



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך  
Israel Center for Excellence  
through Education

מצוינות 2009  
ע"ש קרן מיטציל

המכון למצוינות בהוראה

# דילמה

כתיבה: אמנון זקוב

עריכה: ד"ר אבי פולג, גלי שמעוני

מהדורת תשרי תשס"ט

אוקטובר 2009

© כל הזכויות שמורות למרכז הישראלי למצוינות בחינוך ולמשרד החינוך

## מבוא

בשיעור זה נסתכל על שני סוגים של דילמות:

- דילמות שפתרון אובייקטיבי ולכן אינו תלוי באדם הניצב מולן.
- דילמות שפתרון סובייקטיבי והוא תלוי באדם הניצב מולן.

### הנה דוגמה לדילמה מהסוג הראשון:

לאדם 12 שקלים והוא מעוניין לקנות כמה שיותר בקבוקי מים מינרלים. הוא ניגש לשתי חנויות סמוכות.

בחנות אחת מוצע לו מבצע על בקבוקי ליטר וחצי – 2 בקבוקים ב-3 שקלים.

בחנות השנייה מוצע לו מבצע על אותו סוג בקבוקים – 3 בקבוקים ב-4 שקלים.

באיזו משתי החנויות כדאי לאדם לרכוש את בקבוקי המים המינרלים?

**פתרון:** כדאי לאדם לרכוש בקבוקים בחנות השנייה בה יקבל עבור 12 השקלים שלו 9 בקבוקים, לעומת 8 בקבוקים אותם יוכל לקבל בחנות הראשונה.

### הנה דוגמה לדילמה מהסוג השני:

אדם צמא נכנס לחנות ומעוניין לרכוש בקבוק שתייה ב-5 שקלים. הוא מגלה שבאפשרותו לרכוש רבע ליטר של קולה או חצי ליטר של מים מינרלים.

במה כדאי לו לבחור?

**פתרון:** דילמה זו אינה אובייקטיבית ופתרונה יכול להיות שונה מאדם לאדם. יש

המעדיפים מים יותר מאשר קולה ולכן יבחרו במים. לעומתם יש המעדיפים יותר

קולה. חלק מהם יבחרו קולה למרות הכמות הקטנה יותר. חלק אחר מהם יבחרו בכל

זאת במים בגלל הכמות הגדולה יותר. ייתכן שיהיו אף כאלה שאין להם עדיפות לאף

אחת משתי האפשרויות ולכן יבחרו באופן אקראי באחת האפשרויות.

הפתרון הוא אם כן סובייקטיבי.

דילמה לפי הדוגמאות לעיל היא בעיה הדורשת בחירה בין כמה חלופות, כאשר לכל

חלופה יכולים להיות יתרונות וחסרונות שיש לשקלל אותם, לעתים באופן אובייקטיבי,

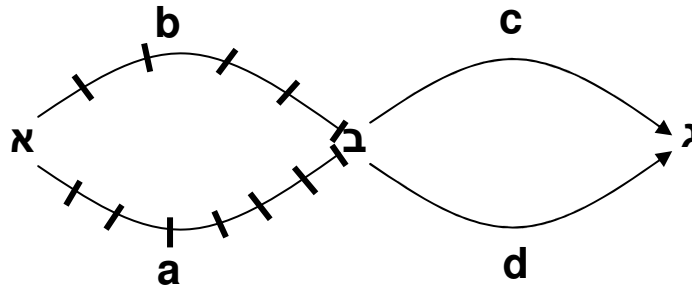
על ידי חישובים, ולעתים על ידי הכרעות אישיות שיכולות להיות שונות מאדם לאדם,

כדי להגיע לבחירה בחלופה המתאימה ביותר.

בשיעור זה נעסוק בדילמה הנראית כולה אובייקטיבית אבל...

## תיאור הדילמה

בפני עמיר מוצג האתגר הבא: עליו להגיע מנקודה א לנקודה ג לפי הכללים הבאים:



1. לרשותו יעמדו 70 ש"ח במטבעות של 10 ש"ח בלבד. בדיוק בשעה 8<sup>00</sup> בבוקר הוא יתניע את מכוניתו בנקודה א ויסע אל נקודה ב דרך כביש a או דרך כביש b.
2. בכביש a קיימים 7 קטעי נסיעה ו-7 מחסומים. מחיר המעבר בכל מחסום הוא 3 ש"ח. לפקיד במחסום מותר לתת עודף של מטבע אחת בלבד: 5 ש"ח או שקל אחד ולכן ייתכן שהתשלום ייצא גבוה מ-3 ש"ח. כל קטע נסיעה, כולל זמן המחסום שבסופו, נמשך 11 דקות.
3. בכביש b קיימים 5 קטעי נסיעה ו-5 מחסומים. זמן הנסיעה בכל קטע, כולל זמן המחסום שבסופו, הוא 15 דקות. בכל מחסום יש לשלם 6 ש"ח, ולפקיד מותר להחזיר עד 3 מטבעות של 5 ש"ח או של שקל אחד (הוא יכול להחזיר עודף שבו מטבעות משני הסוגים). גם כאן ייתכן שייצא תשלום גבוה מ-6 ש"ח.
4. כאשר מגיעים לנקודה ב, שהיא תחנת רכבת, ישנן 2 אפשרויות:
  - לבחור ברכבת c היוצאת פעם בשעה, בשעות 06:30, 07:30, 08:30 ... זמן הנסיעה ברכבת זו 25 דקות ומחיר הנסיעה 30 ש"ח.
  - לבחור ברכבת d שזמני היציאות שלה אינם נתונים אך ידוע שההפרש ביניהם הוא בדיוק 20 דקות. אם למשל יוצאת רכבת בשעה 06:22 אז הרכבת הבאה יוצאת בשעה 06:42 וזו שאחריה יוצאת בשעה 07:02 וכך הלאה. אך כאמור, לא נתונים זמני היציאות של הרכבת (ייתכן אפילו שזמני היציאות הם לא בדקות עגולות). לעומת זאת נתון שזמן הנסיעה ברכבת זו הוא 27 דקות ומחיר הנסיעה הוא 27 ש"ח.

