

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte 3 parties.

1^{ère} partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ points}$$

2^{ème} partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ points}$$

3^{ème} partie — Calcul différentiel et intégral

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ points}$$

$$\text{Total} - 100 \text{ points}$$

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (joints au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, notez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de votre raisonnement, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détails et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

(3) Pour vos brouillons, utilisez uniquement les feuilles du cahier d'examen ou les feuilles reçues des surveillants. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

$$2 \times 16 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיסה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמטשגחים. שימוש בטיסה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne Chance!

/Suite à la page suivante/

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

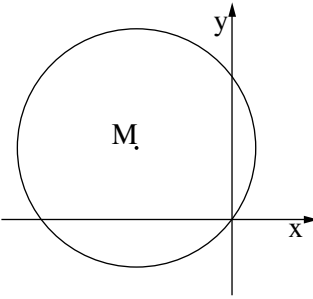
Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

($33\frac{1}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($16\frac{2}{3}$ points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

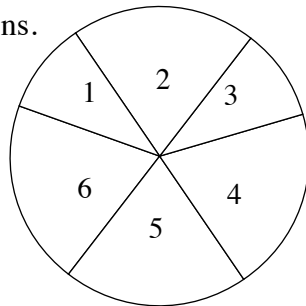
1. Chez une société de télécommunication, le coût d'une minute de communication en soirée est inférieur de 40 % que le coût d'une minute de communication en journée.
Afin d'encourager les communications effectuées en soirée, cette société a réduit de 18 % le coût de la minute de communication en soirée (le prix de la communication en journée n'a pas varié).
Après la réduction, Elad a parlé au téléphone durant 150 minutes en journée et 300 minutes en soirée, et a payé 44,64 shekels.
Déterminez le prix en *agourot* d'une minute de communication en journée, et d'une minute de communication en soirée avant la réduction.
2. Soit un cercle d'équation $(x - a)^2 + (y - 3)^2 = 25$.
 a est un paramètre.
Le cercle passe par l'origine du repère, et son centre M se trouve dans le deuxième quadrant (voir figure).



 - א. Déterminez la valeur de a .
 - ב. Déterminez les coordonnées des points du cercle, dont l'ordonnée est supérieure de 2 à leur abscisse.
 - ג. Par chacun des points que vous avez trouvés en ב , on fait passer une tangente au cercle.
Déterminez les équations de ces tangentes.

3. Une roue de loterie équilibrée est divisée en 6 portions.

Sur 2 portions, qui représentent chacune $\frac{1}{10}$ du disque, sont inscrits les numéros 1 et 3, et sur 4 portions, qui représentent chacune $\frac{1}{5}$ du disque, sont inscrits les numéros 2, 4, 5, 6, tel que décrit dans la figure.



Lorsqu'on fait tourner la roue, elle s'arrête sur un des numéros (elle ne s'arrête pas sur une ligne séparant deux portions).

א. On fait tourner la roue une fois.

Quelle est la probabilité que la roue s'arrête sur un nombre pair ?

On fait tourner la roue 5 fois.

ב. (1) Quelle est la probabilité que la roue s'arrête sur un nombre pair 2 fois tout au plus ?

(2) On sait que la roue s'est arrêtée sur un nombre pair 2 fois tout au plus. Quel est la probabilité que la roue se soit arrêtée sur un nombre pair exactement 2 fois ?

ג. Quelle est la probabilité que la roue s'arrête sur un nombre pair uniquement lors de la première fois et lors de la dernière fois ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

($33\frac{1}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 4-6 ($16\frac{2}{3}$ points par question).

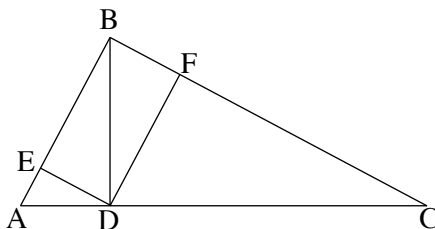
Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

4. Soit un triangle rectangle ($\angle ABC = 90^\circ$).

BD est la hauteur du triangle relative au côté AC.

F est un point sur BC tel que $DF \perp BC$.

E est un point sur BA tel que $DE \perp BA$ (voir figure).



א. Démontrez que EF et BD sont égaux et se coupent en leurs milieux.

ב. Démontrez que $ED^2 = DF \cdot AE$.

/suite en page 4/

5. Soit un trapèze isocèle ABCD ($AB \parallel DC$).

Les points E et F sont respectivement les milieux des bases AB et DC (voir figure).

א. (1) Démontrez que $ED = EC$.

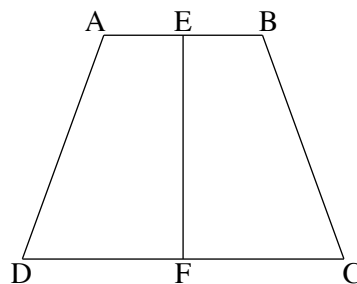
(2) Démontrez que $EF \perp DC$.

ב. On donne : $AB = 4 \text{ cm}$

$BC = 6 \text{ cm}$

$\angle EBC = 110^\circ$

Déterminez la mesure de l'angle ECB.



6. On fait passer par le point A deux tangentes au cercle, AB et AD.

Le point C se trouve sur le cercle en dehors du triangle ABD (voir figure).

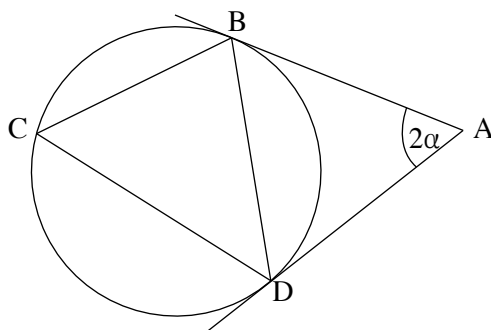
On donne : le rayon du cercle est de 10 cm.

$\angle BAD = 2\alpha$

א. (1) Démontrez que $\angle BCD = 90^\circ - \alpha$.

(2) Exprimez la longueur de AB en fonction de α .

ב. Si on donne également que $\alpha = 30^\circ$ et que $\angle CBD = 70^\circ$, calculez la longueur de AC.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral des polynômes, des fonctions rationnelles et des fonctions racine (33 $\frac{1}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 7-9 (16 $\frac{2}{3}$ points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

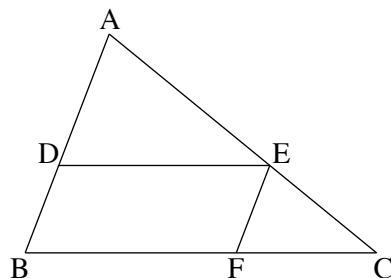
7. Soit la fonction $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction.
- ב. Trouvez les points d'intersection du graphe de la fonction avec les axes.
- ג. Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x) > 0$? Justifiez.
- ד. Trouvez les coordonnées des points d'extremum du graphe de la fonction, puis déterminez leur type.
- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction.
- ו. Combien de solutions l'équation $-x^2\sqrt{x+5} = -14$ admet-elle ? Justifiez.

8. Soit un parallélogramme DEFB dont les longueurs des côtés sont :

$BD = 40$ cm , $DE = 90$ cm .

Le point A est situé sur le prolongement du côté BD et le point C est situé sur le prolongement du côté BF , de telle sorte que la droite AC passe par le sommet E (voir figure).



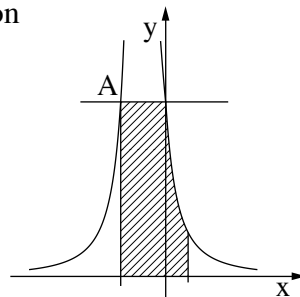
א. On note : $AD = x$.

En vous aidant du principe des triangles semblables [דמיון משולשים], exprimez la longueur du segment FC en fonction de x .

- ב. Déterminez x pour lequel la somme des côtés AB et BC est minimale.
- ג. Déterminez la somme minimale des côtés AB et BC .

9. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction

$$f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}.$$



- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction.
- ב. Déterminez les asymptotes de la fonction perpendiculaires aux axes.
- ג. On a fait passer une droite parallèle à l'axe des abscisses par le point d'intersection du graphe de la fonction avec l'axe des ordonnées. Cette droite coupe le graphe de la fonction en un point supplémentaire, A (voir figure).
 - (1) Déterminez les coordonnées du point A.
 - (2) On a fait passer par le point A une perpendiculaire à l'axe des abscisses. Déterminez l'aire délimitée par cette perpendiculaire, par la droite parallèle, par le graphe de la fonction, par la droite $x = \frac{1}{2}$ et par l'axe des abscisses (l'aire hachurée sur la figure).

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך