



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך
Israel Center for Excellence
through Education

מצוינות 2000
ע"ש קרן מיטצל

המכון למצוינות בהוראה

מתמטיקה של בחירות

ד"ר קרני שיר

חומרי הלימוד הינם לשימוש במסגרת ההוראה בתכנית "מצוינות 2000" בלבד. אין להפיצם ללא רשות, מראש ובכתב, מהמרכז הישראלי למצוינות בחינוך.

הקדמה

הנושא "מתמטיקה של בחירות" שייך לתחום במתמטיקה הנקרא "תורת המשחקים". במהלך הפעילות יתקלו התלמידים במצבים שונים ומגוונים מחיי היומיום, בהם יש לבחור בין אפשרויות שונות: כיצד יש לקבוע מיהו המועמד הראוי לתפקיד מסוים? איך בוחרים את השיר הטוב ביותר בתחרות? איך יודעים איזו קבוצת כדורגל היא הטובה ביותר? ועוד. כולנו יודעים ששיטת הבחירה של ראש ממשלה שונה משיטת הבחירה של שיר באירוויזיון ושתי השיטות הללו שונות משיטת הבחירה של קבוצת הכדורגל הטובה ביותר באירופה.

במהלך הפעילות נחשוף בפני התלמידים שיטות בחירה מקובלות ונדון עימם ביתרונות ובחסרונות של כל אחת מהן בהתאם לנושא הבחירה.

ההיכרות עם הנושא תפגיש את התלמידים עם שימושים של המתמטיקה בתחומים שונים בחיי היום-יום. למידה והבנה של הנושאים המתמטיים הנדונים ביחידה זו יכולות, מעבר להרחבת הידע התיאורטי של התלמיד, לשמש כלי להבנה ולפתרון של בעיות הקשורות לקבלת החלטות חברתיות.

חשוב להעיר לגבי אחד מהמסרים החשובים של החוברת. במהלך היחידה יוצגו לתלמידים שיטות בחירה שונות, שלכל אחת מהן יש כאמור דוגמא לשימוש בחיי היום-יום. השיטות השונות נראות כולן מתקבלות על הדעת. הבעיה היא שבמקרים רבים הפעלתה של שיטה אחת מוליכה לזוכה השונה מזה המתקבל מהפעלתה של שיטה אחרת. בחוברת תראו דוגמאות רבות לכך. מתוך כך, בהקשר של בחירות לראשות מדינה, ניתן לומר שהדמוקרטיה היא אמנם שלטון הרוב, אך "הרוב" הוא מושג יחסי הנקבע על-פי השיטה.

היחידה מורכבת משלושה מפגשים המחולקים באופן הבא:

א. השיעור הראשון מציע מפגש ראשוני עם הנושא של כללי החלטה, תוך עבודה עצמית (אינטואיטיבית) ודיון כיתתי. נעסוק בשני מקרים בהם יש לקבל החלטות המסתמכות על עדיפויות שונות של הפרטים בחברה. במפגש נתמקד בשני כללי החלטה שונים המוכרים לתלמידים מחיי היום-יום: **כלל הרוב וכלל הרוב המוחלט**. בנוסף יחשפו התלמידים לכלל החלטה שאינו מוכר להם - **כלל הרוב עם הוצאה**.

ב. במפגש השני יכירו התלמידים שלושה כללי החלטה נוספים: **ספירת בורדה**, **השוואה בזוגות והצבעת אישור**, ויעמדו על האופן בו פועלים כללי החלטה אלה.

ג. במפגש השלישי והאחרון יסכמו התלמידים את ששת כללי ההחלטה אותם הכירו בשני המפגשים הקודמים וידונו ביתרונות ובחסרונות של כל אחד מהם. בעזרת ששת הכללים האלה יחזרו התלמידים לשתי הבעיות בהן עסקו בתחילת היחידה, וינסו לחשוב איזה כלל החלטה נראה להם מתאים לכל אחת מהן.

מקורות להרחבה

<http://www.ctl.ua.edu/math103/Voting/4popular.htm>

פעילות 1: מתמטיקה של בחירות

מבוא

משפחה בת ארבע נפשות מחיפה: אבא (דוד גפן), אמא (מיכל גפן), ילדה בת 15 (דנה גפן) וילד בן 9 (יואב גפן) יצאו לחופשה בת שלושה ימים באילת.

את רוב היום הראשון בילתה המשפחה בנסיעה מחיפה לאילת, ורק בשעות אחר הצהריים הם הגיעו לאילת. בני משפחת גפן ידעו שביום השלישי והאחרון של החופשה יאלצו לעזוב את המלון לפני הצהריים. בהתאם לכך התלבטו מה לעשות ביום החופשה המרכזי שלהם – היום השני.

דוד גפן רצה מאד לצאת לטיול בהרי אילת, הוא אינו רוצה לבזבז את הזמן ולנוח על חוף הים, אך לעומת זאת, הוא מוכן להתפשר על יום כיף במצפה התת-ימי.

מיכל גפן אמרה שהיא באה לחופשה על מנת לנוח ולכן היא רוצה מאד לבלות את היום על חוף הים. ממש לא מתאים לה לטייל בהרים, אך היא מוכנה להתפשר על יום כיף במצפה התת-ימי.

דנה רצתה לבלות את היום על חוף הים, על מנת שתוכל לתפוס צבע ולהראות לכל החברות שלה בכיתה שהייתה באילת. היא לא רצתה לטייל בהרים (מה זה - טיול שנתי או חופש?), ואם כולם יתעקשו אז היא תצטרף אליהם ליום כיף במצפה התת-ימי.

יואבי, שזו הפעם הראשונה שלו באילת, מאוד רצה ללכת ליום כיף במצפה התת-ימי, הוא לא רצה לבלות את היום על שפת הים (נורא משעמם), ולא אכפת לו לטייל בהרים.

היות וזו חופשה משפחתית, היה חשוב לבני משפחת גפן לבלות את כל היום ביחד.

אם נסתכל על סדרי העדיפויות של בני המשפחה, ניתן יהיה לארגן אותם באופן הבא:

אבא	אמא	דנה	יואבי
טיול בהרים	חוף הים	חוף הים	מצפה תת-ימי
מצפה תת-ימי	מצפה תת-ימי	מצפה תת-ימי	טיול בהרים
חוף הים	טיול בהרים	טיול בהרים	חוף הים

מה הייתם ממליצים לבני משפחת גפן לעשות ביום השני של החופשה?

פעילות 1: הנחיות למורה

במהלך שיעור הפתיחה ניתן לחלק את הסיפור לתלמידים ולקרוא אותו יחד איתם, או לחלופין לספר להם אותו ולשתף אותם באופן פעיל תוך שאילת שאלות כגון: מהי לדעתכם ההעדפה הראשונה של אב המשפחה? מה יואבי רוצה לעשות? מהי ההעדפה האחרונה של דנה?

לאחר שתציגו את הנתונים (בדף העבודה של התלמידים, או על הלוח) תנו לתלמידים מספיק זמן על מנת שיחשבו על הבעיה כך שבסופו של דבר ימליצו את המלצתם למשפחה. הקשיבו לתשובות השונות, תוך שמיעת השיקולים אשר הביאו את התלמידים להמלצות אלה.

שימו לב – לא ניתן לשלב מספר פעילויות באותו היום (כלומר, לא ניתן ללכת ליום כיף במצפה התת-ימי ואח"כ לחוף הים).

בשלב זה בדקו עם התלמידים איזו החלטה הייתה מתקבלת לו היו חברי המשפחה בוחרים לקבל את ההחלטה על פי שיטת הרוב (כל חבר משפחה מצביע לאפשרות העדיפה בעיניו, ונבחרת האפשרות אשר זכתה למספר הגדול ביותר של קולות). מה היתרונות ומה החסרונות של ההחלטה המתקבלת על פי שיטה זו?

דרך חלופית היא לספר לתלמידים את הסיפור מבלי לגלות את העדיפויות של כל אחד מבני המשפחה ולבקש מהם לציין שיטה אחת לפחות שעל פיה ניתן לקבל את ההחלטה. רק לאחר שהתלמידים יציגו מספר שיטות לקבלת החלטה, מראים להם את ההעדפות של כל אחד מבני המשפחה ושואלים אותם איזו שיטה נראית להם עדיפה לאור הנתונים.

לשאלה, מה היינו ממליצים למשפחת גפן לעשות ביום השני לחופשתם? אין תשובה אחת חד-משמעית ויתכנו מספר תשובות אפשריות בהתאם לכלל ההחלטה בו אנו משתמשים. כל תשובה מנומקת באופן מתקבל על הדעת שתינתן על ידי התלמידים תחשב כמקובלת.

פעילות 2: בחירת יו"ר ארגון הסטודנטים באוניברסיטת תל אביב

באוניברסיטת ת"א נערכו בחירות לתפקיד יו"ר ארגון הסטודנטים. 1500 סטודנטים רשמו את ההעדפות שלהם לגבי ארבעת המתמודדים בבחירות: אורי, נועם, שחר ושחף. תוצאות ההצבעה מסוכמות בטבלה הבאה:

מקום	מספר קולות			
	450	300	360	390
1	שחף	שחר	שחר	אורי
2	נועם	נועם	נועם	שחף
3	אורי	אורי	שחף	שחף
4	שחר	שחף	אורי	שחר

שימו לב לאופן קריאת הטבלה: נתמקד למשל בטור הראשון מימין. 450 סטודנטים בחרו את שחף בעדיפות ראשונה, את נועם בעדיפות שנייה, את אורי בעדיפות שלישית, ואת שחר בעדיפות אחרונה.

מי מבין ארבעת המועמדים צריך, לדעתכם, להיבחר ליו"ר ארגון הסטודנטים של האוניברסיטה?

פעילות 2: הנחיות למורה

הבעיה המוצגת בפעילות זו דומה לזו שהוצגה בפעילות הראשונה, תוך הגדלת מידת הסיבוכיות.

חשוב לוודא שהתלמידים הבינו את צורת הרישום בטבלה, ובפרט את ההבדל בין העדיפויות של 300 הסטודנטים בטור השני מימין ו-360 הסטודנטים בטור השלישי מימין (אומנם בשניהם שחר נבחר בעדיפות ראשונה ונועם בעדיפות שנייה, אך העדיפויות של אורי ושחף הן שונות).

במהלך הדיון ניתן להעלות שאלה נוספת: מהו המספר הגדול ביותר של טורים שיתכנו בטבלת ההעדפות של הסטודנטים (כאשר אין להחשיב בספירה את הטור הראשון משמאל)? שאלה זו יכולה להתחבר עם הנושא של סידור ללא חזרות הנלמד במסגרת היחידה בקומבינטוריקה.

פתרון השאלה הנוספת: המספר הגדול ביותר של טורים הנו $4!$. יש ארבע אפשרויות לבחירת המועמד לעדיפות הראשונה, לאחר שנבחר מועמד זה ישנן שלוש אפשרויות לבחירת המועמד לעדיפות השנייה, לאחר מכן שתי אפשרויות לבחירת המועמד לעדיפות השלישית (היות ששניים כבר נבחרו) ואפשרות אחת לבחירת המועמד בעל העדיפות הנמוכה ביותר.

סה"כ מספר האפשרויות השונות הוא $4! = 24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

שימו לב, בשלב זה השאלה עדין פתוחה וניתן לשמוע הצעות מהתלמידים לכללי החלטה שונים.

הערה: כמו בפעילות 1, אנחנו לא מחפשים תשובה אבסולוטית לשאלה מי צריך להיות יושב ראש ארגון הסטודנטים, אלא רק הצעות מנומקות.

פעילות 3: שיטת הרוב ושיטת הרוב המוחלט

שיטת הרוב היא שיטה מוכרת על פיה כל בוחר מצביע עבור מועמד אחד בלבד, והמועמד שקיבל את מספר הקולות הגדול ביותר הוא המנצח. שימו לב – על פי שיטה זו המנצח לא חייב לקבל יותר מ- 50% מהקולות.

שיטת הרוב המוחלט דומה לשיטת הרוב בהבדל אחד: המנצח בבחירות הוא זה שקיבל **יותר מ- 50%** מהקולות. במידה ואין לאף מתמודד רוב כזה, מתקיים סיבוב שני בין שני המועמדים המובילים מהסיבוב הראשון, בסיבוב זה כל אחד בוחר את המועמד המועדף עליו ונבחר המועמד שקיבל יותר קולות (בהכרח יותר מ- 50% מקולות הבוחרים).

הסטודנטים באוניברסיטת ת"א החליטו להשתמש בשיטת הרוב על מנת לבחור את יו"ר ארגון הסטודנטים. כזכור, 1500 מהם רשמו את ההעדפות שלהם לגבי ארבעת המתמודדים.

מקום	מספר קולות			
	450	300	360	390
1	שחף	שחר	שחר	אורי
2	נועם	נועם	נועם	שחף
3	אורי	אורי	שחף	שחף
4	שחר	שחף	אורי	שחר

- מי מנצח על פי שיטת הרוב? _____
- כמה אנשים בחרו בעדיפות הראשונה שלהם את המנצח בשיטת הרוב? _____
- כמה קולות צריך מועמד לקבל על מנת שיהיו לו יותר מ- 50% מהקולות? _____
- מי מהמועמדים מנצח על פי שיטת הרוב המוחלט? _____

פעילות 3: הנחיות למורה

תחילה נעיר שבשימוש בשיטת הרוב אין צורך לדעת את דירוג המועמדים אצל כל אחד מהבוחרים. האינפורמציה היחידה הרלוונטית היא מי מהמועמדים נמצא בעדיפות ראשונה אצל כל אחד מהם.

נקודות מעניינות נוספות לדיון בהשוואה בין שיטת הרוב לשיטת המוחלט:

- האם תמיד יהיה מנצח על פי שיטת הרוב - באילו מקרים כן ובאילו לא?
מנצח בשיטת הרוב יהיה רק כאשר אחד מהמועמדים קיבל יותר קולות מכל שאר המועמדים. כאשר יש שני מועמדים שקיבלו את המספר הגדול ביותר של קולות (ומספר שווה של קולות לכל אחד מהם), לא יוכרע מיהו המנצח.
- האם תמיד יהיה מנצח על פי שיטת הרוב המוחלט - באילו מקרים כן ובאילו לא?
מנצח בשיטת הרוב המוחלט יהיה רק כאשר אחד מהמועמדים קיבל יותר מ- 50% מהקולות בסיבוב הראשון או השני. כאשר יש שני מועמדים אשר לכל אחד מהם 50% מקולות הבוחרים, לא יוכרע המנצח.

תשובות לשאלות שהוצגו בפעילות:

- א. על פי שיטת הרוב, מנצחת שחר.
660 אנשים בחרו בה כמועמדת המועדפת שלהם.
- ב. על מנת לקבל יותר מ- 50% מהקולות יש צורך ב- 751 קולות לפחות.
- ג. על פי שיטת הרוב המוחלט שחר ושחף יעלו לסיבוב השני, בסיבוב זה 660 סטודנטים יבחרו את שחר ו- 840 סטודנטים יבחרו את שחף – ולכן שחף תנצח.

פעילות 4: שיטת הרוב עם הוצאה

שיטת הרוב עם הוצאה הנה שיטה המבוססת על שיטת הרוב, עם שינויים קלים. שיטה זו דורשת מהבוחרים לדרג את המועמדים שלהם, והיא כוללת מספר סבבים. בכל סבב בחירות בוחר כל משתתף את המועמד המועדף עליו מבין המועמדים הקיימים. לאחר כל סבב בחירות, המועמד אשר לו המספר הקטן ביותר של בוחרים שהצביעו עבורו **למקום הראשון** מוצא מהמרוץ, ונערך סבב בחירות חדש בין המועמדים שנשארו. אם יש שני מועמדים אשר קיבלו את המספר הקטן ביותר של קולות - שניהם יוצאים מהמרוץ. כאשר נותרים רק שני מועמדים, זה שמקבל את המספר הגדול ביותר של קולות הוא המנצח.

בעיה א

בקיבוץ נאות-דשא 710 תושבים בעלי זכות בחירה. טבלת ההעדפות הבאה מתארת את ההצבעה של הבוחרים לתפקיד מזכיר הקיבוץ, כאשר המועמדים הם גדי, הילה, דני ואנה.

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1	גדי	הילה	אנה	דני
2	דני	דני	דני	אנה
3	הילה	אנה	הילה	הילה
4	אנה	גדי	גדי	גדי

על פי שיטת הרוב עם הוצאה, איזה/ו מועמד/ת יוצא/ת מהמרוץ בסיבוב הראשון?

מלאו את הטבלה המתקבלת בסיבוב השני:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1				
2				
3				

איזה מועמד יוצא בסיבוב השני – ומדוע?

מהי הטבלה המתקבלת בסיבוב השלישי:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1				
2				

מי מבין ארבעת המועמדים נבחר בשיטה זו? _____

מי מבין ארבעת חברי הקיבוץ היה נבחר לפי שיטת הרוב? _____

מי מבין ארבעת חברי הקיבוץ היה נבחר לפי שיטת הרוב המוחלט? _____

בעיה ב

נחזור לסטודנטים מאוניברסיטת תל-אביב. בהינתן תוצאות ההצבעה ליו"ר ארגון הסטודנטים בטבלה למטה (כאשר ארבעת המועמדים הם: אורי, נועם, שחר ושחף).
מי יבחר על פי שיטת ה- "רוב עם הוצאה"?

	מספר קולות			
מקום	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	נועם	נועם	נועם	נועם
3	שחף	שחף	אורי	אורי
4	שחר	אורי	שחף	שחר

פעילות 4: הנחיות למורה

כלל ההחלטה שהצגנו בדף פעילות זה חדש לתלמידים, ומסיבה זו יש לקרוא את ההסבר שלו יחד איתם, ולוודא שהם מבינים את האופן בו הוא פועל.

בעיה א

בסבב הראשון יוצא מהמרוץ דני שמקבל פחות קולות מהשאר - 100 הטבלה לאחר הוצאתו נראית כך:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1	גדי	הילה	אנה	אנה
2	הילה	אנה	הילה	הילה
3	אנה	גדי	גדי	גדי

שימו לב שאפשר לאחד את שני הטורים הימניים וליצור את הטבלה הבאה:

	מספר הבוחרים		
מקום	250	200	260
1	גדי	הילה	אנה
2	הילה	אנה	הילה
3	אנה	גדי	גדי

אנחנו נמשיך בכל זאת עם הטבלה בעלת 4 הטורים כיוון שזה מה שהוגדר לתלמידים.

בסבב השני יוצאת מהמרוץ הילה, שרק 200 חברי קיבוץ הצביעו עבורה למקום הראשון, לעומת 250 ו-260 הקולות שקיבלו שני חבריה. הטבלה המתקבלת הנה:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1	גדי	אנה	אנה	אנה
2	אנה	גדי	גדי	גדי

מתמטיקה של בחירות
 גם את בטבלה הזו אפשר לאחד טורים. לא נעשה זאת. בשלב זה קל לראות שבסיבוב הבא מנצחת **אנה** עם 460 קולות לעומת 250 של גדי, והיא המועמדת הנבחרת בשיטה זו.

ומי היו נבחרים לו התנהלו הבחירות בשיטת הרוב או הרוב המוחלט?
 לשם כך נתבונן שוב בטבלה המלאה:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1	גדי	הילה	אנה	דני
2	דני	דני	דני	אנה
3	הילה	אנה	הילה	הילה
4	אנה	גדי	גדי	גדי

קל לראות ש**גדי** הוא הנבחר בשיטת הרוב – 250 קולות.
 בשיטת הרוב המוחלט עולים הילה וגדי לסיבוב השני, כיוון שאיש מהם אינו עובר את 50 האחוזים. טבלת הסיבוב השני תראה כך:

	מספר הבוחרים			
מקום	250	200	160	100
1	גדי	הילה	הילה	הילה
2	דני	דני	גדי	גדי

הילה היא הזוכה בסיבוב השני ברוב של 460 קולות לעומת 250 של גדי.

הערה:

שימו לב לכך שבכל אחת משלוש השיטות יש זוכה שונה:

שיטת הרוב – גדי

שיטת הרוב המוחלט – הילה

שיטת הרוב עם הוצאה – אנה

ורק **לדני** לא נשאר! הלך, הלך, הלך... וחיפש לו שיטה שבה הוא יהיה הנבחר (עוד נגיע אליה).

בעיה ב

במקרה של הבחירות ליושב ראש ארגון הסטודנטים הטבלאות המצטמצמות נראות כך:

	מספר קולות			
מקום	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	נועם	נועם	נועם	נועם
3	שחף	שחף	אורי	אורי
4	שחר	אורי	שחף	שחר

נועם יוצא ראשון כיוון שאיש לא בחר בו:

	מספר קולות			
מקום	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	שחף	שחף	אורי	אורי
3	שחר	אורי	שחף	שחר

אורי הוא הבא שיוצא עם 390 הקולות שלו:

	מספר קולות			
מקום	390	360	300	450
1	שחף	שחר	שחר	שחף
2	שחר	שחף	שחף	שחר

המנצחת היא שחף עם 840 קולות לעומת 660 של שחר.

הערה:

שחף היתה גם זו שניצחה בשיטת הרוב המוחלט כשבשיטת הרוב הרגיל ניצחה **שחר**.

פעילות 5: ספירת בורדה

בשיטת בחירות על פי ספירת בורדה, כל בוחר מציג את סדר ההעדפות שלו לגבי המתמודדים.

המתמודד במקום האחרון שלו מקבל ממנו נקודה אחת, זה שבמקום הלפני אחרון מקבל ממנו 2 נקודות וכך הלאה, עד שהמתמודד במקום הראשון שלו מקבל ממנו N נקודות (כאשר N הנו מספר המתמודדים בבחירות).

לדוגמא, כאשר יש 3 מתמודדים בבחירות, על כל קבלה של מקום שלישי מקבל המתמודד נקודה אחת, על כל קבלה של מקום שני מקבל המתמודד 2 נק' ועל כל קבלה של מקום ראשון מקבל המתמודד 3 נק'. אם למשל, אחד משלושת המתמודדים האלה נמצא במקום הראשון אצל 30 מצביעים, הרי שסך כל הנקודות שקיבל ממצביעים אלה הוא $30 \times 3 = 90$.

המתמודד עם מספר הנקודות הגדול ביותר זוכה בבחירות (היכן נתקלתם בשיטת ניקוד זו?).

בעיה א

נחזור לדוגמא בה החליטו 710 חברי הקיבוץ נאות-דשא לבחור את מזכיר הקיבוץ.

מקום	מספר הבוחרים			
	250	200	160	100
1	גדי	הילה	אנה	דני
2	דני	דני	דני	אנה
3	הילה	אנה	הילה	הילה
4	אנה	גדי	גדי	גדי

כזכור, הזוכה בכל אחת משלוש שיטות הבחירה הקודמות שלמדנו היה שונה:

שיטת הרוב – גדי

שיטת הרוב המוחלט – הילה

שיטת הרוב עם הוצאה – אנה

נבדוק מה קורה בספירת בורדה.

$$(1) \text{ כמה נקודות יקבל גדי? } = 4 \times (\quad) + 3 \times (\quad) + 2 \times (\quad) + 1 \times (\quad)$$

$$(2) \text{ כמה נקודות יקבל דני?}$$

$$(3) \text{ כמה נקודות תקבל הילה?}$$

$$(4) \text{ כמה נקודות תקבל אנה?}$$

(5) על פי שיטת הבחירות של ספירת בורדה – מי יהיה יבחר לתפקיד מזכיר קיבוץ נאות-דשא?

בעיה ב

הסטודנטים באוניברסיטת ת"א, הזכורים לנו משיעורים קודמים, החליטו להשתמש בשיטה של ספירת בורדה על מנת לבחור את יו"ר ארגון הסטודנטים. 1500 רשמו את ההעדפות שלהם לגבי ארבעת המתמודדים בבחירות. תוצאות ההצבעה, אותן כבר ראיתם, מסוכמות בטבלה למטה.

מקום	מספר קולות			
	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	נועם	נועם	נועם	נועם
3	שחף	שחף	אורי	אורי
4	שחר	אורי	שחף	שחר

כזכור, הזוכים בשלוש שיטות הבחירה הקודמות היו:

שיטת הרוב – שחר

שיטת הרוב המוחלט – שחף

שיטת הרוב עם הוצאה – שחף

על פי ספירת בורדה:

$$(1) \text{ כמה נקודות יקבל אורי? } = 4 \times (\quad) + 3 \times (\quad) + 2 \times (\quad) + 1 \times (\quad)$$

$$(2) \text{ כמה נקודות יקבל נועם?}$$

$$(3) \text{ כמה נקודות תקבל שחף?}$$

$$(4) \text{ כמה נקודות תקבל שחר?}$$

(5) לפי השיטה של ספירת בורדה – מי יהיה יו"ר ארגון הסטודנטים באוניברסיטת תל אביב?

בחירת התוכנית האהובה

בחרו, ביחד עם שאר תלמידי הכיתה, שלוש תוכניות טלוויזיה האהובות עליכם במיוחד.

רשמו את שמות שלוש התוכניות אותן בחרתם: _____ , _____ , _____ .

כמה דירוגים אפשריים יתכנו עבור שלוש תוכניות אלה?

רשמו את כל הדירוגים האפשריים של התוכניות בטבלה הבאה:

פרוט הדירוגים האפשריים של שלושת תוכניות הטלוויזיה	
	מקום ראשון
	מקום שני
	מקום שלישי

על כל תלמיד לדרג את שלוש התוכניות הללו על פי סדר העדיפות שלו, כאשר במקום הראשון תמצא התוכנית המועדפת עליו ביותר, ובמקום השלישי התוכנית הפחות מועדפת.

בקשו מכל תלמיד להגיש לכם את הדרוג שלו. תוכלו להכין לשם כך פתקים קטנים.

דירוג התוכניות של _____ מקום ראשון: מקום שני: מקום שלישי:

דף תלמיד 5

מלאו את ששת הדירוגים האפשריים של שלוש התוכניות, ואת סיכום מספר הבוחרים
(כפי שנעשה על הלוח בכיתה) לטבלה הבאה:

מספר הבוחרים						
						מקום ראשון
						מקום שני
						מקום שלישי

על פי ספירת בורדה, איזו תוכנית תזכה בתואר "התכנית האהובה של הכיתה?"
בדקו גם את התוצאות עבור השיטות הקודמות שלמדנו: שיטת הרוב, שיטת הרוב המוחלט ושיטת הרוב עם הוצאה.

פעילות 5: הנחיות למורה

ספירת בורדה קרויה על שם ג'אן-צ'רלס דה בורדה (1733-1799), מתמטיקאי ופיסיקאי צרפתי ששירת בחיל הים הצרפתי ועסק בנושאים שונים בתחום מדעי המדינה.

אחת הגרסאות של ספירת בורדה אמורה להיות מוכרת לחלק מהתלמידים. זוהי שיטת הניקוד הנהוגה באירוויזיון (לפני כשלושים שנה, כאשר זכו חמש מדינות במקום הראשון באירוויזיון, הוחלט לרווח את הניקוד של המקומות הראשונים ולתת 8, 10 ו- 12 נק' לעדיפות השלישית, השנייה והראשונה של כל מדינה).

בעיה א

מקום	מספר הבוחרים			
	250	200	160	100
1	גדי	הילה	אנה	דני
2	דני	דני	דני	אנה
3	הילה	אנה	הילה	הילה
4	אנה	גדי	גדי	גדי

$$4 \times 250 + 3 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times 460 = 1460 \quad \text{גדי יקבל:}$$

$$4 \times 100 + 3 \times 610 + 2 \times 0 + 1 \times 0 = 2230 \quad \text{דני יקבל:}$$

$$4 \times 200 + 3 \times 0 + 2 \times 510 + 1 \times 0 = 1820 \quad \text{הילה תקבל:}$$

$$4 \times 160 + 3 \times 100 + 2 \times 200 + 1 \times 250 = 1590 \quad \text{אנה תקבל:}$$

דני הוא הזוכה בשיטה של ספירת בורדה.

שימו לב! בכל אחת מארבע השיטות שלמדנו יש זוכה שונה.

בעיה ב

מקום	מספר קולות			
	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	נועם	נועם	נועם	נועם
3	שחף	שחף	אורי	אורי
4	שחר	אורי	שחף	שחר

$$4 \times 390 + 3 \times 0 + 2 \times 750 + 1 \times 360 = 3420 \quad \text{אורי יקבל:}$$

$$4 \times 0 + 3 \times 1500 + 2 \times 0 + 1 \times 0 = 4500 \quad \text{נועם יקבל:}$$

$$4 \times 450 + 3 \times 0 + 2 \times 750 + 1 \times 300 = 3600 \quad \text{שחף תקבל:}$$

שחר תקבל: $4 \times 660 + 3 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times 840 = 3480$

נועם הוא הזוכה בשיטה של ספירת בורדה. הוא לא זכה באף אחת משלוש השיטות הקודמות.

בהמשך הפעילות מתנסים התלמידים בתרגול השיטה בצורה חוויתית כאשר עליהם לבחור את תוכנית הטלוויזיה האהובה על הכיתה.

לאחר רישום שלוש תוכניות הטלוויזיה שיתמודדו על תואר "התוכנית האהובה על הכיתה", על התלמידים לרשום את כל הדרכים האפשריות לדרוג של שלוש התוכניות האלה.

ששת הדירוגים השונים האפשריים לשלוש התוכניות: א', ב' ו-ג' מתוארים בטבלה הבאה:

פרוט דרוגים אפשריים של שלושת תוכניות הטלוויזיה						
ג	ג	ב	ב	א	א	מקום ראשון
ב	א	ג	א	ג	ב	מקום שני
א	ב	א	ג	ב	ג	מקום שלישי

לאחר שכל תלמיד ידרג את שלוש תוכניות הטלוויזיה ויעביר את דירוג התוכניות שלו למורה, יש לספור את מספר התלמידים אשר דרגו את התוכניות לפי כל אחת משש אפשרויות הדירוג המתוארת בטבלה. לאור הנתונים האלה על התלמידים לבדוק איזה תוכנית מנצחת לפי ספירת בורדה.

כמו כן, יש לבדוק מהי התוכנית האהובה לפי שלוש השיטות הקודמות: שיטת הרוב, שיטת הרוב המוחלט ושיטת הרוב עם הוצאה. מעניין יהיה לדון עם התלמידים בשאלה מהי שיטת הבחירה הנראית להם עדיפה במקרה זה? פעילות הבחירה של תוכנית הטלוויזיה האהובה שונה מהפעילויות הקודמות שהופיעו בחוברת זו. הנתונים התקבלו הפעם מהתלמידים עצמם ויש לכך חשיבות גדולה.

הערה:

כיתת המצוינות מונה עד 20 תלמידים ולכן גודל המדגם עלול להיות קטן מדי. ניתן לשלוח את התלמידים לאסוף נתונים נוספים מתלמידים אחרים בבית הספר או משכנים למשל.

פעילות 6: השוואה בזוגות

עד כה למדנו על ארבע שיטות בחירה: שיטת הרוב, שיטת הרוב המוחלט, שיטת הרוב עם הוצאות, וספירת בורדה. בשיטת ההשוואה בזוגות כל מועמד מתחרה ראש בראש מול כל מתמודד אחר. בודקים כמה קולות היה מקבל כל אחד מהם אם שניהם היו המתמודדים היחידים. המנצח בהתמודדות בין השניים מקבל נקודה אחת והמפסיד לא מקבל נקודות. במקרה של תיקו מקבל כל אחד חצי נקודה. לאחר כל התמודדויות ה"ראש בראש" בין כל שני מועמדים, המנצח הכללי הוא זה שזכה במספר הנקודות הגדול ביותר.

נבדוק, לדוגמא, מה קורה עבור הזוג אברהם ויצחק בטבלת ההעדפות הבאה:

	מספר קולות		
מקום	11	19	8
1	יצחק	יעקב	אברהם
2	יעקב	אברהם	יצחק
3	אברהם	יצחק	יעקב

27 אנשים מעדיפים את אברהם על פני יצחק (19 אנשים מהטור האמצעי, ו-8 אנשים מהטור הימני). 11 אנשים מעדיפים את יצחק על פני אברהם. לכן בהתמודדות בין אברהם ליצחק יקבל אברהם נקודה אחת ויצחק יקבל אפס נקודות.

מה תהיה תוצאת ההתמודדות "ראש בראש" בין יצחק ליעקב?



מה תהיה תוצאת ההתמודדות "ראש בראש" בין אברהם ליעקב?

דף תלמיד 6

סכמו את הנקודות של כל המתמודדים לאחר כל ההתמודדויות בזוגות:

כמה נקודות לאברהם? _____

כמה נקודות ליצחק? _____

כמה נקודות ליעקב? _____

מי ינצח בבחירות? _____

נחזור לסטודנטים מאוניברסיטת תל-אביב. מי יבחר ליו"ר על פי שיטת ההשוואה בזוגות?

מקום	מספר קולות			
	390	360	300	450
1	אורי	שחר	שחר	שחף
2	נועם	נועם	נועם	נועם
3	שחף	שחף	אורי	אורי
4	שחר	אורי	שחף	שחר

(1) מי ינצח בהשוואה ראש בראש בין אורי ונועם? _____

(2) מי ינצח בהשוואה ראש בראש בין אורי ושחר? _____

(3) מי ינצח בהשוואה ראש בראש בין אורי ושחף? _____

(4) מי ינצח בהשוואה ראש בראש בין שחר ושחף? _____

אילו התמודדויות נוספות יש לערוך?

הטבלה שצרפנו יכולה לעזור לכם בארגון הנקודות למועמדים (שימו לב, כאשר יש 4 מתמודדים יש לערוך 6 השוואות). בכל משבצת ריקה רשמו את המנצח בהתמודדות ראש בראש בין הסטודנט הרשום בראש העמודה לבין הסטודנט הרשום בצד השמאלי של השורה.

	<u>אורי</u>	<u>נועם</u>	<u>שחר</u>	<u>שחף</u>
<u>אורי</u>	-----			
<u>נועם</u>	-----	-----		
<u>שחר</u>	-----	-----	-----	
<u>שחף</u>	-----	-----	-----	-----

סכמו את הנקודות של כל המתמודדים לאחר כל ההתמודדויות בזוגות:

- (1) כמה נקודות יש לאורי? _____
- (2) כמה נקודות יש לשחף? _____
- (3) כמה נקודות יש לשחר? _____
- (4) כמה נקודות יש לנועם? _____
- (5) על פי שיטת ההשוואה בזוגות - מי יבחר לתפקיד יו"ר ארגון הסטודנטים?

פעילות 6: הנחיות למורה

שיטת ההשוואה בזוגות (התמודדות המועמדים זה מול זה בשיטת 'ראש בראש') נפוצה מאוד בבחירת מנצח בתחרויות ספורט כגון שחמט. גם בכדורגל משתמשים בשיטת ההשוואה בזוגות, רק בניקוד שונה.

בדוגמא הראשונה, בהתמודדות בין שלושת האבות, המצב הוא כזה:

	מספר קולות		
מקום	11	19	8
1	יצחק	יעקב	אברהם
2	יעקב	אברהם	יצחק
3	אברהם	יצחק	יעקב

אברהם כזכור ניצח בהתמודדות הראש בראש שלו עם יצחק ולכן הוא קיבל נקודה ויצחק 0.

יצחק ויעקב מסיימים את ההתמודדות ביניהם בתיקו 19-19 ולכן כל אחד מהם מקבל חצי נקודה.

יעקב מנצח את אברהם 30-8 ולכן מקבל כאן עוד נקודה אחת.

בסך הכל, יעקב הוא המנצח של ההתמודדות עם 1.5 נקודות לעומת נקודה אחת של אברהם וחצי נקודה של יצחק.

בדוגמא השנייה, בהתמודדות על תפקיד יו"ר ארגון הסטודנטים באוניברסיטת תל-אביב, תוכלו לבדוק בעצמכם שהטבלה הבאה מסכמת את 6 התמודדויות הראש בראש של ארבעת המתמודדים:

	<u>אורי</u>	<u>נועם</u>	<u>שחר</u>	<u>שחף</u>
<u>אורי</u>	-----	נועם	אורי	שחף
<u>נועם</u>	-----	-----	נועם	שחף
<u>שחר</u>	-----	-----	-----	שחף
<u>שחף</u>	-----	-----	-----	-----

אלכסון הטבלה מחוק היות ואף מועמד אינו מתמודד נגד עצמו. בנוסף מחוק החלק התחתון של הטבלה היות וכל התמודדות בין שני מועמדים מתוארת כבר בחלק העליון של הטבלה.

בהתמודדות זו אורי מקבל נקודה אחת, נועם 3 נקודות, שחר 0 נקודות (שימו לב – שחר היתה המנצחת על פי שיטת הרוב), ושחף 2 נקודות. לפיכך, נועם הוא הזוכה בתפקיד על פי שיטה זו.

להלן הזוכים השונים בתפקיד יו"ר אגודת הסטודנטים על פי השיטות אותן למדנו עד כה:

שחר	שיטת הרוב
שחף	שיטת הרוב המוחלט
שחף	שיטת הרוב עם הוצאה
נועם	ספירת בורדה
נועם	השוואה בזוגות

תרגיל נוסף:

ראינו שכאשר יש ארבעה מתמודדים לבחירות יש לערוך 6 השוואות "ראש בראש". כמה השוואות נערוך בין 5 מתמודדים? כמה השוואות נערוך בין 6 מתמודדים? כמה השוואות נערוך בין N מתמודדים?

נציג שתי דרכים לפתרון המקרה הכללי של N מתמודדים:

דרך א': כל מועמד מבין N המועמדים מתחרה מול N-1 מועמדים. כלומר, אם נכפיל $N \times (N-1)$ נקבל את כל ההשוואות בזוגות. אך שימו לב, במצב זה ספרנו פעמיים את ההשוואה בין מועמד א' למועמד ב' (פעם אחת השוואה בין א' ל- ב', ופעם שנייה השוואה בין ב' ל- א'). לכן נחלק בשתיים את התוצאה שהתקבלה על מנת לנטרל ספירה כפולה זו.

$$\text{סה"כ נקבל: } \frac{N \times (N-1)}{2}$$

דרך ב': ההשוואה בזוגות בין N מועמדים יכולה להיות מתוארת ע"י טבלה מגודל $N \times N$, כפי שתואר בעמוד הקודם. מספר המשבצות בטבלה הנו N^2 . ממספר זה נוריד את N המשבצות הנמצאות באלכסון הטבלה (היות והן מתארות השוואות בין מועמד

מתמטיקה של בחירות
 לעצמו), ואת התוצאה שקיבלנו נחלק שתיים (על מנת לבטל את המשבצות הנמצאות
 בחלק התחתון של הטבלה, מתחת לאלכסון).

סה"כ נקבל: $\frac{N^2 - N}{2}$ ובהוצאת גורם משותף N נקבל בדיוק את אותה הנוסחה

שהתקבלה בשיטה שהוצגה קודם לכן.

מכאן:

במקרה של 5 מתמודדים יש $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ השוואות ראש בראש.

במקרה של 6 מתמודדים יש $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ השוואות ראש בראש.

פעילות 7: מתמטיקה של בחירות: סיכום

מועצת תלמידים בבית ספר מסוים החליטה לחלק לתלמידים חטיף כל יום שישי בצהריים. הם ביקשו מ-100 תלמידי בית הספר לדרג את ההעדפות שלהם לגבי חמשת החטיפים הבאים: קרמבו, שוקולד, במבה, ביסלי, וטילון. ההעדפות התלמידים מובאות בטבלה הבאה:

45	16	39	
קרמבו	שוקולד	במבה	מקום ראשון
שוקולד	טילון	שוקולד	מקום שני
במבה	ביסלי	טילון	מקום שלישי
ביסלי	במבה	ביסלי	מקום רביעי
טילון	קרמבו	קרמבו	מקום חמישי

(1) נניח שמועצת התלמידים בוחרת את החטיף לפי שיטת הרוב, איזה חטיף יבחר?

(2) נניח שמועצת התלמידים בוחרת את החטיף לפי שיטת הרוב המוחלט, איזה

חטיף יבחר?

(3) נניח שמועצת התלמידים בוחרת את החטיף לפי שיטת הרוב עם הוצאה, איזה

חטיף יבחר?

(4) נניח שמועצת התלמידים בוחרת את החטיף לפי ספירת בורדה, איזה חטיף

יבחר?

(5) נניח שמועצת התלמידים בוחרת את החטיף לפי שיטת ההשוואה בזוגות, איזה

חטיף יבחר?

פעילות 7: הנחיות למורה

פעילות זו מהווה סיכום של 6 השיטות השונות שנלמדו בשני המפגשים הראשונים.

מקום	45	16	39
1	קרמבו	שוקולד	במבה
2	שוקולד	טילון	שוקולד
3	במבה	ביסלי	טילון
4	ביסלי	במבה	ביסלי
5	טילון	קרמבו	קרמבו

החטיף שיבחר על פי שיטת הרוב הוא **קרמבו**. לעומת זאת, חטיף **הבמבה** יבחר על פי שיטת הרוב המוחלט ועל פי שיטת הרוב עם הוצאה (על פי שיטת הרוב עם הוצאה יצאו בסיבוב הראשון הביסלי והטילון. בסיבוב השני יצא השוקולד, והבמבה תיבחר בסיבוב האחרון).

על פי ספירת בורדה יבחר **השוקולד** עם 416 נקודות (לבמבה יהיו 362 נקודות, לקרמבו 280 נקודות, לטילון 226 נקודות, ולביסלי 216 נקודות).

על פי ההשוואה בזוגות יבחר שוב **השוקולד** למקום הראשון. הוא מנצח בקרב הראש בראש את כולם ולכן זוכה ב- **4 נקודות**, ואין צורך לבדוק את התמודדויות הראש בראש של האחרים.

מי שבכל זאת רוצה לראות את תוצאות כל ההתמודדויות, הרי הן לפניכם:

- **במבה מסיימת במקום השני עם 3 נקודות** – היא מנצחת בהתמודדויות הראש בראש את ביסלי, טילון וקרמבו ומפסידה כאמור רק לשוקולד.
- **טילון מסיים במקום השלישי עם 2 נקודות** – הוא מנצח את ביסלי ואת קרמבו אך מפסיד כאמור לשוקולד ולבמבה.
- **ביסלי מסיים במקום הרביעי עם נקודה אחת** – הוא מנצח רק את הקרמבו.
- **קרמבו מסיים עם 0 (כן אפס!) נקודות** – הוא מפסיד לכל החטיפים. מתקבל כאן מצב אבסורדי שהמנצח בשיטת הרוב (שזו שיטת בחירות מקובלת מאוד) מפסיד בהתמודדות הראש בראש לכל אחד מהמתמודדים האחרים.

שאלות נוספות שאפשר להעלות לדיון עם הכיתה:

1. מהם לדעתכם היתרונות והחסרונות של כל אחת מהשיטות אותן למדתם?
2. האם לדעתכם ניתן לומר על אחת השיטות שהיא הטובה ביותר?
3. נסו להסביר את הטענה שבמדינה דמוקרטית השלטון אינו שלטון הרוב אלא שלטון השיט

פעילות 8: בחירות בארץ הפלאות

ארץ הפלאות אשר מעבר לים מחולקת לארבעה מחוזות בחירה: מחוז ההר, מחוז המדבר, מחוז הים, ומחוז האגם. במחוז ההר גרים 20,000 תושבים, במחוז המדבר 15,000 תושבים, במחוז הים 40,000 תושבים, ובמחוז האגם 25,000 תושבים. שלושה מועמדים מתמודדים על התפקיד של נשיא ארץ הפלאות: זרובבל, חבקוק, ויהויכין.

שיטת הבחירות בארץ הפלאות היא שיטה מאוד מעניינת: כל תושב בארץ הפלאות מצביע עבור מועמד אחד ויחיד. כל מחוז בודק תחילה בנפרד מי מבין שלושת המועמדים היה זוכה בבחירות בשיטת הרוב במקרה בו הבחירות היו נערכות במחוז שלו בלבד. באופן כזה לכל מחוז יש זוכה משלו. מי שזכה במחוז מסויים מקבל נקודה אחת על כל 5000 תושבים הגרים במחוז זה. **לדוגמא:** הזוכה במחוז ההר בן 20,000 התושבים, מקבל מהמחוז הזה 4 נקודות (20,000:5000).

אף מתמודד אחר לא מקבל נקודות ממחוז ההר. בשלב האחרון מסכמים עבור כל מועמד את מספר הנקודות שצבר במחוזות השונים, וזה בעל מספר הנקודות הגבוה ביותר הוא המנצח בבחירות.

להלן תוצאות ההצבעה בכל אחד מהמחוזות:

שם המחוז	מצביעים לזרובבל	מצביעים לחבקוק	מצביעים ליהויכין
<u>מחוז ההר</u>	1,000	16,000	3,000
<u>מחוז המדבר</u>	8,000	5,000	2,000
<u>מחוז הים</u>	21,000	18,000	1,000
<u>מחוז האגם</u>	2,000	20,000	3,000

- מי היה נבחר לתפקיד נשיא מדינת ארץ הפלאות לו שיטת הבחירות המונהגת הייתה שיטת הרוב הרגיל (ללא קשר למחוזות)?
- על פי שיטת הבחירות בארץ הפלאות, מי יבחר לנשיאות המדינה?

דף תלמיד

3. האם יתכן שמועמד יקבל יותר מ- 70% מקולות התושבים של ארץ הפלאות ובכל זאת לא יזכה בבחירות? אם לטענתכם הדבר אפשרי, הציגו נתונים מספריים המוכיחים זאת.

4. האם ייתכן שמועמד יקבל יותר מ- 80% מקולות התושבים ובכל זאת לא יזכה בבחירות? אם לטענתכם הדבר אפשרי, הציגו נתונים מספריים המוכיחים זאת.

פעילות 8: הנחיות למורה

שיטת הבחירות המתוארת במשימה מדמה את שיטת הבחירות הנהוגה בארה"ב.

על פי נתוני הסיפור:

מחוז ההר שווה 4 נקודות.

מחוז המדבר שווה 3 נקודות.

מחוז הים שווה 8 נקודות.

מחוז האגם שווה 5 נקודות.

1. ראשית נבדוק, ללא קשר לחישוב של המחוזות, כמה קולות קיבל כל מתמודד.
 לזרובבל הצביעו 32,000 תושבים, לחבקוק 59,000 וליהויכין 9,000.
 ובאחוזים: זרובבל קיבל 32% חבקוק קיבל 59% ויהויכין קיבל 9%.
 חבקוק היה מנצח לו נערכו הבחירות בשיטת הרוב ללא קשר למחוזות.

2. החישוב לפי שיטת הבחירות בארץ הפלאות יוליך לתוצאות הבאות:
 לזרובבל יהיו 11 נקודות – 3 ממחוז המדבר ו-8 ממחוז האגם.
 לחבקוק יהיו 9 נקודות – 4 ממחוז ההר ו-5 ממחוז האגם.
 יהויכין אינו זוכה בנקודות.
 זרובבל הוא הזוכה בבחירות.

3. נניח לעצמנו כי רק זרובבל וחבקוק היו מתמודדים בבחירות (מי שרוצה יכול לחשוב שיהויכין השתתף גם הוא אך לא קיבל אף קול).
 נסתכל בתוצאות ההצבעה הבאות:

חבקוק	זרובבל	
0	20,000	מחוז ההר (4 נק')
7,501	7,499	מחוז המדבר (3 נק')
20,001	19,999	מחוז הים (8 נק')
0	25,000	מחוז האגם (5 נק')
27,502	72,498	סה"כ

תוצאות אלה מבטאות את המצב בו אחד המתמודדים (חבוק) זוכה בבחירות בארץ הפלאות עם מספר הקולות הנמוך ביותר האפשרי. כיצד יצרנו מצב זה? ראשית, כדי שחבוק ינצח דאגנו שיזכה ב- 11 נקודות מתוך 20 (הניצחון הקטן ביותר). שנית, במחוזות בהם הוא מנצח (המדבר והים) דאגנו לניצחון דחוק - הפרש של קול אחד. שלישית, במחוזות בהם הוא מפסיד (ההר והאגם) דאגנו שלא יזכה אפילו בקול אחד.

72.498% מתושבי ארץ הפלאות בחרו את זרובבל, אך לפי שיטת הבחירות בארץ הפלאות ייבחר חבוק לראשות המדינה עם רוב של 11 נקודות (לעומת 9 של זרובבל). מהטבלה ניתן להסיק כי **ייתכן** מצב בו 70% מתושבי ארץ הפלאות יצביעו למועמד אחד, אך מועמד אחר ייבחר לראשות המדינה. לעומת זאת **לא ייתכן** מצב בו 80% מתושבי ארץ הפלאות יצביעו למועמד אחד, אך מועמד אחר ייבחר לראשות המדינה.