

Mathématiques

5 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre et probabilités

2×20 — 40 points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

1×20 — 20 points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral

2×20 — 40 points

Total — 100 points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détails et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen ou les feuilles distribuées par les surveillants. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre et probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Une voiture I et une voiture II sont parties au même moment, d'un même endroit et dans la même direction.

La vitesse de la voiture I était de 50 km/h , et la vitesse de la voiture II était de 40 km/h .

Une demi-heure après le départ des deux voitures, une voiture III est également partie du même endroit, dans la même direction.

À l'instant où la voiture III a rencontré la voiture II , la distance entre la voiture I et la voiture II était de 15 km .

Les vitesses de toutes les voitures étaient constantes.

א. Déterminez la vitesse de la voiture III .

ב. Est-il possible qu'après la rencontre de la voiture III avec la voiture II , la distance entre la voiture III et la voiture I soit égale à la distance entre la voiture II et la voiture I ? Justifiez.

2. Soit une suite géométrique infinie décroissante dont tous les termes sont positifs : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$.

Chaque terme de cette suite (hormis le premier) vaut $\frac{2}{5}$ de la somme des deux termes qui lui sont adjacents (celui qui le précède et celui qui le suit).

א. Déterminez la raison de la suite a_n .

ב. Soit la suite $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.

(1) Démontrez que la suite b_n est une suite géométrique.

(2) La somme des dix premiers termes de la suite b_n vaut 20460 .

Déterminez la somme de tous les termes de la suite a_n .

3. Soit un ensemble de chiffres différents : 3 chiffres sont pairs (différents de 0) et le reste sont des chiffres impairs.

À partir des chiffres de l'ensemble donné, Yoni forme un nombre à deux chiffres de la manière suivante :

le premier chiffre qu'il choisit au hasard, est le chiffre des dizaines, et le deuxième chiffre qu'il choisit au hasard, est le chiffre des unités.

Yoni choisit chaque chiffre une fois exactement, sans remise.

- א. On donne que la probabilité que Yoni forme un nombre impair est de $\frac{4}{7}$.

Quel est le nombre de chiffres impairs dans l'ensemble donné ?

- ב. Si l'on sait que le nombre formé est pair, quelle est la probabilité que les deux chiffres que Yoni a choisis soient pairs ?

À partir des chiffres de l'ensemble donné, Émilie forme un nombre à trois chiffres de la manière suivante :

le premier chiffre qu'elle choisit au hasard, est le chiffre des centaines, le deuxième chiffre qu'elle choisit au hasard, est le chiffre des dizaines, et le troisième chiffre qu'elle choisit au hasard, est le chiffre des unités.

Émilie choisit chaque chiffre une fois exactement, sans remise.

- א. On sait que le premier chiffre choisi par Émilie est pair.

Quelle est la probabilité que dans le nombre à trois chiffres formé par Émilie, la somme des chiffres soit paire ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes (20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5 .

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. PA et PB sont des tangentes à un cercle de centre O .
 Le prolongement de BO coupe le cercle au point D
 (voir figure).

- א. Démontrez : $PO \parallel AD$.

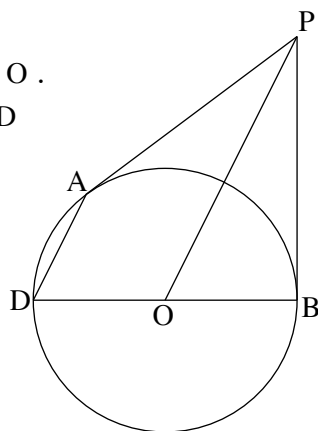
Un point C se trouve sur le diamètre DB
 tel que $AC \perp DB$.

- ב. Démontrez : $\triangle ADC \sim \triangle POB$.

PD coupe AC au point E .

- ג. Démontrez : $\triangle DEC \sim \triangle DPB$.

- ד. Démontrez : $AC = 2EC$.



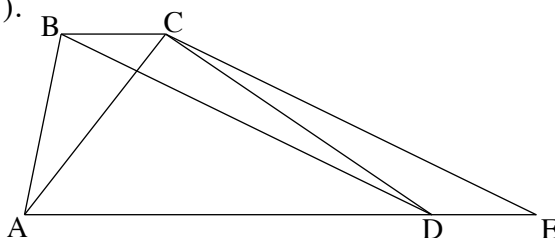
Suite en page 4 ►

5. Soit un trapèze ABCD ($BC \parallel AD$).

Un point E se trouve sur
 le prolongement de AD de sorte
 que $CE \parallel BD$ (voir figure).

On donne : $\angle CAD = 2 \angle DBC$

$$DB = 1,8 AC$$



א. Déterminez la mesure de l'angle CEA .

ב. Il est également donné que l'aire du triangle ACE est de $87,873 \text{ cm}^2$.
 Déterminez la hauteur du trapèze.

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral des polynômes, des fonctions racines, des fonctions rationnelles et des fonctions trigonométriques (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux
 premières réponses de votre copie seront corrigées.

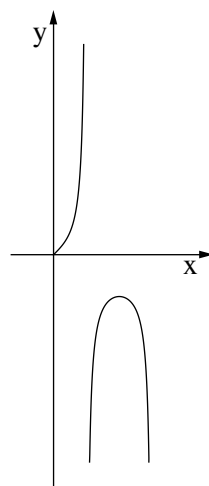
6. Soit la fonction $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x}$ et soit l'intervalle $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$
 (voir figure).

Répondez aux paragraphes א, ב et ג pour l'intervalle donné.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de
 la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les asymptotes verticales de
 la fonction $f(x)$.
 (3) Déterminez les coordonnées des points
 d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez
 leur type d'après la figure.

ב. Tracez une esquisse du graphe de
 la fonction dérivée $f'(x)$.

ג. Soit la fonction $g(x)$ vérifiant : $g(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.
 Déterminez l'aire délimitée par le graphe de
 la fonction $g(x)$, par l'axe des abscisses et
 par la droite $x = \frac{\pi}{6}$.



Suite en page 5 ►

7. Soit la fonction $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction.
- (2) Déterminez les asymptotes de la fonction perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les points d'intersection du graphe de la fonction avec les axes.
- (4) Trouvez les points d'extremum de la fonction, puis déterminez leur type.
- (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction.
- ב. La fonction $f(x)$ présente deux points d'inflexion seulement. En vous basant sur le graphe de la fonction $f(x)$, indiquez sur quel intervalle se trouve chacun de ces points.
- ג. L'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$ et par les axes, est-elle supérieure, inférieure ou égale à 4 ? Justifiez.

8. Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + a^2$, a est un paramètre supérieur à 0.

- א. Montrez que le maximum de la fonction est obtenu au point où $y > 0$.
- ב. Déterminez pour quelle valeur/quel intervalle de valeurs de a , le point de minimum de la fonction :
 - (1) se trouve sur l'axe des abscisses.
 - (2) se trouve au dessus de l'axe des abscisses.
 - (3) se trouve en dessous de l'axe des abscisses.
- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction pour chacun des trois cas du paragraphe ב.
- ד. Combien de solutions admet l'équation $\frac{1}{3}x^3 - x + 1 = 0$? Justifiez.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
 Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
 Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך