

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: חורף תשס"ח, 2008  
מספר השאלון: 307, 035007  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ז'

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
פרק שני – מספרים מרוכבים,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים ( $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה  $(1, 6)$  נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 2px$ ,

והנקודה  $(4, -12)$  נמצאת על מעגל קנוני.

א. מצא את משוואת הישר שעליו מונח המיתר המשותף לפרבולה ולמעגל הקנוני.

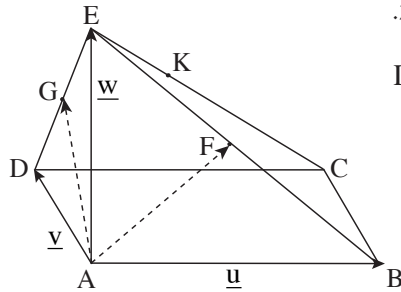
ב. המיתר המשותף לפרבולה ולמעגל הקנוני הוא קוטר של מעגל נוסף.

באחת מנקודות החיתוך שבין המעגל הקנוני ובין המעגל הנוסף, העבירו משיקים

לשני המעגלים (משיק לכל מעגל).

מצא את הזווית בין שני המשיקים.

+ נספח



2. בפירמידה ABCDE הבסיס ABCD הוא מקבילית.

הנקודות F ו-G הן אמצעי המקצועות BE ו-DE בהתאמה.

נסמן:  $\vec{AB} = \underline{u}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AE} = \underline{w}$  (ראה ציור).

א. נקודה K נמצאת על המקצוע CE,

$$\text{ומתקיים } \vec{AK} = \alpha \vec{AG} + \beta \vec{AF}.$$

נסמן:  $\vec{EK} = t \vec{EC}$ . ( $\alpha, \beta, t$  – פרמטרים).

(1) הבע באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטור  $\vec{AK}$ .

(2) חשב באיזה יחס הנקודה K מחלקת את EC.

ב. הסבר מדוע הנקודות A, G, F, K נמצאות באותו מישור.

3. נתונים שני מישורים נחתכים:  $\pi_1: 2x + y - 2z = 0$

$$\pi_2: x - 2y + 2z = 0$$

א. נקודה  $(x, y, z)$  נמצאת על ישר, הנמצא במרחק 3 יחידות ממישור  $\pi_1$

ובמרחק 5 יחידות ממישור  $\pi_2$ .

מצא הצגה פרמטרית של ישר אחד כזה (מבין ארבעה ישרים אפשריים).

ב. הישר שמצאת בסעיף א חותך את המישור xz בנקודה A,

ואת המישור yz בנקודה B.

מהנקודות A ו-B מורידים אנכים למישור  $\pi_2$ . האנכים חותכים את המישור  $\pi_2$

בנקודות D ו-C בהתאמה.

מצא את שטח המלבן ABCD. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה

העשרונית.

### פרק שני – מספרים מרוכבים,

#### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

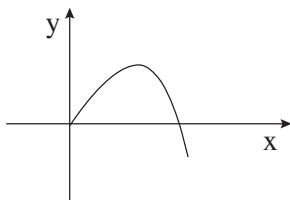
4. א.  $z$  הוא מספר מרוכב המקיים את המשוואה:  $z^2 - (2\cos\theta) \cdot z + 1 = 0$ ,

$\theta$  הוא פרמטר ממשי.

(1) הבע באמצעות  $\theta$  את שני הפתרונות של המשוואה,  $z_1$  ו-  $z_2$ .

(2)  $O$  היא ראשית הצירים במישור גאוס.

הבע באמצעות  $\theta$  את גודל הזווית שבין  $Oz_1$  ובין  $Oz_2$ .



ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x - \frac{\sin x}{\cos x}$

בתחום  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$  (ראה ציור).

לפונקציה יש מקסימום בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{4}$ .

בנקודת המקסימום העבירו משיק לגרף הפונקציה.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-  $y$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + a \log_{\frac{1}{2}} (6-x)$ ,  $a$  – פרמטר.

ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 4$ , חותך את ציר ה-  $x$  בנקודה

שבה  $x = 4 + 12 \ln 2$ .

מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ב. פתור את האי-שוויון  $x^{(\log_2 x + \log_{\frac{1}{4}} 4)} < 4$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

### בהצלחה!