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.

5. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).

נסמן:

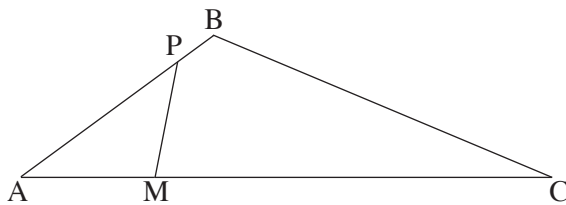
$$AP = x$$

נתון כי:

$$PM = 0.6x$$

$$\angle AMP = 100^\circ, \angle ABC = 120^\circ$$

$$MC = 12 \text{ ס"מ}, AM = 4 \text{ ס"מ}$$



- א. (1) חשב את הזווית PAM.
- (2) חשב את אורך הצלע BC.
- ב. חשב את אורך הקטע BM.
- ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle BMC}}$. נמק את תשובתך.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - a}$. $0 < a$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x = 1$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת? אם כן — מהי? אם לא — נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x) = k$? נמק.

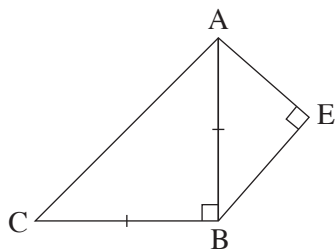
7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \leq 0$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.

- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \leq 0$.
 ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין הצירים.

8. ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\angle ABC = 90^\circ$).



- על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB.
 כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.
 נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.
 נסמן את אורך הצלע AE ב- x .
 א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.
 ב. עבור איזה ערך של x שטח המרובע AEBC הוא מינימלי?

בהצלחה!