- בסוף המשימה, כאשר יגיע עמיר לנקודה ג, יתבצע התגמול הבא:
- עמיר ייתן תחילה את השקלים שנשארו לו מ-70 השקלים שניתנו לו בתחילה. על כל שקל שיחזיר הוא יקבל 20 ₪.
  - עבור כל דקה בה יקדים להגיע לפני השעה  $10^{00}$  יקבל 100 ₪.
  - עבור כל אחור של דקה אחרי  $10^{00}$  ישלם 200 ₪.

### שימו לב לתנאי נוסף!

לפני שעמיר יוצא למשימה עליו להחליט מראש באיזו מארבע הדרכים הבאות הוא בוחר: a-c או b-c או a-d או b-d.

### שאלות

1. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול a-c?
  2. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול b-c?
- מסלולים a-d ו-b-d עושים שימוש ברכבת d שזמני הנסיעה המדויקים שלה אינם ידועים. מי שבחר במסלולים אלה תלוי גם במזל. במקרה הטוב ביותר מבחינתו, הוא יגיע לנקודה ב בדיוק ברגע שרכבת d תגיע לשם, ויעלה עליה מיד. במקרה הגרוע ביותר, הוא יגיע לנקודה ב בדיוק ברגע שרכבת d עזבה אותה ואז יאלץ להמתין לרכבת הבאה 20 דקות.
3. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול a-d ויתמזל מזלו, כלומר שרכבת d תגיע לנקודה ב בדיוק באותו הזמן בו הוא יגיע לשם?
  4. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול a-d ולרוע מזלו יגיע לנקודה ב בדיוק כשרכבת d תעזוב את התחנה ולכן יאלץ להמתין 20 דקות?
  5. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול b-d ויתמזל מזלו, כלומר שרכבת d תגיע לנקודה ב בדיוק באותו הזמן בו הוא יגיע לשם?
  6. מה יהיה התגמול של עמיר אם יבחר את המסלול b-d ולרוע מזלו יגיע לנקודה ב בדיוק כשרכבת d תעזוב את התחנה ולכן יאלץ להמתין 20 דקות?
  7. באיזו מארבע הדרכים הייתם ממליצים לעמיר לבחור?

## פתרון

### 1. מסלול a-c

נבדוק תחילה מה קורה בכביש a. ברשות עמיר 70 ₪ במטבעות של 10 ₪ והוא אמור לעבור 7 מחסומים שמחיר המעבר בכל אחד מהם הוא 3 ₪ ולפקיד מותר להחזיר עודף של מטבע אחת של 5 ₪ או של שקל אחד. הנה טבלה בה מופיעה הדרך החסכונית ביותר:

<u>מספר המחסום</u>	<u>תשלום</u>	<u>עודף</u>
1	10	5
2	5	1
3	10	5
4	5	1
5	10	5
6	5	1
7	3	0
סך הכל	48	18

התשלום הכללי בכביש a הוא 30 שקלים ולכן אם עמיר יבחר בו יישארו לו בסופו **40 ₪**.

זמן הנסיעה בשבעת הקטעים הוא 77 דקות (11 דקות בכל קטע), כך שמגיעים לנקודה ב בשעה **09:17**.

בנקודה ב יש לחכות לרכבת c של השעה 09:30. זמן הנסיעה בה הוא 25 דקות ויש לשלם 30 ₪.

ההגעה לנקודה ג היא בשעה **09:55** כשבכיס נותרים **10 ₪**.

כזכור, על כל שקל שנשאר מקבלים 20 ₪ ועל כל דקה בה מגיעים לפני 10:00 מקבלים 100 ₪, כך שהתגמול בשקלים הוא:

$$10 \times 20 + 5 \times 100 = 200 + 500 = 700$$

## 2. מסלול b-c

נבדוק תחילה מה קורה בכביש b. ברשות עמיר 70 ₪ במטבעות של 10 ₪ והוא אמור לעבור 5 מחסומים שמחיר המעבר בכל אחד מהם הוא 6 ₪ ולפקיד מותר להחזיר עד 3 מטבעות של 5 ₪ או של שקל אחד. הנה טבלה בה מופיעה הדרך החסכונית ביותר (יש מספר פתרונות דומים):

<u>מספר המחסום</u>	<u>תשלום</u>	<u>עודף</u>
1	10	$1+1+1=3$
2	10	$1+1+1=3$
3	10+1	5
4	10+1	5
5	10+1	5
סך הכל	53	21

התשלום הכללי בדרך b הוא 32 ₪ ולכן, אם עמיר יבחר בה, יישארו לו בסופה 38 ₪.

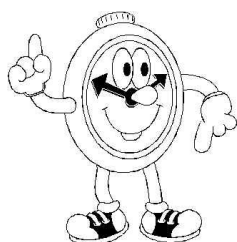
זמן הנסיעה בחמשת הקטעים הוא 75 דקות (15 דקות בכל קטע), כך שההגעה לנקודה ב היא בשעה 09:15.

בנקודה ב יש לחכות לרכבת c של השעה 09:30. זמן הנסיעה בה הוא 25 דקות ויש לשלם 30 ₪.

ההגעה לנקודה ג היא בשעה 09:55 כשבכיס נותרים 8 ₪.

כאמור, על כל שקל שנשאר מקבלים 20 ₪ ועל כל דקה בה מגיעים לפני 10:00 מקבלים 100 ₪ כך שהתגמול בשקלים הוא:

$$8 \times 20 + 5 \times 100 = 160 + 500 = 660$$



מסלול a-c עדיף על מסלול b-c כיוון שהתגמול עליו הוא גבוה יותר - 700 ₪

**3. מסלול a-d מקרה טוב**

כפי שראינו בשאלה מספר 1, לאחר כביש a מגיעים לנקודה ב בשעה 09:17 כאשר בכיס נותרים 40 ₪. ההנחה היא שרכבת d מגיעה מיד, זמן הנסיעה בה הוא 27 דקות והתשלום עליה הוא 27 ₪. מגיעים לנקודה ג בשעה 09:44 כאשר בכיס מצויים 13 ₪. התגמול בשקלים הוא:  $13 \times 20 + 16 \times 100 = 260 + 1600 = 1860$

**4. מסלול a-d מקרה גרוע**

המצב דומה לזה שבשאלה 3 אלא שיש להמתין תחילה 20 דקות עד להגעת רכבת d, ורק אז לנסוע 27 דקות, כך שמגיעים לנקודה ג בשעה 10:04 עם 13 ₪. התגמול בשקלים הוא:  $13 \times 20 - 4 \times 200 = 260 - 800 = -540$

**5. מסלול b-d מקרה טוב**

כפי שראינו בשאלה מספר 1, לאחר כביש b מגיעים לנקודה ב בשעה 09:15 כאשר בכיס נותרים 38 ₪. ההנחה היא שרכבת d מגיעה מיד, זמן הנסיעה בה הוא 27 דקות והתשלום עליה הוא 27 ₪. מגיעים לנקודה ג בשעה 09:42 כאשר בכיס מצויים 11 ₪. התגמול בשקלים הוא:  $11 \times 20 + 18 \times 100 = 220 + 1800 = 2020$

**6. מסלול b-d מקרה טוב**

המצב דומה לזה שבשאלה 5 אלא שיש להמתין תחילה 20 דקות עד להגעת רכבת d, ורק אז לנסוע 27 דקות, כך שמגיעים לנקודה ג בשעה 10:02 עם 11 ₪. התגמול בשקלים הוא:  $11 \times 20 - 2 \times 200 = 220 - 400 = -180$

**מסלול b-d עדיף על מסלול a-d בכל מקרה.**

7. כבר ראינו שהתגמול במסלול a-c שהוא 700 ₪ עדיף על זה של b-c שהוא 660 ₪.  
 כמו כן ראינו שהתגמול במסלול b-d עדיף בכל מקרה על זה שבמסלול a-d.  
 אך כיצד נשווה בין התגמול של מסלול a-c לבין זה של מסלול b-d?  
b-d: תגמול מקסימלי 2020 ₪. תגמול מינימלי -180 ₪.

התגמול של b-d תלוי במזל אך דרך סבירה לנסות ולהעריך אותו היא למצוא את תגמול האמצע. במילים אחרות יש למצוא את הממוצע של שני התגמולים הקיצוניים.  $2 = (2020 - 180) : 2 = 920$   
 לכאורה תגמול של 920 ₪ עדיף על תגמול של 700 ₪ אבל,

1. מה תהיה בחירתו של עמיר אם יתברר שהוא חייב להחזיר באותו יום סכום של 700 ₪ ואין ברשותו סכום כזה?
2. מה תהיה בחירתו של עמיר אם הוא עני מאוד ואין לו כלל כסף.

בשני המקרים האלה נראה סביר שעמיר ילך על 700 השקלים הבטוחים. לעומת זאת במצבים אחרים יעדיפו רבים דווקא את התגמול עם הסיכון.

