

מתמטיקה

שאלון ג'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- | | | | | | |
|--------------------------------------|---|---------------------------|---|------------------|--------|
| פרק ראשון – אלגברה | – | $33 \frac{1}{3} \times 1$ | – | $33 \frac{1}{3}$ | נקודות |
| פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | – | $33 \frac{1}{3} \times 2$ | – | $66 \frac{2}{3}$ | נקודות |
| סה"כ | – | | | 100 | נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 - לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

פתור אחת מהשאלות 1-3.

1. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = c \\ a_{n+1} = 8n - a_n \end{cases}$$

(c הוא פרמטר)

א. הבע את האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 באמצעות c .

נתון כי האיברים a_2 , a_3 ו- a_4 מהווים סדרה חשבונית.

ב. חשב את c .

ג. חשב את הפרש הסדרה.

2. במשולש ABC נקודה D היא אמצע הצלע BC.

DE הוא אנך לצלע BC (ראה ציור).

משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.

משוואת האנך DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

א. מצא את שיעורי הנקודה D.

ב. מצא את משוואת הצלע BC.

ג. נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.

מצא את שיעורי הקדקודים B ו- C.

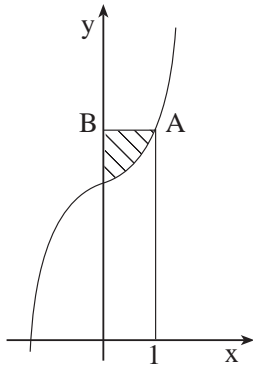
/המשך בעמוד 3/

3. סוחר קנה שני מוצרים, ושילם תמורתם סך הכול 2000 שקלים.
את המוצר הראשון מכר הסוחר בהפסד של 10%, ואת המוצר השני מכר ברווח של 20%. הסוחר מכר את שני המוצרים ב- 2160 שקלים סך הכול.
בכמה שקלים קנה הסוחר כל אחד משני המוצרים?

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

פתור שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

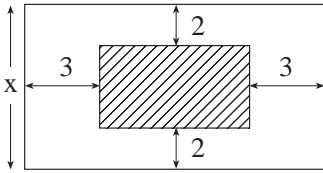
4. נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 3$.



- הישר $x = 1$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A.
מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את ציר ה- y בנקודה B (ראה ציור).
א. מצא את שיעורי הנקודה A.
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר AB ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 16}$.

- א. מצא את שיעורי הנקודה, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא אפס.
ב. גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y בנקודה A.
מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.



6. בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ,

נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות

לצלעות המלבן החיצוני.

רוחב השוליים הצרים הוא 2 ס"מ מכל צד,

ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד (ראה ציור).

א. נסמן ב- x את רוחב המלבן החיצוני, כמסומן בציור.

הבע באמצעות x את אורך המלבן החיצוני, ואת שטח המלבן הפנימי.

ב. מצא את x שעבורו שטח המלבן הפנימי (השטח המקווקו) הוא מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך התרבות והספורט

נוסחאון מתמטיקה

3 יחידות לימוד (החל מקיץ תשנ"ז)

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

נוסחאות הכפל

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים: } (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית}$$

מערכת צירים

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{שיפוע ישר דרך } (x_1, y_1) \text{ ו- } (x_2, y_2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר דרך } (x_1, y_1)$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{נקודת אמצע M של קטע שקצותיו הם } A(x_1, y_1) \text{ ו- } B(x_2, y_2) \text{ מקיימת:}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad \text{המרחק d בין הנקודות } A(x_1, y_1) \text{ ו- } B(x_2, y_2) \text{ מקיים:}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \text{הישרים: } y = m_1x + n_1 \text{ , } y = m_2x + n_2 \text{ מאונכים זה לזה אם ורק אם}$$

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2 \quad \text{משוואת מעגל שמרכזו } (m, n) \text{ ורדיוסו } r$$

סדרות

| סדרה הנדסית | סדרה חשבונית | |
|------------------------------------|--|-----------|
| $a_n = a_1 q^{n-1}$ | $a_n = a_1 + (n-1)d$ | איבר n-י: |
| $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ | $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ | סכום: |

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

חזקות ולוגריתמים

$$e^x = a \Leftrightarrow x = \ln a$$

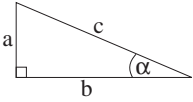
$$(a^x)^y = a^{xy}$$

טריגונומטריה

זהויות

$$\begin{array}{llll} \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha & \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha & \cos(-\alpha) = \cos \alpha & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha & \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha & \sin(-\alpha) = -\sin \alpha & \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \end{array}$$

פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

שטח משולש

הנדסת המישור

שטחים והיקפים

שטח עיגול: $S = \pi r^2$ (a גובה לצלע h) שטח משולש: $S = \frac{a \cdot h}{2}$

שטח גזרת עיגול: $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$ (a גובה לצלע h) שטח מקבילית: $S = a \cdot h$

היקף מעגל: $\ell = 2\pi r$ (a, b, h בסיסי הטרפז, h גובה) שטח טרפז: $S = \frac{(a+b)h}{2}$

אורך קשת מעגל: $\ell = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

תכונות של מצולעים

משולש שווה-שוקיים: חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.

