

טרום אלגברה

פיתוח חשיבה אלגברית בבית הספר היסודי

THE ALGEBRA OF LITTLE KIDS

ד"ר גיוני אוברמן

המכללה האקדמית לחינוך שאנן

1. כבר יותר מ 10 שנים יש התעניינות מוגברת על המקום של פעילות אלגברית בכתות של בית הספר היסודי.
2. הסיבות להתעניינות מוגברת הן בגלל החשיבות באלגברה לתובנה חשבונית מובנת ומוכללת. (לדוגמה-חוק הפילוג, מושג המשתנה, וכ')
3. כל המחקרים מציינים ש" ילדים צעירים מסוגלים לעשות יותר ממה שצפינו עד עכשיו.
4. שלושת המרכיבים העיקריים של אלגברה בבית הספר הם
 - א- ההכללה של דגמים (Patterns) דגמים של מספרים או גיאומטריים.
 - ב- ההכללה של חוקים מספריים.
 - ג- מצבים של פונקציה.

5. שלושת המרכיבים האלו מעמידים לפני הלומד פעילויות יוצרניות מאחר שכל מרכיב כורך בתוכו איזה אובייקט של אלגברה : **משוואה** המקשרת כמויות, תיאור או קשר המבטא את **ההכללה של דגם**, או **חוק** המבטא את ההתנהגות הכללית בתחום המספר.

6. הרבה מאתנו מסתכלים על האלגברה כמניפולציות אלגבריות וחושבים שזאת אלגברה (מרבית המבוגרים חושבים שזה משמאפיין אלגברה-מלימודי תיכון).

7. החשיבות של "טרום אלגברה" בבית הספר היסודי היא :

(א) ניתוח של קשרים

(ב) הכללה

(ג) שימת לב למבנה

(ד) לחזות ((predict)

קשרים והמשכיות בין תכנית הלימודים של בית הספר היסודי ושל חטיבת הביניים החדשה

עקרונות ומבנה תכנית הלימודים של חטיבת ביניים.
תכנית הלימודים מחולקת לשלושה תחומים-אלגברי,
מספרי, וגיאומטרי.

בתחום האלגברי מתקיימים שלושה סבבים בכתה ז.

(משרד החינוך, המזכירות הפדגוגית - אגף מדעים הפיקוח על המתמטיקה)

התחום האלגברי סבב 1

משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות-הצבת מספרים וחישוב הערך המספרי של הביטוי.

-שוויון בין ביטויים אלגבריים, כינוס איברים דומים.

הישענות על ידע שנלמד בבית הספר היסודי

משתנים וביטויים אלגבריים

מושג משתנה הוא מושג חדש שלא נלמד בבית הספר היסודי. בבית הספר היסודי הכירו משוואות שחסר בהם מספר אחד או כמה מספרים $3+? > 9$, $3+? = 8$

דוגמאות מתוך ת"ל של חט"ב לפרק "משתנים וביטויים אלגבריים"

בבית הספר היסודי התלמידים נשאלים בשאלות מסוג זה על מצב אחד בלבד. **הדגש** הוא על **זיהוי פעולות החשבון** המתאימות לפתרון השאלות ולא על הכללה וראיית תבנית שבעזרתה ניתן לפתור מצבים שונים של אותו סיטואציה.

1 א. מחיר ליטר דלק הוא 7 ₪.

מחיר העלות של 20 ליטר? של 30 ליטר? מהי העלות של b
ליטרים? מהי עלות כש: $b=40$

שאלה מבוססת על הבנת מבנה הכפלי. ביסודי עוסקים בזה החל מכתה ב'. החל מכתה ד' שאלות מסוג זה במספרים גדולים ובהמשך בשברים.

1. ב בלילה בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים בעבור כל מילוי דלק. מהי העלות של 20 ליטרים של דלק בלילה? של 30? מהי העלות של b ליטרים בלילה? מהי העלות כש $b=30$?

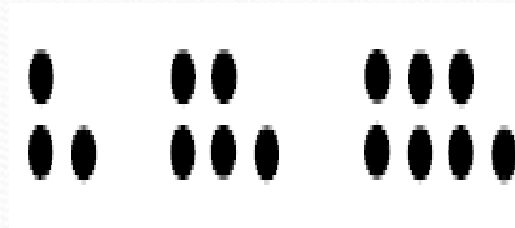
בשאלה זו יש **שילוב של שתי פעולות חשבון**. בשאלות מסוג זה עוסקים מסוף כתה ג'. החל מכתה ד' יש שאלות מסוג זה במספרים גדולים וגם בשברים.

2. מהו היקפו של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ, 7 ס"מ, m ס"מ?

שאלות חיבור מסוג זה שניתן כבר בכתה א'. נושא של משולש שווה צלעות בכתות ג ו-ה. בכתה א' ההקשרים הם אחרים.

3. לפניכם שלושה איברים ראשונים (משמאל לימין) בסדרה של

קבוצת סימנים



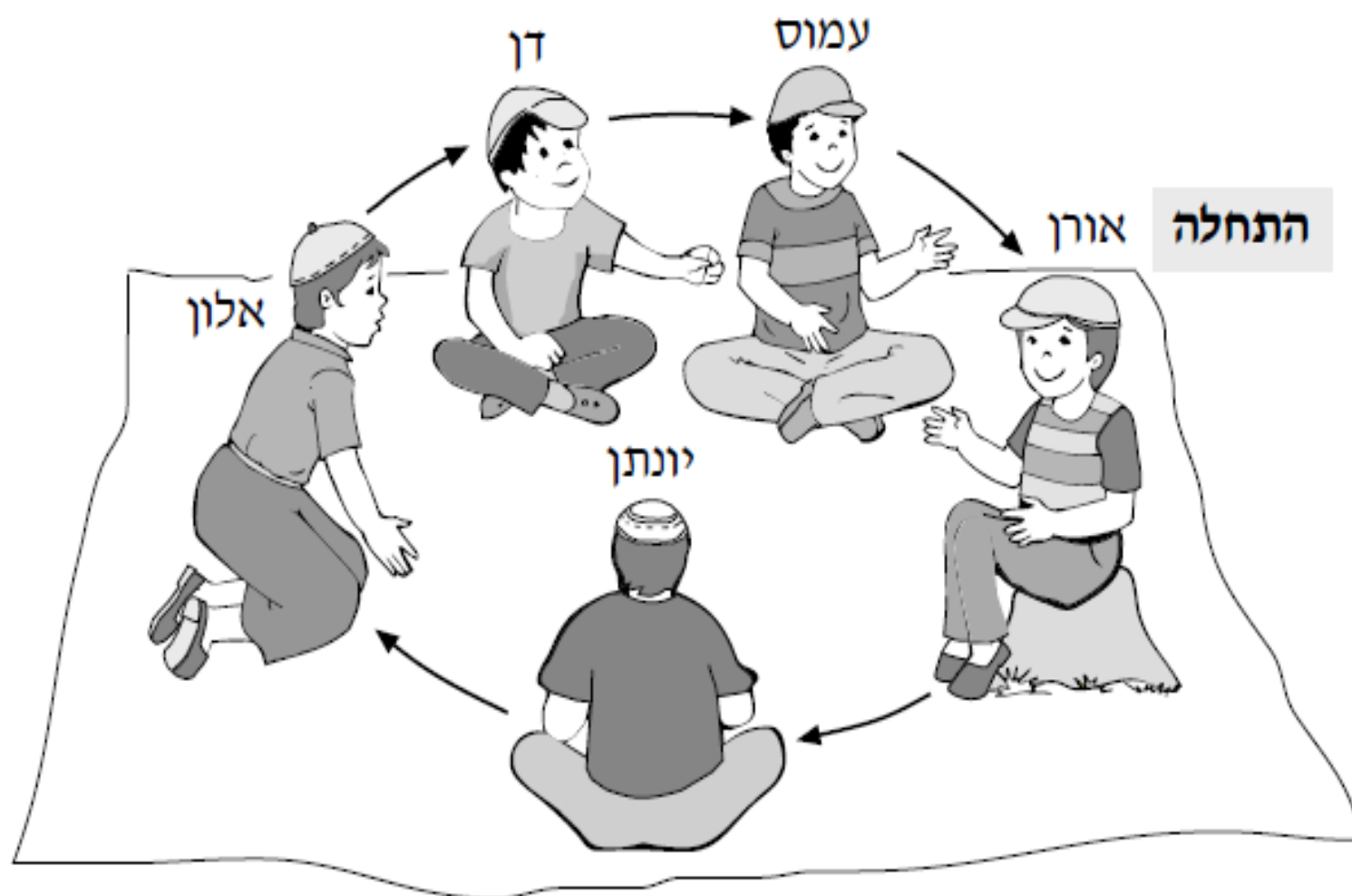
א. כמה סימנים בכל אחד מהאיברים המוצגים

ב. הצג המשך לסדרה....

ג. מהו האיבר ה-9 בסדרה וכ'.

בשאלה זו מופעים מונחים או הצעות לפתרון שלא נעשה בהם שימוש בבית הספר היסודי. "איבר", "עוקבים" (פרט למספר עוקב בטבעיים), מושג הסדרה (רק סדרות של מספרים). שאלות של הכללה וחוקיות בית הספר היסודי במסגרת של עיסוק במשימות חקר. שתי דוגמאות ממיצב כתה ה'

ילדים משחקים במשחק שבו יושבים במעגל ואומרים את המספרים לפי הסדר, מ-1 עד 100. כל ילד בתורו אומר מספר אחד.



ענו על השאלות:

א. מי יאמר את המספר **9**? תשובה: _____

ב. מי יאמר את המספר **20**? תשובה: _____

ג. מי הילד שכל המספרים שהוא אומר, מתחלקים ב- **5**?

תשובה: _____

ד. מי יאמר את המספר **49**? תשובה: _____

ה. אלון יאמר את המספר **63**. מהו המספר הבא שאלון יאמר?



לפניכם סדרה של ציורים.



ציור מספר 1 הוא מטוס.

ציור מספר 2 הוא שעון.

א. השלימו: ציור מספר 7 הוא _____.

אם נמשך לצייר את הציורים באותו הסדר, מה יהיה כל אחד מהציורים האלה?

ב. ציור מספר 9 יהיה _____.

ג. ציור מספר 12 יהיה _____.

הצבת מספרים בביטויים אלגבריים וחישוב ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים.

פעולת ההצבה היא פעולה חדשה שנלמדת בחט"ב. חישוב הערך המספרי של הביטוי לאחר ההצבה הוא מיומנות מוכרת מבית הספר היסודי (היכרות עם סדר פעולות חשבון). בטבעיים עם 4 הפעולות עסקו מכתות א-ו. העיסוק ב 4 פעולות בשברים בעיקר בכתה ו' ולכן בכתה ז' לתלמיד יש התנסות מועטה מכתה ו'.

דוגמה מחט"ב: מחיר ק"ג עגבניות הוא a שקלים ומחיר ק"ג מלפפונים הוא b שקלים. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים.

שאלות מורכבות במבנה כזה מוכרות בבית הספר היסודי החל מכתה ד'. החידוש הוא היכולת להגיע לביטוי אלגברי.

שוויון בין ביטויים אלגבריים

הבנת השוויון בין ביטויים אלגבריים מבוססת על הבנת משמעות השוויון בין שני ביטויים, הבנת משמעות פעולות החשבון, ועל היכולת השימוש בחוקי החשבון (החילוף, הקיבוץ, והפילוג).
במשמעות השוויון עסקו החל מכתה א'. רק בכתות הגבוהות של יסודי הורחב והועמק העיסוק בשוויון כסימן המשווה בין שני ביטויים. לדוגמה ממיצב ה'.

השלימו את המספר החסר.

$$2.34 + 1.20 = 3 + \underline{\hspace{2cm}}$$

בחוקי החשבון משתמשים ביסודי החל מכתה ב' לצורך חישובים יעילים ומהירים בכתב ובעל פה במספרים שלמים-בכתה ד' בהדרגה גם לשברים.

תחום מספרי סבב 1: פעולות החשבון וחוקיהם, חזקות ושורשים ריבועיים-השענות על ידע שנלמד בבית הספר היסודי.

ביסודי נלמדות 4 פעולות החשבון וחוקיהן. הדגש המרכזי הוא על פיתוח תובנה חשבונית ויכולת חישוב במגוון אסטרטגיות. במסגרת זו החל מכתה א' משתמשים בתכונות ובחוקים של הפעולות במספרים שלמים, והחל מכתה ד' מורחב העסוק בהדרגה לשברים. העיסוק בחוקים אינו פורמלי.

בסבב מספרי 1 בחטי"ב יש התייחסות

ל-

1. כללי סדר פעולות החשבון(לימוד ביסודי החל מכתה ג)
2. פעולת החיבור וחוקי החילוף והקיבוץ של פעולת חיבור(הוספה וסכום ביסודי ושימוש אינטואיטיבי בחוקי חילוף וקיבוץ)

3. פעולת הכפל וחוקי החילוף וקיבוץ של פעולת כפל (חיבור של קבוצות שוות)

4. אי חילוק באפס. (הסבר אינטואיטיבי)

5. איברים ניטרליים ($a+0=a$, $a \times 1=a$)

6. מספרים הופכיים (נלמד בכתה ו בהקשר מספרי)

7. חוק הפילוג (לא בכתובה פורמאלית אלא כאסטרטגיה לחישוב

כפל או חילוק-אבל ללא הוצאת גורם משותף – תלמידים ידעו

מעבר בין שני צידי השוויון $5 \times 4 + 5 \times 20 = 5 \times 24$ אבל ב 5

$(20+4) \times$ יחברו קודם את המספרים בסוגריים.

8. חיסור כהפרש.

9. הכפלה וחילוק המחלק והמחולק.

10. חזקות עם מעריך טבעי (בכתה ד שיעורים)

דוגמאות לשימוש בבית הספר היסודי בחוק הפילוג חישובים

	50	3
34	34×50	34×3

$$\begin{array}{r} 504 \\ \times 7 \\ \hline 28 \\ 3500 \\ \hline 3528 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 325 : 5 = 65 \\ - 100 : 5 = (20) \\ \hline 225 : 5 \\ - 100 : 5 = (20) \\ \hline 125 : 5 \\ - 100 : 5 = (20) \\ \hline 25 : 5 = (5) \end{array} \right\} 65$$

$$\begin{array}{l} 325 : 5 \\ \begin{array}{l} \text{X} \quad \checkmark \\ 300 \quad 25 \end{array} \\ 25 : 5 = 5 \\ 300 : 5 = 60 \\ 60 + 5 = 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{325} \\ \text{200} \quad \text{125} \\ \hline 325 : 5 + 200 : 5 + 125 : 5 = 65 \end{array}$$

הבנה של ילדים את מושג השוויון כבסיס לאלגברה

Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra

נכתב ע"י: Karen P. Falkner, Linda Levi, and Thomas P. Carpenter

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, December 1999

תרגום: ברכה סגל

הבנות שגויות בקשר לסימן ה"שווה"

למרות שמורים משתמשים בסימן השווה לעיתים קרובות עם תלמידיהם, מענין לחקור מה הילדים מבינים על שוויון ועל סימן השווה. בתחילת פרויקט זה, נתבקשו מורים רבים לשאול את תלמידיהם כיצד פותרים את הבעיה הבאה:

$$8 + 4 = [] + 5$$

בתחילה, נראתה בעיה זו טריוויאלית למורים רבים. לדוגמא, אחת המורות לכתה א' אמרה: "בודאי, אני מוכנה לעזור לך ולתת בעיה זו לתלמידי, אבל אין לי מושג מדוע את מגלה בזה ענין." מורה זו גילתה שכל עשרים וארבעה תלמידיה חשבו שהמספר שיש לרשום במשבצת הוא 12. היא כל כך נדהמה מהתוצאה, שלפני שהספקנו לחזור אליה ולבדוק מה קרה, היא כבר פנתה ליתר מורות כיתה א' בבית ספרה ובקשה שיתנו לתלמידיהן בעיה זו.

כפי שניתן לראות בטבלה 1, כל 145 תלמידי כיתה ו' שקבלו בעיה זו חשבו שיש לשים בתוך המשבצת את המספר 12 או את המספר 17. |

טבלה 1: אחוז הילדים המציעים פתרונות מגוונים ל $5 + [] = 8 + 4$

סה"כ ילדים						תשובות כתה
	אחר	12 ו 17	17	12	7	
42	14	0	7	79	0	א'
84	20	0	20	54	6	א' + ב'
174	15	14	10	55	6	ב'
208	5	5	20	60	10	ג'
57	11	30	44	9	7	ד'
42	0	0	45	48	7	ה'
145	0	2	14	84	0	ו'

כאשר בודקים כיצד משתמשים בסימן השווה בהוראה בכתות היסוד מוצאים מגוון מועט ביותר.

בדרך כלל, סימן השווה מופיע בסופה של משוואה ורק מספר אחד מופיע אחריו. כאשר מציגים

בפני התלמידים פסוקי מספר מהסוג $4+6=10$, או $67-10-3=54$, אזי הם צודקים כאשר הם

חושבים שסימן השווה מציין שצריך לבצע חישוב.

אירוע מתוך כתה א-ב ביחס לשאלה

$$8+4 = \square + 5$$

פולקנר : האם $8+4$ שווה ל $12+5$?

אנה : לא.

פולקנר : אז מדוע שמת 12 במשבצת?

אנה : משום ש $8+4$ שווה ל 12. את רואה? (מונה באצבעותיה) 8, 9, 10, 11, 12. (ילדים רבים מניעים את ראשם בהסכמה).

פולקנר : האם יש מישהוא שקיבל תשובה אחרת?

אדם : זה 7.

פולקנר : מדוע?

אדם : כי צריך שתהיה אותה כמות בכל צד של סימן השווה. זה מה שסימן השווה אומר.

פולקנר : הבנתי. אדם, האם תוכל לחזור על דברך שוב?

(אדם חוזר על ההסבר שלו. תלמידים אחרים, המתרחקים לאדם כאל מנהיג בכתה, מקשיבים בתשומת לב.)

פולקנר : (תוך כדי הצבעה על פסוק המספר הכתוב על הלוח), אם כך, אדם, אתה אומר שסימן השווה פרושו שכמה שיש בצד אחד של סימן השווה, אותה כמות צריכה להיות בצד השני של סימן השווה. (מתבוננת ביתר התלמידים בכתה) מה דעתכם על מה שאדם אמר?

אנה : כן, אבל זה צריך להיות 12. כי זה מה ש $8+4$ שווה.

דן : לא, אדם צודק. מה שיש בצד אחד של סימן השווה צריך להיות שווה למה שיש בצד השני : $12=8+4$ ו $12=5+7$. אז 7 צריך להיות במשבצת.

ככל שהשנה התקדמה, יותר ויותר ילדים התחילו להבין את מושג השוויון. בחודש מרץ, נערך בכתה הדיון הבא:

פולקנר: התבוננו בפסוק המספר הבא: $10 + [] = 8 + 9$. מה צריך לשים במשבצת?
קרי: זה צריך להיות 17.

סקיפ: אבל $8 + 9$ שווים ל 17, ו $10 + 17$ שווים 27. אז 17 לא מתאים לשים במשבצת.
מריה: נכון $10 + 17$ אינם שווים ל 17.

נד: אני חושב שצריך לשים 7 בתוך המשבצת. $10 + 7$ הם 17 ו $8 + 9$ הם 17. שני הצדדים שווים.
(רוב תלמידי הכתה מסכימים איתו, אבל קרי עדיין איננה משוכנעת).

פולקנר: חישבו מה אנחנו יודעים על סימן השווה. התבוננו בפסוק המספר הבא:

$4897 + [] = 4898 + 3$. האם אתם יכולים להגיד מה צריך להיות במשבצת אפילו בלי לעשות את פעולת החיבור?

לארי: אני חושב שצריך לשים 4 בתוך המשבצת. 4897 זה 1 מתחת ל 4898, אז צריך להוסיף 1 יותר ל 3.

פולקנר: האם יש מישהו שעשה את זה בדרך אחרת? (הילדים מנידים בראשם לשלילה. באופן כללי הכתה מסכימה שהדרך של לארי נותנת את התשובה הנכונה ושהיא קלה).

דיונים מן הסוגים האלה, שבהם מספר הילדים המשתתפים הלך וגדל, מצביעים על כך שהילדים למדו להסתכל על סימן השווה כעל סמל המתאר יחס (relationship) ולא כסימן ל"עשה זאת".

מכיון שמאמר זה נכתב לפני סיום שנת הלימודים, לא אספנו נתונים מסכמים על ההבנה של

הילדים לפתרון הבעיה $5 + [] = 8 + 4$ בכתה זו. במחקר פיילוט שנערך על כתה דומה של ילדי

א' + ב' באותה עיר, מצאנו שבסיומה של השנה, 14 מתוך 16 ילדים ענו נכון שצריך לשים 7

מהי אלגברה ?

אלגברה הינה שפה. לשפה זו יש חמישה היבטים עיקריים :

1. נעלמים

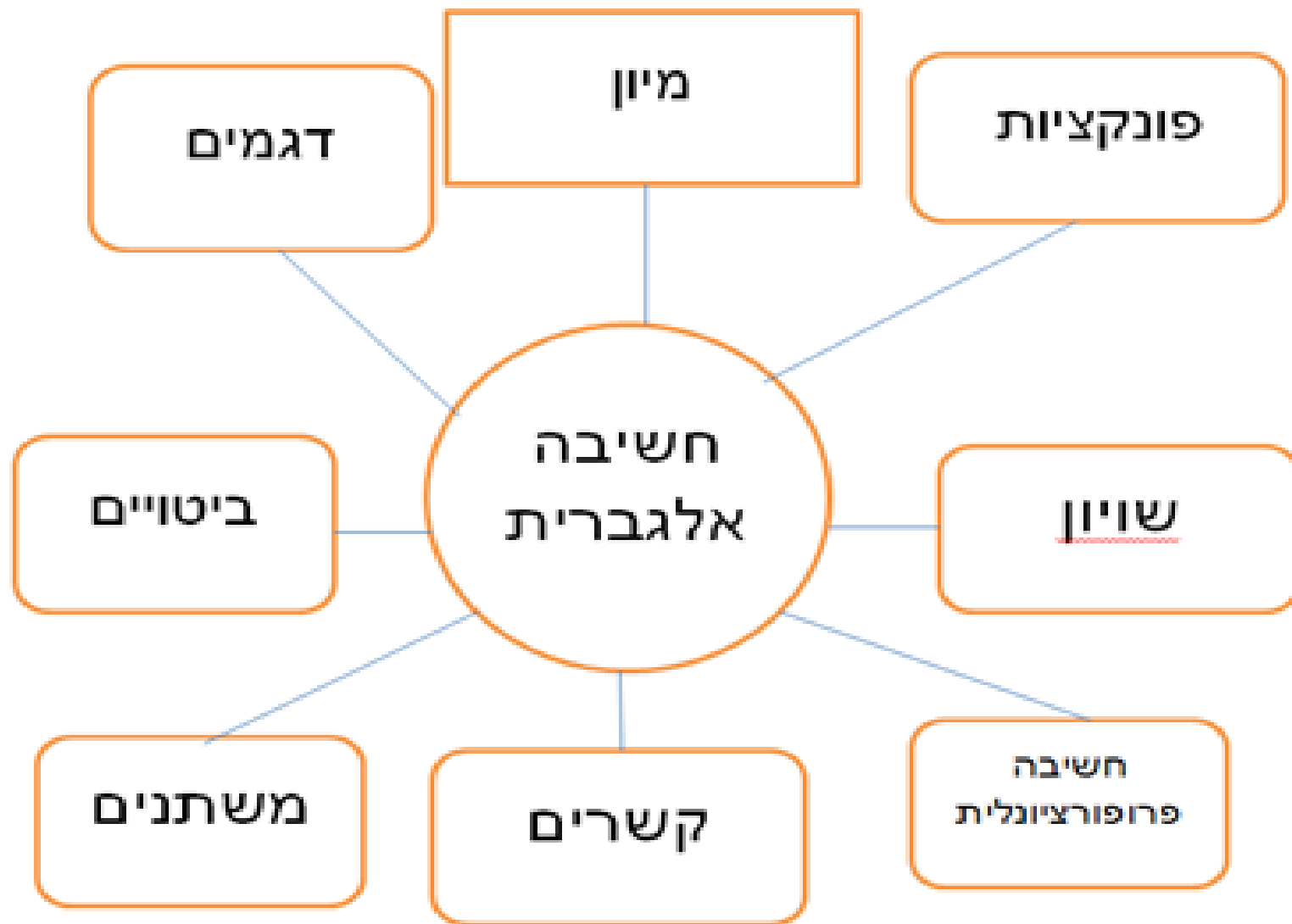
2. נוסחאות

3. דגמים (דפוסים PATTERNS) מוכללים.

4. משתנים (placeholders, variables)

5. יחסים. (Relationships)

Zalman Usiskin-1997 Doing Algebra in Grades
K-4



● נעלמים

- חישבו על השאלות הבאות:
- מהו המספר שכאשר מוסיפים אותו ל-3 הסכום הוא 7?
- מלאו את החסר: $3 + \underline{\quad} = 7$
- שימו מספר במשבצת הריקה כדי לקבל פסוק אמת: $3 + \blacksquare = 7$
- מצאו את ה : ? : $3 + ? = 7$
- פיתרו: $3 + x = 7$

נוסחאות

אם יש לנו את הנוסחה $A=L \times W$ (שטח של מלבן שווה אורך כפול רוחב) ואנו מבקשים מהתלמידים למצוא את A כאשר $L=5$ ו- $W=7$.

דגמים מוכללים (Generalized Patterns)

בכדי להכפיל מספר ב-19 אני יכול להכפיל את המספר ב-20 ולאחר מכן להחסיר את המספר. התיאור האלגברי הוא קצר.

אם n הוא המספר, $19n=20n-n$,

משתנים

מרבית האנשים שיחקו מונופול שיש בו הוראה מן הסוג
הבא: "הטילו את הקוביה. לכל מספר שתקבלו צעדו קדימה
מספר צעדים כפול: "בשפה אלגברית זה אומר אם תטילו
בקוביה d אז צעדו $2d$ "

יחסים (Relationships)

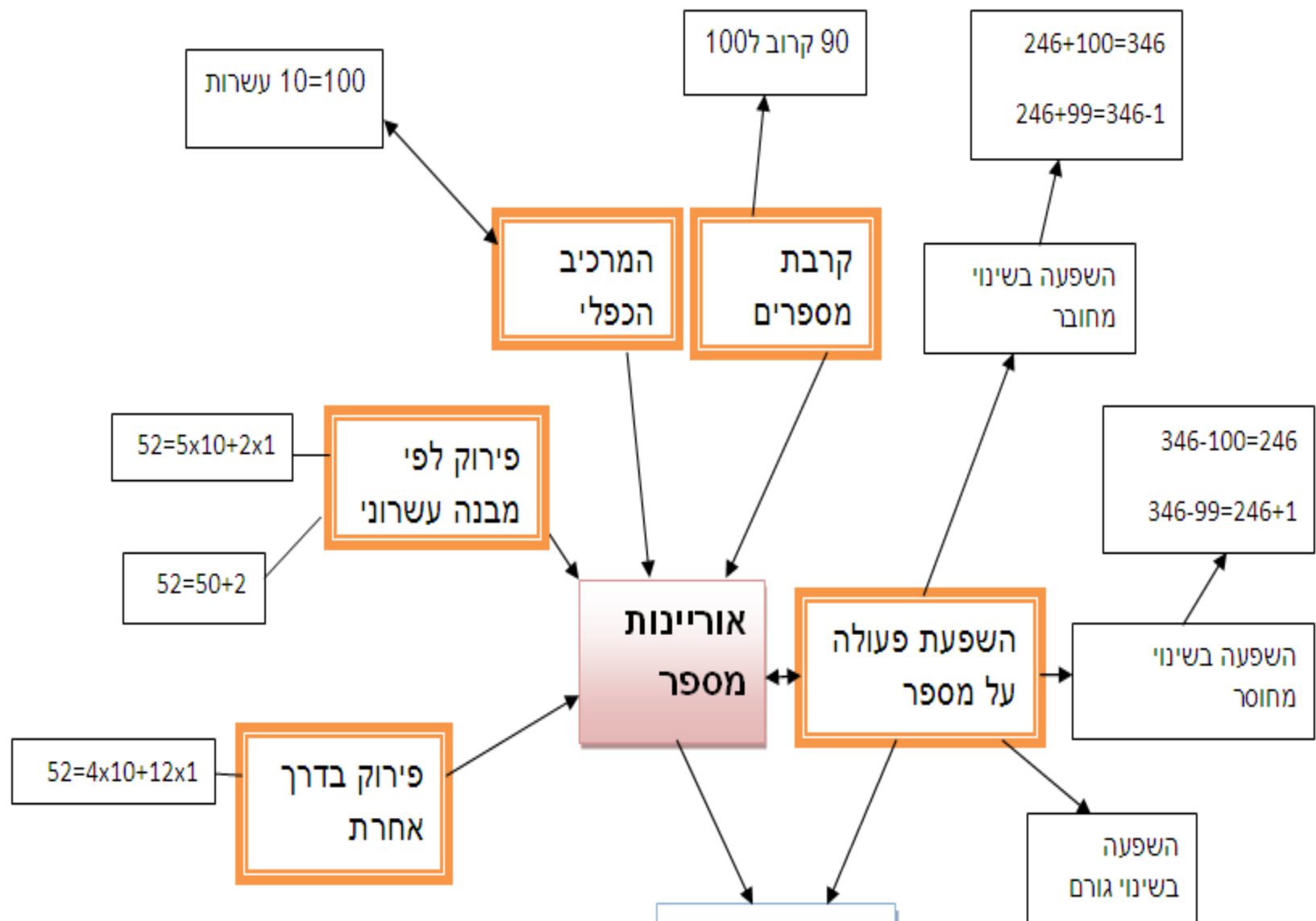
בוב גדול ממרינה בשנתיים. מה יכול להיות הגילאים שלהם?
אם נייצג את הגיל של בוב על ידי B והגיל של מרינה על ידי M
אז אנו יכולים לרשום את הדברים הבאים:

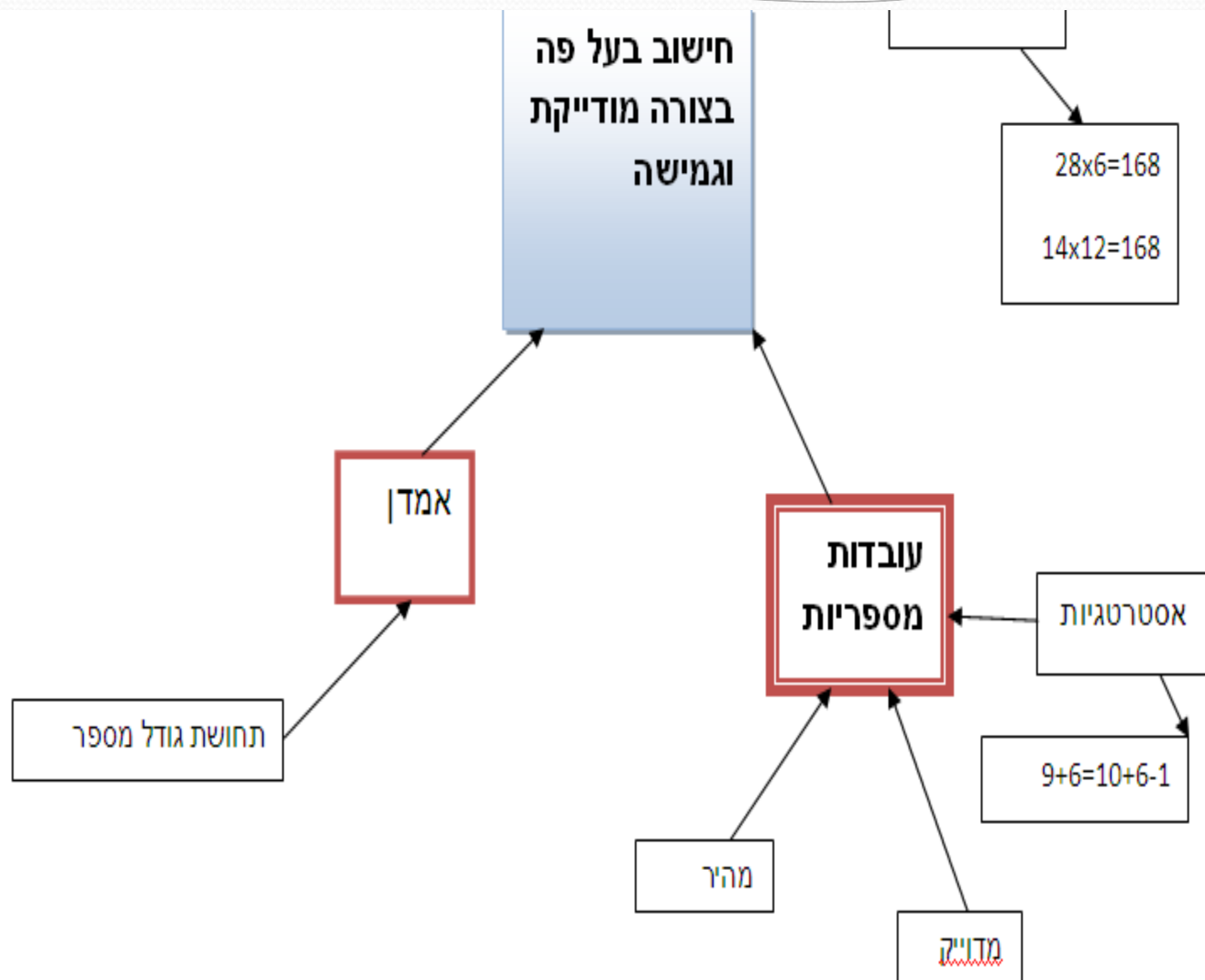
$$B = M + 2 \quad (\text{בוב גדול ממרינה בשנתיים})$$

$$B - M = 2 \quad (\text{הפרש הגילאים ביניהם הוא 2})$$

$$M = B - 2 \quad (\text{מרינה קטנה מבוב בשנתיים})$$

כל הייצוגים שקולים.





מתוך מחקר

חשבון, טרום אלגברה ואלגברה-מודל של מעבר.

Arithmetic, pre-algebra, and algebra: a •
model of transition

Boulton-Lewis, G.M., Cooper, T., Pillay, •
H., and Wilss, L

Faculty of Education, Queensland •
University of Technology, Australia

המחקר עוסק בנושא של מוכנות של לתמידי בית
הספר היסודי ללימוד האלגברה בכתות ז-ט
מההיבט הקוגניטיבי, על מנת לקבוע מה מכיל
רמה טרום אלגברי של הבנה.

זה דורש הבהרה של מה נקרא "הבסיס של ידע
חשבוני". במחקר יש התייחסות לבסיס זה לפי
גישות שונות.

המדגם כלל 33 תלמידים בכתה ז ולאחר מכן
בכתות ח, ט.

המטלות:

הציגו לתלמידים כרטיסים שכתובים עליהם ביטויים
ומשוואות עם שאלות מהקטגוריות הבאות:

חוק החילוף ($35?76=76?35$, $x,-,+,:$)

פעולות הפוכות ($5=71$, $355?5$, $5 \times 71=355$)

משמעות של שוויון בתרגיל (משוואה לא מושלמת)

($28:7+20=$)

תרגיל מושלם (משוואה מושלמת) $(28:7+20=60-36)$

סדר פעולות $[32+(12 \times 8):3]$

משמעות של נעלם $(3x=12), (x+7=16), (+5=9)$

משתנה $(3x), +5$

פתרון למשוואה $(3X+7=22)$

כל תלמיד רואיין יחידני וצילמו. במידה שלא ענו על מטלה עברו למטלה הבאה.

תוצאות

חוק החילוף והפילוג, פעולות הפוכות, וסדר פעולות.

בכתות ז-ח מרבית התלמידים לא יכלו להסביר את חוק החילוף של חבור וכפל בצורה משביעה רצון (17,19) ומרבית התלמידים לא יכלו להסביר את חוק הפילוג בצורה משביעה רצון (17,21). מרבית התלמידים יכלו להסביר פעולות הפוכות אבל לגבי סדר פעולות חשבון רק 7 תלמידים בכתה ז יכלו להסביר.

משמעות של שוויון

בכתות ז-ח מרבית התלמידים הסבירו " $=$ " בתרגיל $28:7+20=$ כ **מצא את התשובה**. רק אחד בכתה ח ושלושה בכתה ט הציגו ידע ש " $=$ " יש משמעות של שקילות או שוויון ערך. ל " $=$ " ב $28:7+20=60-36$ מרבית התגובות בכתה ז היו "**זאת התשובה**".

משמעות של נעלם ומשתנה

מרבית התלמידים בכל הכתות אמרו ש ב $5+9=$ וה x ב $16=7+x$ מיצגים **נעלם**. אבל שהציגו $12=3x$ מרבית התלמידים לא ידעו על מה מדובר. (חלק גדול אמרו שהסימן הוא סימן כפל). רק בהמשך (ט) אמרו שזה מייצג כל מספר. (**משתנה**).

מסקנות

1. הצורך של הוראה מפורשת ולאורך כל הכתות של חוק החילוף וחוק הפילוג.
2. ניתן להשתמש באותיות בשלב מוקדם יותר לסמן נעלם במקום סימן שאלה או ■.
3. שוויון כשיון ערך של שני אגפים במשוואה ועניין של שקילות.

מערכות

מספרים

ומבנה עשרוני

1. מס' טבעיים

2. מס' שלמים

ואפס

3. מס'

רציונליים

חוקי השבון

1. חוק החילוף

2. חוקי

הפילוג

3. חוקי

הקיבוץ

4. סדר

פעולות

פעולות

ואלגוריתמים

1. חיבור

2. חיסור

3. כפל

4. חילוק

יישום

1. חישובי

בע"פ

2. שאלות

מילוליות

3. חקר

א
ב
ג
ד
ה
ו

- לשאול" מתי יש ללמד אלגברה?" הוא כמו לשאול "האם טכנולוגיה מזיקה או עוזרת?"
- יש הרבה טכנולוגיות והרבה שימושים בהן.
- חלק מזיקים, חלק עוזרים.
- לשכלל את השאלה-בקשר לשימוש מסוים של טכנולוגיה מסוימת למטרה מסוימת בהקשר מסוים-ניתן לענות.
- באופן דומה יש הרבה "אלגברות"-קורס באלגברה, אלגברה כדיסציפלינה, רעיונות אלגבריות, שפה אלגברית, טרום אלגברה, דגמים, פונקציות ואלגברה ודרכים רבות ללמוד וללמד.
- להתייחס לאלגברה כשלמות שלא ניתנת לחלוקה מסתירה אופציות.

- יותר שימושי הוא לשאול אילו רעיונות, הגיון, טכניקות והרגלי חשיבה כלולים באלגברה ואז לגבי כל אחד מאילו לשאול מתי ובאיזה היקף ניתן ללמוד אחד מאילו ואיך להגיע לשלמות בהירה מתוך לימוד כל אחד.
- התשובות הניתנות שחלק מהרעיונות חייבים לחכות עד כתות תיכון.
- אחרים-כולל שפה אלגברית קיימים כבר בכתות יסוד.
- ילדים שיש להם ההזדמנות להשתמש, לשכלל ולחזק רעיונות אילו ככל שהם מתפתחים יהיה להם יתרון.

TABLE 1

A pattern indicator gains meaning from context when it accompanies a find-a-rule exercise.

n	10	8	28	18	17			58	57
$n - 8$	2	0	20			3	4		

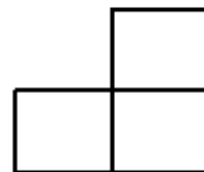
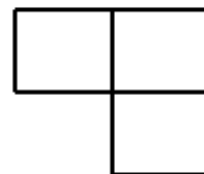
TABLE 2

A pattern indicator without a pattern from which to infer its meaning would be simply more to learn.

n	18	17			58	57
$n - 8$			3	4		

אריחים לשביל סביב לבריכה

שמים אריחים סביב לבריכה על מנת לבנות שביל
בצורת ריבוע עם 10 אריחים בכל צד. כמה
אריחים בסך הכל נחוצים לבנות את כל השביל?
פתור את הבעיה בדרכים שונות.



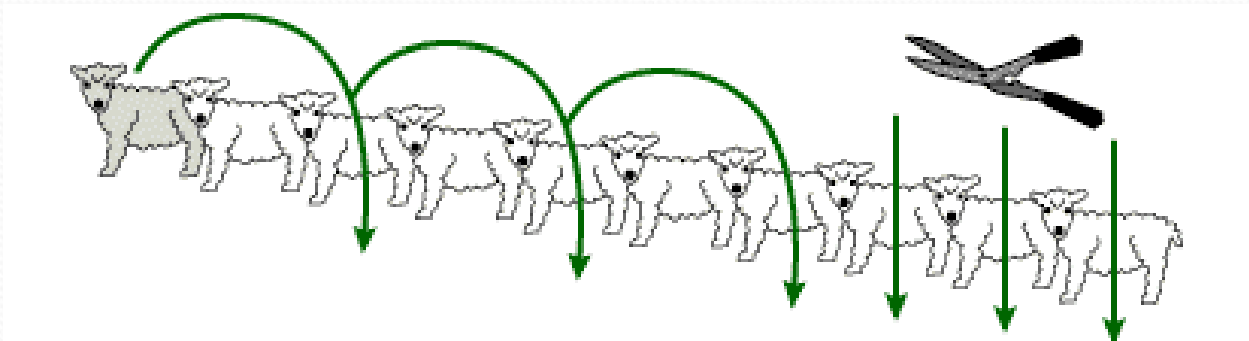
תשובה: 36 אריחים להשלים את השביל מסביב לבריכה

גישות לחישוב מספר אריחים בריבוע	פסוקים חשבוניים המייצגים את הגישות
ספירה	ספירה אחת אחת עד שמגיעים ל 36
	$10+9+9+8=36$
קיבוץ	$(2 \times 10) + (2 \times 8) = 36$
	$(4 \times 8) + 4 = 36$
סימטריה	$(4 \times 3) + (4 \times 6) = 36$
	$2 \times (10 + 8) = 36$
הכללה	$(2 \times 17) + 2 = 36 \quad (17 = 9 + 8; +2)$
	$4 \times (8 + (2 \times \frac{1}{2})) = 36$
	$(4 \times 10) - 4 = 36$
	$4 \times 9 = 36$

● זה יום קיץ חם, טליה היא הכבשה
האפורה בסוף שורה של כבשים שמחכים
לגזיזה. ישנם 50 כבשים לפניו. מאחר
שהיא לא סובלנית, בכל פעם שהגוזז לוקח
כבשה מחזית הקו כדי לגזוז אותה, טליה
קופצת קדימה בשני מקומות בשורה.

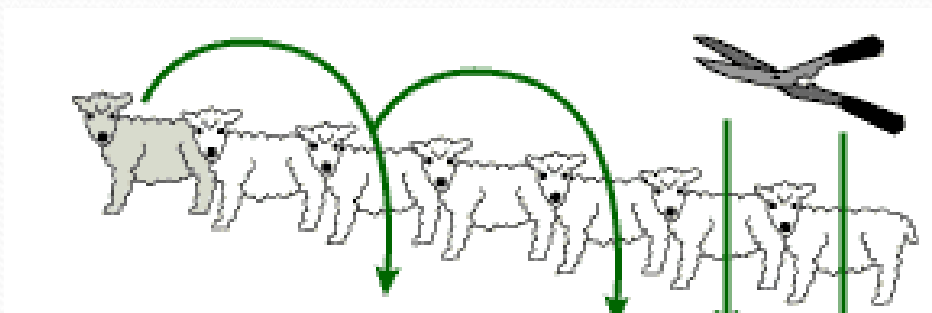
- 10 כבשים

- 3 עוברים גז לפני טליה האפורה מגיע לגז



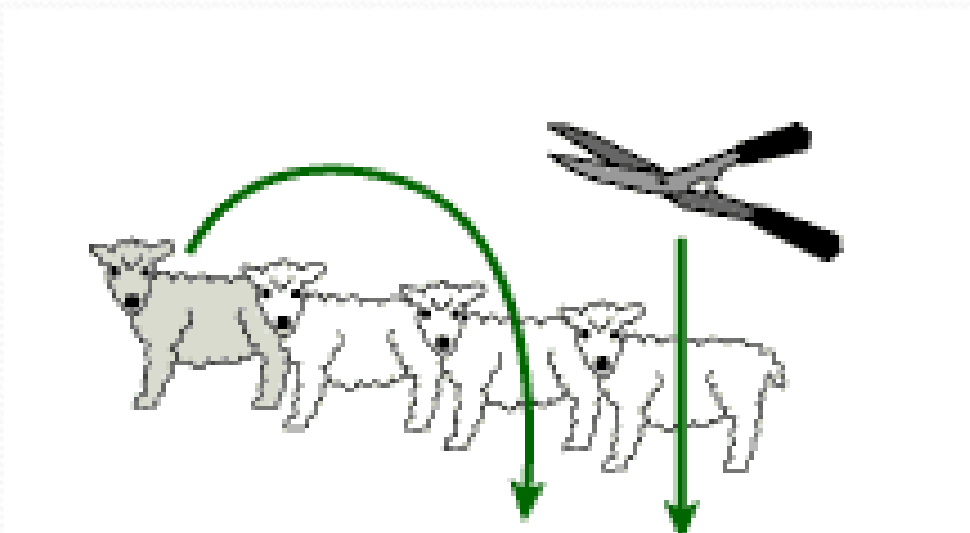
● 7 כבשים בשורה

● 2 יעברו לפניו

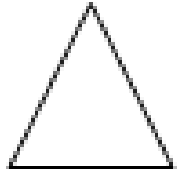
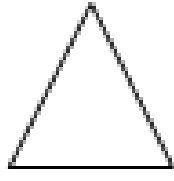
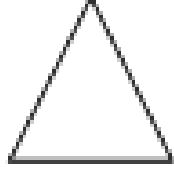
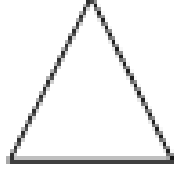
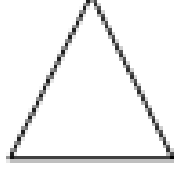


- 4 כבשים בשורה

- 1 עובר גז לפני טליה



מספר הכבשים העומדים לפני טליה	מספר כבשים שעברו גז לפני טליה
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
.....	
50	?

$$= 34$$

$$= 40$$

$$=$$

$$=$$

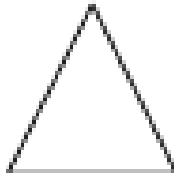
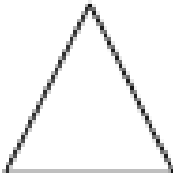
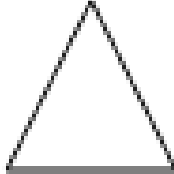
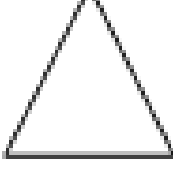
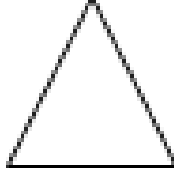
$$=$$

$$=$$

$$24 =$$

$$=$$



= 30

= 34

=

=

28 =

||

||

||

[illegible]



