



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך
Israel Center for Excellence
through Education

מצוינות 2000
ע"ש קרן מיטצל

המכון למצוינות בהוראה

חלוקת ירושה על פי התלמוד

גלי שמעוני וד"ר קרני שיר

חומרי הלימוד הינם לשימוש במסגרת ההוראה בתכנית "מצוינות 2000" בלבד. אין להפיצם ללא רשות, מראש ובכתב, מהמרכז הישראלי למצוינות בחינוך.

מבוא

הפעילות שלפניכם מבוססת על מאמרו של חתן פרס נובל לכלכלה בשנת 2005, המתמטיקאי פרופסור ישראל אומן: "בעניין מי שהיה נשוי לשלוש נשים", מוריה קכב (תשנ"ט), עמ' צח-קז.

נושא הפעילות הוא פשוט לכאורה: כיצד לחלק גודל נתון למספר חלקים, על-פי כללים המוגדרים מראש. עם זאת, במהלך הפעילות תגלו כי השיטה המתוארת, הנובעת מן המקורות, אינה כה פשוטה להבנה, למרות ההיגיון האחיד העומד בבסיסה.

עבור התלמידים, העיסוק בנושא זה מהווה הזדמנות לחידוד החשיבה הלוגית: הפעלת שיקולים קונסיסטנטיים לצורך פתרון החידות. החל משלב די מוקדם בפעילות יידרשו התלמידים להתנתק מהדיון האם החלוקה המוצעת על פי התלמוד נראית להם צודקת, ולהתרכז ביישומה של חלוקה זו במקרים בהם יידרשו לכך.

הפעילות עשויה לארוך שני שיעורים בני 90 דקות כל אחד (או מעט פחות מכך).

בנפאל הרחוקה

פלג ושירה התעוררו בבוקר היום הראשון של חופשת הפסח והופתעו לגלות את סבתא יוכבד עומדת ומכינה פנקייקים במטבח. סבתא סיפרה להם שהדודה ענת, המטיילת בנפאל, נפלה ושברה את הרגל, ואבא ואמא טסו אליה לבית-החולים. שירה, האחות הבכורה, קראה לאחיה הקטן את המכתב אותו השאירו להם הוריהם.

שירה ופלא האהובים,

אתמול בחצות קיבלנו טלפון מחברה של ענת מנפאל. ענת שברה את הרגל והוטסה לבית-חולים מקומי. היות שסבתא הסכימה לבוא ולשמור עליכם, ארננו מהר מלווה ויצאנו בחמש בבוקר לשדה התעופה. השארנו לכם 180 ₪ כדי שתוכלו לקנות מה שמתחשק לכם, וסבתא תדאג לכם השאר.

120 ₪ מהכסף מיוצרים לשירה, היות והיא הצדולה, ו- 60 ₪ מיוצרים לפלא הקטן. את הכסף השארנו בקופסת הצוליות שבמטבח.

אנחנו מקווים שתסדרו יפה בזמן החופש.

המון נשיקות

אבא ואמא

אחרי שסיימו לאכול את ארוחת הבוקר שהכינה להם סבתא, עלתה שירה לקופסת העוגיות וגילתה בה 120 שקלים במקום 180 שקלים. בקופסא היה פתק קטן שבו נכתב:

היה חסר לנו מזומן לאומית לשדה התעופה ולכן נאלצנו לקחת 60 ₪. אנחנו בטוחים שתסדרו. אהבים, אבא ואמא.

פלג נראה קצת מאוכזב. הוא אמר שהוא רוצה לקבל את 60 השקלים שהובטחו לו. שירה ניסתה להסביר לו שזה לא מתקבל על הדעת שרק היא תיפגע מזה שיש פחות כסף: "לא הגיוני שנקבל את אותו הסכום". לאחר שפלג המשיך להתעקש, אמרה שירה שאם כך, הרי שגם היא רוצה לקבל את 120 השקלים שהובטחו לה, ולכן היא תיקח הכל והוא לא יקבל כלום. השניים התקשו להגיע להחלטה.

הציעו לשירה ולפלג כיצד לחלק ביניהם את הכסף. עליכם למצוא מספר גדול ככל האפשר של שיטות חלוקה שונות (לפחות 3), שלכל אחת מהן רציונל מתקבל על הדעת.

בנפאל הרחוקה - למורה

הקריאו לתלמידים את הסיפור ותנו להם מספיק זמן לעבודה קבוצתית שמטרתה למצוא מספר רב של חלוקות. הקשיבו להצעות החלוקה של התלמידים. הסבירו להם שהם חייבים לספק נימוק מתקבל על הדעת עבור כל חלוקה אותה הם מציעים. חשוב להבין שבפעילות זו אין בכוונתנו לקבוע האם חלוקה מסויימת טובה יותר מחלוקה אחרת, אלא רק להציג חלוקות שיש מאחוריהן רציונל כלשהו.

הנה חלוקה שוודאי חלק נכבד מהתלמידים יציעו. חלוקה זו מסתמכת על היחס שהציעו ההורים של שירה ופלג מלכתחילה.

חלוקה לפי יחס

ההורים אמרו תחילה ששירה תקבל 120 שקלים, ואילו פלג 60 שקלים פירושו של דבר שיחס החלוקה ביניהם הוא 2:1. על כל שקל אותו יקבל פלג תקבל אחותו שני שקלים. מאחר שנותרו רק 120 שקלים, נחלק אותם לשלושה חלקים שווים של 40 שקלים כל אחד. שירה תקבל שני חלקים כאלה – 80 שקלים, ואילו פלג חלק אחד – 40 שקלים.

לאחר שהתלמידים יסיימו להציג את חלוקותיהם המנומקות, הציגו להם את המשנה הבאה הלקוחה מתוך התלמוד (מסכת בבא מציעא) – לצורך כך מצורף שקף בסוף הפעילות.

"שניים אוחזין בטלית ... זה אומר: כולה שלי, וזה אומר: כולה שלי ויחלוקו."

שניים אוחזין בטלית ... זה אומר: כולה שלי, וזה אומר: חציה שלי... זה נוטל שלושה חלקים וזה נוטל רביע."

הציגו את השקף לתלמידים ובקשו מהם לנסח במילים שלהם את הכתוב בו. בקשו מהם גם לענות על השאלה כיצד צריכים שירה ופלג לחלק את הכסף לפי המסכת? בנוסף, בקשו מהם לנסות ולמצוא רציונל אפשרי שיכול לעמוד מאחורי רעיון חלוקה זה.

המסכת במילים פשוטות

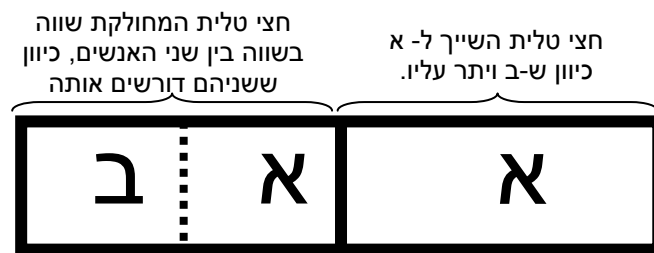
במקרה הראשון שני האנשים טוענים שהטלית כולה שלהם; אז קובעת הפסיקה שכל אחד מהם יקבל חצי מערך הטלית. במקרה השני אחד מהאנשים טוען שהטלית כולה

שלו ואילו השני טוען שמחצית הטלית שייכת לו. הפסיקה היא שהאיש שתובע את כל הטלית יקבל $\frac{3}{4}$ מערכה ואילו זה שתובע את מחציתה יקבל $\frac{1}{4}$ מערכה. נחזור לרגע לסיפור של שירה ופלג. הכסף ("טלית") אותו יש לחלק בין שניהם הוא 120 שקלים. לשירה נאמר מראש שהיא תקבל 120 שקלים, ולכן היא תובעת את כל הסכום הזה (כל ה"טלית"). פלג, לעומתה, תובע רק מחצית מהסכום – 60 שקלים (מחצית ה"טלית").

על-פי המסכת, שירה צריכה לקבל $\frac{3}{4}$ מהסכום, כלומר 90 שקלים, ואילו פלג $\frac{1}{4}$ מהסכום, כלומר 30 שקלים.

רציונל שיכול לעמוד מאחורי חלוקת "שניים אוחזין"

התלמידים התבקשו לנסות ולהסביר את ההיגיון שמאחורי החלוקה שבמסכת. ההסברים שלהם עשויים להיות מעניינים, ואחדים מהם אף עשויים להיות שקולים לזה שנציג כעת. בכל מקרה, בטרם תחלקו להם את דף תלמיד 2, עליכם להציג להם את ההסבר הזה: נתחיל באדם שדורש חצי מהטלית. לאדם זה אין דרישות לגבי החצי השני של הטלית, ולכן חצי טלית זו תינתן לאדם השני הדורש את כל הטלית. את החצי הנותר דורשים שני האנשים (וכל אחד מהם דורש אותו במלואו), ולכן הוא יחולק ביניהם שווה בשווה. התוצאה היא שהאדם שדורש את כל הטלית מקבל $\frac{3}{4}$ ממנה ואילו השני רק $\frac{1}{4}$. בטרם נמשיך בפעילות, חשוב שתפנו את תשומת לב התלמידים לצורת החשיבה המיוחדת שהופעלה כאן. לגבי כל אחד משני האנשים, במקום לשאול איזה חלק מהטלית הוא דורש? אנו שואלים על איזה חלק מהטלית הוא מוותר (אין לו דרישה)? האדם הראשון לא מוותר מראש על אף חלק מהטלית ואילו השני מוותר מראש על חצי ממנה.



מציאת ההיגיון מאחורי המסכת היא דבר חשוב, כי המסכת מביאה מקרה אחד – של אדם שמבקש הכל אל מול אדם שמבקש רק חצי. אבל המקרה הזה אמור לשמש אב טיפוס, דוגמה שממנה אמורים להכליל ולהשליך אל מקרים אחרים שעלולים לעלות. ההכללה הזו לא כתובה במסכת עצמה, והיא תלויה בפרשנות – כלומר בהיגיון שמצאנו שעומד מאחוריה.

למשל – מה נעשה אם האדם השני לא מבקש חצי מהטלית, וגם לא את כולה, אלא חלק אחר ממנה?

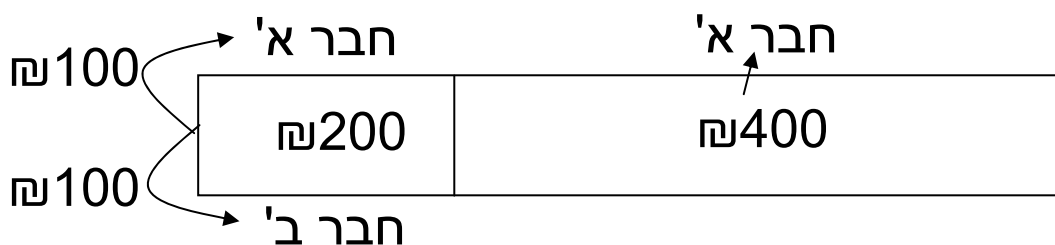
לפני שתחלקו לתלמידים את דף תלמיד מספר 2, הציגו בפניהם את המקרה הבא:
גיל הבטיח לשני חבריו יחד 1000 ₪. לחבר א' הוא הבטיח 800 ₪ ואילו לחבר ב' 200 ₪.
גיל השאיר לשני החברים מעטפה ובה רק 600 ₪ כדי שיחלקו ביניהם.

שאלו את התלמידים: בהנחה ששני החברים מעוניינים לחלק את 600 השקלים ביניהם ברוח המשנה, כמה יקבל כל אחד מהם?

פיתרון:

במקרה הנ"ל חבר א' אומר "כולה שלי" – כלומר הוא מבקש את כל 600 השקלים. הוא אמנם רוצה אפילו יותר מהכל, אך אין התחשבות בדרישה שהיא מעבר ל"טלית" כולה. חבר ב' אומר "חלקה שלי" – הוא אינו מבקש מחצית מהכסף, אלא חלק אחר (במקרה זה שלישי). הדרישות האלה אינן מתאימות למסכת כלשונה. על כן, יש לחפש חלוקה המסתמכת על עיקרון דומה לזה שבמסכת.

ניזכר בהסבר שנתנו קודם: במקום לשאול איזה חלק מהטלית דורש כל אחד, נשאל על איזה חלק מהטלית מוותר כל אחד (אין לו דרישה)?
כאמור, חבר א' אינו מוותר על אף שקל, אך חבר ב' מוותר על 400 ₪. סכום זה עובר לחבר א'. את 200 השקלים הנוספים דורשים שני החברים גם יחד, ולכן יש לחלק אותם ביניהם שווה בשווה – מאה ₪ לכל אחד ("זה אומר כולה שלי וזה אומר כולה שלי"):
בסך הכל חבר א' מקבל 500 ₪ ואילו חבר ב' 100 ₪.



גם במשימות הבאות בדף תלמיד 2 הבעיות המופיעות הן מסוג "זה אומר כולה שלי וזה אומר חלקה שלי". הדגישו בפני התלמידים שעליהם לפתור אותן על-פי הפרשנות הזו

של המסכת במהלך עבודתם, אם תחושו שיש צורך ברמז, בקשו מהתלמידים להפעיל בתשובותיהם את השיקול של **"על איזה חלק אין לי דרישות"**.

הערה: המטרה היא לעבוד עם השיקול הזה בצורה שכלתנית, ולא לערב שיקולים רגשיים של מה נראה לנו, היום, הוגן או לא הוגן. אנחנו מנסים לעקוב אחרי ההיגיון של התלמוד וליישם אותו.

חלוקה לפי "שניים אוחזין"

נזכיר שוב את המשנה הלקוחה מתוך התלמוד (מסכת בבא מציעא):

"שניים אוחזין בטלית ... זה אומר: כולה שלי, וזה אומר: כולה שלי ויחלקו

שניים אוחזין בטלית ... זה אומר: כולה שלי, וזה אומר: חציה שלי... זה נוטל שלושה חלקים וזה נוטל רביע."

המסכת מתארת שני מצבים: מצב בו כל אחד מהאנשים דורש את כל הטלית ומצב בו אחד מהאנשים דורש את כל הטלית והשני דורש את חציה. אף על פי כן, קיימים מצבי מחלוקת נוספים בין שני אנשים, אותם ניתן לפתור בעזרת עיקרון דומה לזה המופיע במסכת.

נסו לפתור את השאלות הבאות תוך שימוש בעיקרון של **"שניים אוחזין"**:

1. אלון הבטיח ליעל ולשרון את אוסף הגולות שלו – 200 גולות. הוא אמר שיעל תקבל 140 גולות ואילו שרון תקבל 60. יום לפני שנתן את האוסף, הפסיד אלון 70 גולות. לפיכך הוא נתן ליעל ולשרון אוסף בן 130 גולות. אלון לא השאיר הוראות חלוקה חדשות.
א. כיצד צריכות יעל ושרון לחלק ביניהן את הגולות בהתאם למסכת לעיל?
ב. נניח שבוצעה חלוקה לפי המסכת, מי מהשתיים הרוויחה מכך שהחלוקה לא בוצעה לפי יחס?
2. מה היו תשובותיכם לסעיפי השאלה הקודמת במקרה בו אלון היה משאיר ליעל ולשרון רק 110 גולות?
3. ומה אם היה משאיר רק 80?
4. ומה אם היה משאיר רק 70?
5. כמה גולות היה צריך אלון להשאיר על-מנת שחלוקת הגולות בשיטת היחס היתה נותנת בדיוק את אותה החלוקה כמו זו המתקבלת בשיטת המסכת?

חלוקה לפי "שניים אוחדין" – למורה

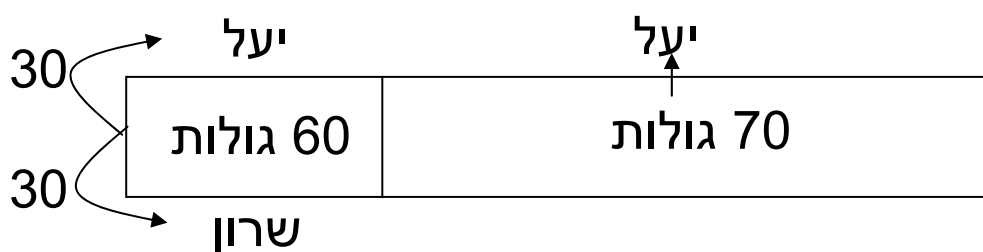
עליכם להקשיב להסברי התלמידים, תוך שאתם דורשים מהם להיעזר בעיקרון של "על איזה חלק אין לי דרישות". הסתמכות על עיקרון זה תמקד את שיטות העבודה שלהם. להלן הפתרונות אליהם כיוונו.

1. ניעזר בטבלה הבאה:

מספר הגולות הכללי	הדרישה של יעל	הדרישה של שרון
130	140	60

חלוקה לפי המסכת:

יעל דורשת את כל 130 הגולות (כל ה"טלית"), ועל כן היא אינה מוותרת על דבר. שרון לעומתה דורשת רק חלק מהגולות (60), ועל כן היא מוותרת על 70 גולות. 70 הגולות עליהן ויתרה שרון עוברות ליעל, ואילו 60 "גולות המריבה", מתחלקות שווה בשווה בין השתיים. על-פי היגיון זה יעל צריכה לקבל 100 גולות ואילו שרון רק 30.



חלוקה לפי יחס:

היחס אמור להיות 60:140, כלומר 3:7. זהו יחס נוח לחישובים כיוון שמכל 10 גולות תקבל יעל 7 ואילו שרון 3. מאחר שיש 130 גולות (13 עשירות), תקבל יעל $13 \times 7 = 91$ גולות, ואילו שרון תקבל $13 \times 3 = 39$ גולות.

מסקנה: יעל מרוויחה מכך שהחלוקה היא לפי המשנה (באופן זה היא מקבלת 100 גולות, לעומת 91 אותן היתה מקבלת בחלוקה לפי יחס), ושרון מפסידה מכך (30 במקום 39).

הערה:

שימו לב לכך שבשיקולים שהופעלו אין התייחסות לעובדה שיעל דורשת יותר ממספר הגולות שיש לחלק בין השתיים. ההתייחסות היא רק לעובדה שיעל אינה מוותרת על אף גולה. גם אם הייתה יעל דורשת 120 גולות הייתה מתקבלת אותה התוצאה.

2-4. נביט על המקרים הבאים:

הפעם לשרון אין דרישה רק על 50 גולות, אותן תקבל יעל. יתר 60 הגולות יחולקו שווה בשווה. **יעל תקבל 80 גולות ואילו שרון 30.**
 בחלוקה לפי יחס **מקבלת יעל $11 \times 7 = 77$ גולות ואילו שרון תקבל $11 \times 3 = 33$ גולות.**
מסקנה: גם במקרה הזה יעל מרוויחה מכך שהחלוקה היא לפי המסכת (במסכת היא מקבלת 80 גולות לעומת 77 לפי חלוקת היחס), ושרון מפסידה מכך (30 במקום 33).

הערה חשובה:

בשלב זה סביר שחלק מהתלמידים יעלו על הרעיון הבא: בשני המקרים שהופיעו בשאלות 1 ו-2, מקבלת שרון חצי ממה שהיא ביקשה, כלומר 30 גולות. שרון תקבל 30 גולות בכל מצב בו מספר הגולות לחלוקה הוא 60 ומעלה, כיוון שעל שאר הגולות היא מוותרת. על כן, כל שיש לעשות במקרה זה הוא לתת לשרון 30 גולות ואילו ליעל את השאר.

כמו כן, בכל המקרים חלוקה לפי יחס צריכה להתאים ליחס 3:7
 נרכז את כל התשובות לשאלות 1-4 בטבלה הבאה:

השאלה	מס' הגולות לחלוקה	חלוקה לפי המסכת	חלוקה לפי יחס
1	130	יעל: 100 שרון: 30	יעל: 91 שרון: 39
2	110	יעל: 80 שרון: 39	יעל: 77 שרון: 33
3	80	יעל: 50 שרון: 30	יעל: 56 שרון: 24
4	70	יעל: 40 שרון: 30	יעל: 49 שרון: 21

שימו לב שבמקרים 1,2 המרוויחה מכך שהחלוקה אינה לפי יחס היא יעל, ובמקרים 3,4 המרוויחה היא שרון. כמו כן שימו לב שאם כמות הגולות לחלוקה קטנה מ-60, הרי ששתי הבנות דורשות את "כל הטלית", ולכן החלוקה תהיה שווה (אם היו למשל 40 גולות הן היו מתחלקות 20 ו-20).

5. בשאלות 1,2 בהן מספרי גולות החלוקה היו 130 ו-120 ראינו שיעל הרוויחה מכך שהחלוקה היתה לפי המסכת ולא לפי יחס. לעומת זאת, בשאלות 3,4, בהן מספרי הגולות לחלוקה היו 80 ו-70, שרון הרוויחה מכך שהחלוקה היא לפי המסכת. מתוך כך, מתקבל על הדעת שקיים מספר גולות בין 80 ל-120, בו החלוקה לפי המסכת והחלוקה לפי יחס זהות.

ניתן לפתור שאלה זו בדרך הבאה:

אנו יודעים שבחלוקה לפי יחס, היחס אינו תלוי במספר הגולות לחלוקה, אלא רק בדרישות של כל ילדה. היחס הזה הוא 3:7. במקביל, ראינו שבחלוקה על-פי המסכת, בכל מספר גולות לחלוקה בתחום שבדקנו (70–130), תקבל שרון בשיטת המסכת 30 גולות. מתוך כך לא קשה לראות שמספר הגולות העונה על דרישות השאלה הוא 100. יעל תקבל לפי המסכת 70 גולות ואילו יעל תקבל 30 גולות. היחס יהיה 3:7, בדיוק כמו בחלוקת היחס.

נסכם את המהלך שנעשה עד כאן:

1. מתוך המסכת: "זה אומר כולה שלי וזה אומר כולה שלי". הפיתרון: לחלק בשווה.
2. מתוך המסכת: "זה אומר כולה שלי וזה אומר חציה שלי". הפיתרון: זה מקבל 3 רבעים, וזה מקבל רבע
3. פרשנות למקרה הבא: "זה אומר כולה שלי וזה אומר חלקה שלי". הפיתרון: בודקים על כמה מהסכום התובע השני מוותר, סכום זה מגיע לתובע הראשון שמבקש הכל. את היתרה מחלקים שווה בשווה בין השניים.

כעת נותר למצוא פתרון למקרה רביעי:

"זה אומר חלקה שלי וזה אומר חלקה שלי"

בשלב זה הציגו לתלמידים את השאלה הבאה שלא צורפה לדף התלמיד:

6. מה היא החלוקה המתאימה למסכת במקרה בו אלון היה מפסיד רק 20 גולות?

אפשר להיעזר בטבלה הבאה:

מספר הגולות הכללי	הדרישה של יעל	הדרישה של שרון
180	140	60

אפשרו לתלמידים להציע את הצעותיהם.

שימו לב להבדל בין שאלה זו לקודמותיה. בשאלות הקודמות יעל דרשה את כל הגולות (כל ה"טלית"), הפעם, גם יעל דורשת רק חלק מהגולות.

כלומר "זו אומרת חלקה שלי וזו אומרת חלקה שלי".

למרות החידוש, הרי שהפתרון הנובע מהמסכת הוא דומה:

כל אחת משתי הבנות דורשת רק חלק מהגולות, ואינה דורשת חלק אחר.

שרון דורשת 60 גולות ולכן היא מוותרת על 120.

יעל דורשת 140 גולות ולכן היא מוותרת על 40.

120 גולות עליהן לשרון אין דרישה ולכן יעל מקבלת אותן	40 גולות עליהן ליעל אין דרישה ולכן שרון מקבלת אותן	
--	---	--

המלבן הריק מכיל את הגולות שאף אחת מהילדות אינה מוותרת עליהן. חישוב קצר

מראה שבחלק זה יש 20 גולות שאמורות להתחלק שווה בשווה ביניהן.

120 גולות עליהן לשרון אין דרישה ולכן יעל מקבלת אותן	40 גולות עליהן ליעל אין דרישה ולכן שרון מקבלת אותן	20 גולות ששתיהן דורשות ולכן מתחלקות בשווה
--	---	---

לסיכום: יעל תקבל 130 גולות ואילו שרון 50.

הקדמה לדף תלמיד 3

דף התלמיד הבא עוסק בבעיה מעניינת מאוד. מה קורה כאשר במקום שניים אוחזין יש שלושה אוחזין, או כפי שתיווכחו שלוש אוחזות.

בנושא זה מופיעה משנתו של רבי נתן מהמאה השנייה לספירה. במשנה זו הוא מתאר כיצד לחלק ירושה בין שלוש נשים של בעל שנפטר. הבעל הבטיח בירושה שלו, לאישה אחת 300 (מטבעות כסף), לשנייה 200 ולשלישית 100. המשנה מטפלת בשלושה מקרים:

- כיצד לחלק את הכסף כאשר העיזבון (מה שהבעל הותיר בפועל) הוא בסך-הכל 100 יחידות כסף.
- כיצד לחלק את הכסף כאשר העיזבון הוא 200 יחידות כסף.
- כיצד לחלק את הכסף כאשר העיזבון הוא 300 יחידות כסף.

החלוקות אותן הציע רבי נתן לא הובנו כמעט 2000 שנה. חכמי התלמוד לא הצליחו לגלות שיטתיות המתאימה לכל שלושת המקרים, ולכן בסופו של דבר הוחלט לדחות את דברי משנה זו, ולקבל במקומה שיטות אחרות, בעלות רציונל שהובן. רק בימינו, בעזרת תורת המשחקים, פוענח הרציונל מאחורי הצעתו של רבי נתן. התברר שיש דרך עקבית אחת המסבירה את שלוש החלוקות שלו – דרך זו קשורה קשר הדוק למשנה של "שניים אוחזין".

בטרם נציג את חלוקתו של רבי נתן, נחלק לתלמידים את דף תלמיד 3, בו הם יתבקשו להציע חלוקות משלהם לשלושת המקרים האלה, תוך שימוש בשיקולים המבוססים על "שניים אוחזין".

ירושה של שלוש נשים

במסכת כתובות מופיעה משנה המיוחסת לרבי נתן, העוסקת במקרה בו אדם שנפטר השאיר צוואה המתארת כיצד יש לחלק את כספו בין 3 נשותיו. על-פי הצוואה, אישה אחת אמורה לקבל 300 (יחידות כסף), השנייה 200 והשלישית 100. המסכת מטפלת בשלושה מקרים בהם העיזבון של הבעל היה פחות מ- 600 יחידות כסף.

- מה צריכה להיות החלוקה במקרה שהעיזבון הוא 300 יחידות כסף.
- מה צריכה להיות החלוקה במקרה שהעיזבון הוא 200 יחידות כסף.
- מה צריכה להיות החלוקה במקרה שהעיזבון הוא 100 יחידות כסף.

בטרם נגלה לכם את החלוקות אותן הציע רבי נתן, הציעו גם אתם חלוקות מתאימות. לשם כך עליכם למלא את הטבלה הבאה:

רכוש \ תביעות הנשים	100	200	300
100			
200			
300			

שימו לב!

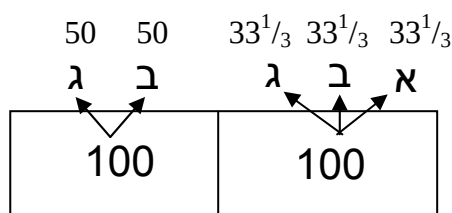
אתם מתבקשים להפעיל שיקולים הדומים לאלה שנלמדו בנושא של "שניים או חזין".

ירושה של שלוש נשים - למורה

אפשרו לתלמידים להציע את החלוקות שלהם ולנמקן. חשוב להבין שיש לקבל כל תשובה שמכילה מרכיבים ברוח המסכת. סביר להניח שרובם ככולם ימלאו את הטור השמאלי בטבלה (המופיעה בהמשך), בדיוק כפי שעשה זאת רבי נתן. ייתכן שחלק אף ימלאו את הטור הימני כפי שמילא רבי נתן. לעומת זאת, יהיה זה נדיר מאוד לגלות תלמידים שמילאו את הטור האמצעי בטבלה כפי שעשה זאת רבי נתן. מאחר שמדובר בחלוקה שלא הובנה במשך כמעט 2000 שנה, קשה לצפות שתלמידים ימצאו אותה.

נתחיל מהטור השמאלי. סכום החלוקה הוא 100 יחידות כסף, ואף אחת מהנשים אינה מוותרת על אף חלק שלו. הגיוני להסיק כאן שברוח המסכת החלוקה צריכה להיות שווה, כלומר כל אישה מקבלת $33\frac{1}{3}$ יחידות כסף.

נעבור לטור האמצעי, בו העיזבון הוא 200 יחידות כסף. אם נחלק את הכסף לשתי קבוצות בנות 100 יחידות כסף כל אחת, נקבל שהאישה הראשונה מוותרת על קבוצה אחת כזו ולכן קבוצה זו מחולקת שווה בשווה בין שתי האחרות (50 לכל אחת). לעומת זאת, אף אישה אינה מוותרת על 100 יחידות הכסף הנותרות, ולכן צריך לחלק אותן שווה בשווה בין כל השלוש – $33\frac{1}{3}$ לכל אחת.

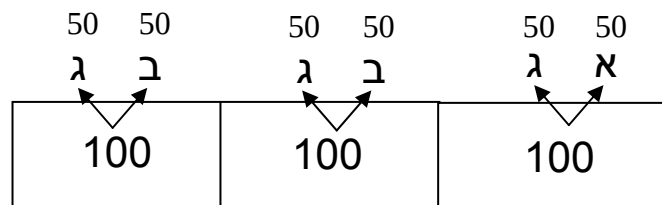


בסיכומי של דבר, בחלוקה זו מקבלת האישה הראשונה $33\frac{1}{3}$ יחידות כסף ואילו כל אחת משתי האחרות $33\frac{1}{3}$. זו נראית חלוקה ברוח המסכת שהיא מתקבלת על הדעת, ולכן סביר שחלק מתלמידי הכיתה יציגו אותה.

נעבור לטור הימני. נציג כאן שתי חלוקות אפשריות שכל אחת מהן מסתמכת על רוח המסכת.

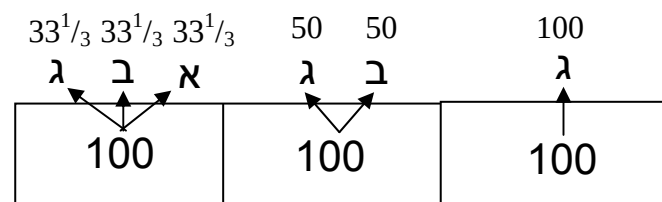
חלוקה הגיונית ראשונה

נחלק את 300 יחידות הכסף לשלוש קבוצות בנות 100 יחידות כסף. האישה הראשונה דורשת רק קבוצה אחת כזו, ולכן היא מוותרת על שתי הקבוצות האחרות. מאתיים יחידות הכסף שבשתי קבוצות אלה יחולקו שווה בשווה בין שתי האחרות. האישה השנייה מוותרת על 100 יחידות הכסף הנותרות, והן מחולקות שווה בשווה בין האישה הראשונה לזו השלישית. על-פי דרך זו תקבל האישה הראשונה 50, השנייה 100 והשלישית 150 – כפי שתיראו בהמשך, זו תהיה גם חלוקתו של רבי נתן. הנה השרטוט המתאים לחלוקה הזו:



חלוקה הגיונית שניה

גם כאן נחלק את 300 יחידות הכסף לשלוש קבוצות בנות 100 יחידות כסף. כל אחת משתי הנשים הראשונות מוותרת על 100 יחידות כסף ולכן ניתן את 100 יחידות הכסף האלה לאשה השלישית. האישה הראשונה מוותרת גם על מאה יחידות הכסף השניות, שיחולקו שווה בשווה בין האישה השנייה והשלישית – 50 לכל אחת. כל הנשים רוצות את 100 יחידות הכסף האחרונות, שיחולקו שווה בשווה בין 3 הנשים – $33\frac{1}{3}$ לכל אחת. הנה השרטוט המתאים לחלוקה הזו:



בחלוקה זו אישה א' מקבלת $33\frac{1}{3}$ יחידות כסף, אישה ב' $83\frac{1}{3}$ ואישה ג' $183\frac{1}{3}$.

כעת הציגו לתלמידים את המסכת המצוטטת כאן בערך מילה במילה (מצורף שקף בסוף הפעילות):

"מי שהיה נשוי לשלוש נשים ומת, ירושה של זו מאה, ושל זו מאתיים, ושל זו שלוש מאות, ואין שם [בעיזבון] אלא מאה – חולקות בשווה.
היו שם מאתיים – של מאה נוטלת חמישים, של מאתיים ושל שלוש מאות – שבעים וחמש כל אחת.
היו שם שלוש מאות – של מאה נוטלת חמישים, של מאתיים נוטלת מאה, ושל שלוש מאות נוטלת מאה וחמישים".

מלאו יחד עם התלמידים את הטבלה המתאימה למסכת:

רכוש תביעות הנשים			
	100	200	300
100	$33\frac{1}{3}$	50	50
200	$33\frac{1}{3}$	75	100
300	$33\frac{1}{3}$	75	150

ההפתעה בטבלה מתקבלת בטור האמצעי, כיוון שמצאנו הסבר הגיוני על פי המסכת לשני הטורים האחרים.

נזכיר כי אנחנו מחפשים "שיטה אחידה" – כלל הגיוני שיסביר את כל שלוש החלוקות גם יחד. זה חשוב, כי המטרה היא ליישם את החלוקות גם למקרים של ירושות שונות ותביעות שונות שיעלו במציאות. השיטה שאנחנו מחפשים היא פרשנות שמאפשרת הכללה מן המקרה המופיע במשנה למקרים אחרים.

מהי, אם כן, השיטה האחידה בה נקט רבי נתן בכל שלוש החלוקות האלה?

תוכלו לאפשר לתלמידים להתבונן מספר דקות בטבלה המלאה לפי שיטתו של רבי נתן, ולנסות לגלות את סודה.

בשלב הזה ספרו להם את הסיפור ההיסטורי הבא:
 כאמור, חכמי התלמוד התקשו במציאת השיטה האחידה המתאימה לכל שלוש החלוקות של רבי נתן, ובסופו של דבר היא הוחלפה בפסיקה של רבי יהודה הנשיא. פסיקתו היתה ששלוש הנשים צריכות "לחלוק בשווה".

בניסיון לפרש פסיקה זו, החליטו רוב החכמים ש-"חלוקות בשווה" פירושו חלוקה לפי יחס.

אחרים טענו שחלוקות בשווה פירושו שכל אישה מקבלת את אותו הסכום, בתנאי שאף אחת לא עברה את הסכום שנרשם לה בירושה. נרחיב מעט על שיטה זו:
 באופן מעשי מחלקים תחילה את הסכום לשלושה סכומים שווים. כל אישה תקבל שליש בתנאי שסכום זה אינו גדול מזה שהובטח לה בצוואה. מתחילים לבדוק מהאישה לה הובטח הסכום הנמוך ביותר. אם החלק שרוצים לתת לה גדול יותר ממה שהובטח לה, הרי שנותנים לה רק את מה שהובטח לה. את העודף מחלקים שווה בשווה בין שתי האחרות, ובודקים האם כעת האישה השנייה בתורה עברה את החלק שהובטח לה. אם כן, לוקחים ממנה עודף זה ומעבירים אותו לאישה הראשונה.
 שימו לב שאפשר ליישם שיטת חלוקה זו עבור כל מספר של נשים.

הסבירו שיטה זו לתלמידים ומלאו יחד איתם את הטבלה הבאה המתאימה לשיטה:

רכוש תביעות הנשים	100	200	300	400	550
100	$33\frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}$	100	100	100
200	$33\frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}$	100	150	200
300	$33\frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}$	100	150	250

סוף דבר – פיענוח המסכת של רבי נתן

המשיכו לספר לתלמידים את הרשום כאן:

כפי שכבר אמרנו, רק לאחרונה הצליחו אנשי תורת המשחקים למצוא הסבר עקבי לשיטת החלוקה של רבי נתן. ראשית התגלה קשר מידי בין מסכת זו למסכת של "שניים אוחזין". מסתבר שכל החלוקות בין כל הזוגות האפשריים של נשים בטבלה, מתאימות ל"שניים אוחזין" (על כן נקרא לוח כזה לוח תואם "שניים אוחזין"). נחזור לטבלה ונסביר זאת:

רכוש \ תביעות הנשים	100	200	300
100	$33\frac{1}{3}$	50	50
200	$33\frac{1}{3}$	75	100
300	$33\frac{1}{3}$	75	150

נתרכז למשל בטור האמצעי (שלא מצאנו לו הסבר רציונלי עד כה). נסתכל בתביעות ובחלוקה של שתי הנשים הראשונות. התביעות שלהן הן 100 ו-200, והחלוקה בהתאמה היתה 50 ו-75. כלומר, הסכום שחולק ביניהן הוא 125. אם היינו מתבקשים לחלק 125 בין "שני אוחזין", שאחד דורש 200 והשני 100, היינו אומרים שזה שדורש 100 מוותר על 25, ולכן סכום זה עובר לחברו. לאחר מכן היינו מחלקים את יתר ה-100 שווה בשווה בין השניים. כך היינו מקבלים חלוקה של 50, 75 כמו במסכת. באופן דומה בדקו עם התלמידים שבכל טור, כל החלוקות בין שתי נשים מתאימות לרעיון של "שניים אוחזין".

ברם, שימו לב: דרך זו מאפשרת לנו לפענח את ההיגיון העומד בבסיס הטבלה **בדיעבד**, כאשר היא מלאה. היא אינה נותנת לנו "מרשם" כיצד למלא את הטבלה. למרות שהתגלה הסוד של "שניים אוחזין" בתוך הלוח של רבי נתן, עדיין נשארו מספר שאלות כמו:

- האם לכל צוואה ולכל עיזבון תמיד קיים לוח תואם "שניים אוחזין"?
- האם ייתכן שיש צוואה ועיזבון שלהם יותר מלוח אחד התואם "שניים אוחזין"?
- מה קורה כשיש יותר משלוש נשים? האם גם אז יש לוח תואם "שניים אוחזין"?

החקירה בתורת המשחקים פתרה את השאלות לעיל בשלמות. מסתבר שלכל צוואה, לכל עיזבון, ולכל מספר של נשים, יש טבלה אחת ויחידה שהיא תואמת "שניים אוחדין".

ההוכחה היא כמובן הרבה מעבר לפעילות זו. לעומת זאת, מעניין לדעת שבאמצעותה התקבלה דרך לא מסובכת המסבירה כיצד לבנות טבלה כמו זו של רבי נתן.

נשים לב לכך שבכל שלושת המקרים שבטבלה של רבי נתן, העיזבון שהשאיר אחריו האדם (100 או 200 או 300) אינו עולה על מחצית סכום התביעות של הנשים

$$\left(\frac{100 + 200 + 300}{2} = 300 \right)$$

יש למלא את הטבלה לפי הכלל הבא: כל אישה מקבלת חלק שווה, בתנאי שאף אחת לא תקבל יותר ממחצית הסכום אותו היא דורשת.

לדוגמא: נחזור לטור האמצעי בטבלה. העיזבון הוא 200 יחידות כסף. נחלק אותו לשלושה חלקים שווים – כל אישה אמורה לקבל $66\frac{2}{3}$. הבעייה היא שעל-פי חלוקה זו תקבל האישה הראשונה יותר ממחצית התביעה שלה (50). על כן לוקחים ממנה $16\frac{2}{3}$, ומשאירים בידיה רק 50. שתי האחרות מתחלקות שווה בשווה ב-150 יחידות הכסף שנותרו – כל אחת מקבלת 75 יחידות, שזה פחות ממחצית התביעות של כל אחת מהן.

תוכלו לבדוק שבשיטה זו מתקבלת הטבלה של רבי נתן. מצד שני לא נוכל כאן להוכיח שהשיטה הזו יוצרת תמיד טבלה בה כל זוג אנשים המופיעים בה מקבלים סכומים התואמים את "שניים אוחדין".

חשוב להעיר שקיים היגיון מאחורי שיטת החלוקה לעיל: כאשר מחלקים פחות ממחצית סכום הדרישות של התובעים, הרי שלא בלתי הגיוני הוא לדאוג לכך שאף אחד מהם לא יקבל יותר ממחצית מה שהובטח לו.

לאחר שתסבירו לתלמידים את כל מה שהסברנו עד כה, חלקו להם את דף התלמיד האחרון, בו הם מתבקשים למלא טורים נוספים, בטבלה מורחבת יותר מאשר זו של רבי נתן. לאחר שיעשו זאת, חשוב שיבדקו שבכל טור שמילאו, כל שתי נשים מקבלות סכומים התואמים את "שניים אוחדין".

בניית טבלת ירושה של שלוש נשים

בטבלה הבאה נותרו 3 עמודות לא מלאות:

רכוש \ תביעות הנשים	100	160	200	250	280	300
100	$33\frac{1}{3}$		50			50
200	$33\frac{1}{3}$		75			100
300	$33\frac{1}{3}$		75			150

ראינו כבר ששלוש העמודות המלאות הן תואמות "שניים אוחזין". שימו לב לכך שבכל העמודות, הסכום המחולק אינו עולה על מחצית הסכום שדורשות שלוש הנשים – הנשים דורשות יחד 600 ומחצית הסכום היא 300. כפי שהוסבר לכם על-ידי המורה, על-מנת להשלים את הטבלה, כך שהיא תהיה תואמת "שניים אוחזין", יש לפעול על-פי העיקרון הבא:

כל אישה מקבלת סכום שווה, ובלבד שלא תקבל יותר ממחצית התביעה שלה.

מלאו את שלוש העמודות הריקות שבטבלה.

שימו לב שניתן לבדוק את התשובות שלכם:

בתשובה הנכונה, בכל עמודה, החלוקה של כל שתי נשים צריכה להיות תואמת "שניים אוחזין".

בניית טבלת ירושה של שלוש נשים - למורה

הנה הטבלה המלאה:

רכוש \ תביעות הנשים	100	160	200	250	280	300
100	$33\frac{1}{3}$	50	50	50	50	50
200	$33\frac{1}{3}$	55	75	100	100	100
300	$33\frac{1}{3}$	55	75	100	130	150

הערה לסיום:

מורה הרוצה להרחיב מעט את ידיעותיו בנושא, יוכל להיעזר בעמוד האינטרנט הבא:

<http://www.daat.ac.il/mishpat-ivri/skirot/234-2.htm>

בעמוד מופיע עיבוד למאמרו של פרופסור ישראל אומן: "בעניין מי שהיה נשוי לשלוש נשים", מוריה קכב (תשנ"ט), עמ' צח-קז.

באתר הזה תוכלו למצוא בין היתר הסבר לא מסובך כיצד יש לחלק ירושה בין 3 נשים, במקרה בו הסכום המחולק **עולה** על מחצית סכום הדרישות של הנשים.



שניים אוחדין

**"שניים אוחדין בטלית... זה אומר: כולה שלי, וזה
אומר: כולה שלי... ויחלוקו.**

**שניים אוחדין בטלית... זה אומר: כולה שלי, וזה
אומר: חציה שלי... זה נוטל שלושה חלקים וזה
נוטל רביע."**



שלוש נשים

"מי שהיה נשוי לשלוש נשים ומת, ירושה של זו מאה, ושל זו מאתיים, ושל זו שלוש מאות, ואין שם [בעיזבון] אלא מאה – חולקות בשווה.

היו שם מאתיים – של מאה נוטלת חמישים, של מאתיים ושל שלוש מאות – שבעים וחמש כל אחת.

היו שם שלוש מאות – של מאה נוטלת חמישים, של מאתיים נוטלת מאה, ושל שלוש מאות נוטלת מאה וחמישים".