מקבילית: האלכסונים חוצים זה את זה.

מלבן: האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

מעוין: האלכסונים חוצים זה את זה וניצבים זה לזה.

טרפז שווה-שוקיים: הזוויות ליד אותו בסיס שוות זו לזו, והאלכסונים שווים זה לזה.

הנדסת המרחב

| | | | | | |
|---------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|------------------|----------------------------|
| $P = 4\pi R^2$ | <u>שטח פנים</u> | <u>כדור:</u> | $V = B \cdot h$ | <u>נפח</u> | <u>מנסרה וגליל:</u> |
| $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ | <u>נפח</u> | | שטח הבסיס | — | B |
| | | | גובה הגוף | — | h |
| $V = \frac{B \cdot h}{3}$ | <u>נפח</u> | <u>פירמידה וחרוט:</u> | $M = P \cdot h$ | <u>שטח מעטפת</u> | |
| שטח הבסיס | — | B | היקף הבסיס | — | P |
| גובה הגוף | — | h | גובה הגוף | — | h |

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$ נגזרת של מכפלת פונקציות:

$(x^n)' = nx^{n-1}$

כלל השרשרת:

$(e^x)' = e^x$

נגזרת של פונקציה מורכבת $F(u(x))$ היא: $F'(u) \cdot u'(x)$,

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

כאשר $u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x

$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$

ו- $F'(u)$ היא נגזרת של F לפי u .

אינטגרלים (מידים)

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$

$\int e^x dx = e^x + C$

$\int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$

סטטיסטיקה והסתברות

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$$

ממוצע

x_n, \dots, x_2, x_1 השכיחויות של f_n, \dots, f_2, f_1

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

סטיית תקן

הסתברויות

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ ההסתברות של A או B (A, B – מאורעות):

$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$ ההסתברות של A וגם B, כאשר A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים:

$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ הסתברות המאורע המשלים ל-A:

טבלת התפלגות נורמלית (0,1) מצטברת, כוללת ערכי z שליליים

| Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| -3.0 | 0.0013 | 0013 | 0013 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 |
| -2.9 | 0.0019 | 0018 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 |
| -2.8 | 0.0026 | 0025 | 0024 | 0023 | 0023 | 0022 | 0021 | 0021 | 0020 | 0019 |
| -2.7 | 0.0035 | 0034 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 |
| -2.6 | 0.0046 | 0045 | 0044 | 0043 | 0041 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 |
| -2.5 | 0.0062 | 0060 | 0059 | 0057 | 0055 | 0054 | 0052 | 0051 | 0049 | 0048 |
| -2.4 | 0.0082 | 0080 | 0078 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0068 | 0066 | 0064 |
| -2.3 | 0.0107 | 0104 | 0102 | 0099 | 0096 | 0094 | 0091 | 0089 | 0087 | 0084 |
| -2.2 | 0.0139 | 0135 | 0132 | 0129 | 0125 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 |
| -2.1 | 0.0179 | 0174 | 0170 | 0166 | 0162 | 0158 | 0154 | 0150 | 0146 | 0143 |
| -2.0 | 0.0227 | 0222 | 0217 | 0212 | 0207 | 0202 | 0197 | 0192 | 0188 | 0183 |
| -1.9 | 0.0287 | 0281 | 0274 | 0268 | 0262 | 0256 | 0250 | 0244 | 0238 | 0233 |
| -1.8 | 0.0359 | 0350 | 0344 | 0336 | 0329 | 0322 | 0314 | 0307 | 0301 | 0294 |
| -1.7 | 0.0446 | 0436 | 0427 | 0418 | 0409 | 0401 | 0392 | 0384 | 0375 | 0367 |
| -1.6 | 0.055 | 054 | 053 | 052 | 0505 | 0495 | 0485 | 0475 | 0465 | 0455 |
| -1.5 | 0.067 | 065 | 064 | 063 | 062 | 061 | 059 | 058 | 057 | 056 |
| -1.4 | 0.081 | 079 | 078 | 076 | 075 | 074 | 072 | 071 | 069 | 068 |
| -1.3 | 0.097 | 095 | 093 | 092 | 090 | 089 | 087 | 085 | 084 | 082 |
| -1.2 | 0.115 | 113 | 111 | 109 | 107 | 106 | 104 | 102 | 100 | 098 |
| -1.1 | 0.136 | 134 | 131 | 129 | 127 | 125 | 123 | 121 | 119 | 117 |
| -1.0 | 0.159 | 156 | 154 | 152 | 149 | 147 | 145 | 142 | 140 | 138 |
| -0.9 | 0.184 | 181 | 179 | 176 | 174 | 171 | 168 | 166 | 163 | 161 |
| -0.8 | 0.212 | 209 | 206 | 203 | 200 | 198 | 195 | 192 | 189 | 187 |
| -0.7 | 0.242 | 239 | 236 | 233 | 230 | 227 | 224 | 221 | 218 | 215 |
| -0.6 | 0.274 | 271 | 268 | 264 | 261 | 258 | 255 | 251 | 248 | 245 |
| -0.5 | 0.308 | 305 | 301 | 298 | 295 | 291 | 288 | 284 | 281 | 278 |
| -0.4 | 0.345 | 341 | 337 | 334 | 330 | 326 | 323 | 319 | 316 | 312 |
| -0.3 | 0.382 | 378 | 375 | 371 | 367 | 363 | 359 | 356 | 352 | 348 |
| -0.2 | 0.421 | 417 | 413 | 409 | 405 | 401 | 397 | 394 | 390 | 386 |
| -0.1 | 0.460 | 456 | 452 | 448 | 444 | 440 | 436 | 432 | 429 | 425 |
| -0.0 | 0.500 | 496 | 492 | 488 | 484 | 480 | 476 | 472 | 468 | 464 |
| 0.0 | 0.500 | 504 | 508 | 512 | 516 | 520 | 524 | 528 | 532 | 536 |
| 0.1 | 0.540 | 544 | 548 | 552 | 556 | 560 | 564 | 568 | 571 | 575 |
| 0.2 | 0.579 | 583 | 587 | 591 | 595 | 599 | 603 | 606 | 610 | 614 |
| 0.3 | 0.618 | 622 | 625 | 629 | 633 | 637 | 641 | 644 | 648 | 652 |
| 0.4 | 0.655 | 659 | 663 | 666 | 670 | 674 | 677 | 681 | 684 | 688 |
| 0.5 | 0.692 | 695 | 699 | 702 | 705 | 709 | 712 | 716 | 719 | 722 |
| 0.6 | 0.726 | 729 | 732 | 736 | 739 | 742 | 745 | 749 | 752 | 755 |
| 0.7 | 0.758 | 761 | 764 | 767 | 770 | 773 | 776 | 779 | 782 | 785 |
| 0.8 | 0.788 | 791 | 794 | 797 | 800 | 802 | 805 | 808 | 811 | 813 |
| 0.9 | 0.816 | 819 | 821 | 824 | 826 | 829 | 832 | 834 | 837 | 839 |
| 1.0 | 0.841 | 844 | 846 | 848 | 851 | 853 | 855 | 858 | 860 | 862 |
| 1.1 | 0.864 | 866 | 869 | 871 | 873 | 875 | 877 | 879 | 881 | 883 |
| 1.2 | 0.885 | 887 | 889 | 891 | 893 | 894 | 896 | 898 | 900 | 902 |
| 1.3 | 0.903 | 905 | 907 | 908 | 910 | 911 | 913 | 915 | 916 | 918 |
| 1.4 | 0.919 | 921 | 922 | 924 | 925 | 926 | 928 | 929 | 931 | 932 |
| 1.5 | 0.933 | 935 | 936 | 937 | 938 | 939 | 941 | 942 | 943 | 944 |
| 1.6 | 0.945 | 946 | 947 | 948 | 9495 | 9505 | 9515 | 9525 | 9535 | 9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 9564 | 9573 | 9582 | 9591 | 9599 | 9608 | 9616 | 9625 | 9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 9650 | 9656 | 9664 | 9671 | 9678 | 9686 | 9693 | 9699 | 9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 9719 | 9726 | 9732 | 9738 | 9744 | 9750 | 9756 | 9762 | 9767 |
| 2.0 | 0.9773 | 9778 | 9783 | 9788 | 9793 | 9798 | 9803 | 9808 | 9812 | 9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 9826 | 9830 | 9834 | 9838 | 9842 | 9846 | 9850 | 9854 | 9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 9865 | 9868 | 9871 | 9875 | 9878 | 9881 | 9884 | 9887 | 9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 9896 | 9898 | 9901 | 9904 | 9906 | 9909 | 9911 | 9913 | 9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 9920 | 9922 | 9925 | 9927 | 9929 | 9931 | 9932 | 9934 | 9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 9940 | 9941 | 9943 | 9945 | 9946 | 9948 | 9949 | 9951 | 9952 |
| 2.6 | 0.9954 | 9955 | 9956 | 9957 | 9959 | 9960 | 9961 | 9962 | 9963 | 9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 9966 | 9967 | 9968 | 9969 | 9970 | 9971 | 9972 | 9973 | 9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 9975 | 9976 | 9977 | 9977 | 9978 | 9979 | 9979 | 9980 | 9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 9982 | 9983 | 9983 | 9984 | 9984 | 9985 | 9985 | 9986 | 9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 9987 | 9987 | 9988 | 9988 | 9989 | 9989 | 9989 | 9990 | 9990 |
| Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |