nizamat5@gmail.com
ת"ד 3311 ירכא 24967
ניזאם עטאללה
050-2313421

בין המספרים

מערך שיעור בנושא: סידור כל שמונה מספרים טבעיים עוקבים בקדקודי קובייה.

שם הקורס: אסטרטגיות חשיבה

מורה: ניזאם עטאללה, תוכנית אמירים ירכא. nizamat5@gmail.com

הועבר לתלמידים בכיתה ח'.

תיאור:

הפעילות עוסקת בסקירה כללית של תכונות המספרים הטבעיים בדרכי הוראה-למידה אינדוקטיביות, ניסוח טענות והוכחתן. היא מתבססת על הטענה הכללית אשר ניסחתי והוכחתי: **ניתן לסדר כל שמונה מספרים טבעיים עוקבים בקדקודי קובייה, כך שסכום כל ארבעת מספרים בכל פאה שווה.(הכללה יתרה מכך הטענה נכונה לכל כפולה של שמונה מספרים טבעיים עוקבים)** (ההוכחה מצורפת בעמוד האחרון).

הפעילות מעודדת פיתוח חשיבה מסדר גבוה וחשיבה יצירתית בתהליך של ניסוח, העלאת טענה והוכחתה. התהליך מבוסס על יצירת אקלים ופיתוח שפה של שאילת שאלות. המתמטיקה והחשיבה הלוגית משמשות כבסיס לפיתוח מערכי שיעור לשימוש באסטרטגיות חשיבה.

ידע קודם נדרש: כחלק מחשיפה לתורת המספרים התלמידים למדו אודות קבוצות המספרים הטבעיים, השלמים, הרציונאליים והאי רציונאליים ותכונותיהם.

מטרות:

- הבניית ידע בנושא הנלמד
- למידת מיומנות ההכללה
- עידוד שאילת שאלות
- התמודדות עם אתגרים
- חקר במצבי עמימות ואי ודאות
- עבודה קבוצתית: דיונים ופתרון בעיה

מהלך הפעילות:

בשלבים מקדימים נעשית חשיפה לקבוצת המספרים הטבעיים ותכונותיהם, חישוב סכום של N מספרים טבעיים עוקבים, הקובייה ותכונותיה, ניסוח טענה אישוש או הפרכה.

1. העלאת הטענה בפני התלמידים: **האם זה אפשרי לסדר כל שמונה מספרים טבעיים עוקבים בקדקודי קובייה כך שסכום כל 4 מספרים בכל פאה שווה?**

הטענה מוצגת כשאלה הדורשת בדיקה ופיתוח ולא כטענה מוכחת.

בדיון עם התלמידים עולה שחסר להם נתונים. שואלים- איזה נתונים חסרים? מה הסכום שאנו מחפשים וכמה פאות יש לקובייה? תלמיד ענה שמספר הפאות הוא 6. מאפשרים לתלמידים זמן לחשיבה ולחקר.

2. חלק התלמידים מחפשים תשובה על ידי ניסוי וטעייה: מציירים קובייה ומנסים לסדר בה את המספרים שהם בחרו. פעולה זו מעוררת שאלות נוספות כמו: מאיזה מספר להתחיל? האם הסכום קבוע?

ניזאם עטאללה
050-2313421
nizamat5@gmail.com
ת"ד 3311 ירכא 24967

3. בתגובה לדברים שעולים אני מציע לחפש תשובות ביחד ושואל מי יכול להגיב להצעה שעלתה מהעמית לכיתה. מתפתח דיון בין התלמידים תוך שימוש בדוגמאות שונות של 8 מספרים עוקבים.
4. בזמן הדיון אני שם דגש על **אופן ניסוח שאלות**: סוגי שאלות, העמדת השאלה במרכז, הפיכת השאלה לנושא מפורש, ערעור באמצעות שאלות. אני משהה ואפילו אוסר מתן תשובות (דחיית סיפוקים). מעריך ומדגיש שאלות טובות.
5. בתוך הדיון אני שואל שאלות מכוונות כמו: האם זכורה לכם נוסחה לחישוב סכום של מספרים טבעיים עוקבים ואיך ניתן להשתמש בה במקרה שלנו? אחד התלמידים עונה: הנוסחה של גאוס. שואל שוב את התלמידים: מי יודע את הנוסחה? מלבד השימוש בנוסחה האם ישנה דרך אחרת לחשב את הסכום? מה מאפיין את הסכום?
6. להמחשה מרחבית ויזואלית אני מבקש מהתלמידים לצייר את הקובייה במחברות שלהם. חלקם לא מצליחים ולכן אני מצייר על הלוח. אני מבקש מהתלמידים לעיין בציור ולחשוב על מספר הקדקודים ומספר הפאות. מתנהל דיון בקבוצות בנושא עד שמגיעים יחד למסקנה שכל קדקוד משותף לשלוש פאות. שואל: כיצד נתון זה מסייע לך?
7. ממשיכים בדיון ובחשיבה, תוך הנחיה, עד שמגיעים להבנה שכל קדקוד משותף לשלוש פאות, כלומר, כל מספר נלקח בסכום הכלול 3 פעמים ולכן יש צורך כאן לכפול ב 3 את הסכום של 8 המספרים.
8. בשלב הזה, לאחר שהתלמידים עברו תהליך של ניסוי וטעייה תוך שימוש בדוגמאות מספריות אני מסביר שכדי להוכיח טענה לא מספיק להביא דוגמה מספרית המקיימת את הטענה אלא צריך להוכיח אותה באופן כללי. לכן נשתמש במספר טבעי N כלשהו ושבעת המספרים העוקבים ל N.

<u>עקרון ההכללה הוא מהותי</u> ולכן אני מוסיף ומסביר על ההבדל בין אישוש להפרכה: בהפרכה מספיק להביא דוגמה אחת לכך שעניין לא נכון. לעומת זאת ההוכחה או אישוש הטענה צריך להיות כללי ולא מספיק קיום התנאים לדוגמאות בלבד.

9. יחד עם התלמידים מתקדמים ברישום התהליך. מתחילים בשימוש בנעלם N והמספרים העוקבים:

N, N+1, N+2, N+3, N+4, N+5, N+6, N+7 עד להגעה לנוסחה הכללית של סכום כל פאה. בשלב זה נותן לתלמידים להתחיל להתנסות בסידור הנוסחה. נוסחה כללית של סכום ארבעת המספרים בכל פאה $S=4N+14$ כפי שמוסבר בהמשך.

10. התלמידים יכולים להגיע לסידור בדרכים שונות הנותנות מענה לטענה. שינוי בסידור נותן אפשריות נוספות, החלפת מקום של מספר אחד תגרור שינוי בכל החלוקה עם שמירה על הכלליות של הטענה. עתה נשאלת השאלה, כמה סידורים אפשריים יש? שאלה זו מעודדת חשיבה מסתעפת והיא מוצגת כשאלת משימה שצריכים לחשוב עליה למפגש הבא ולבוא עם תשובות.
11. שאלת המשך נוספת: אם נכפול את שמונת המספרים במספר כלשהו האם הטענה תישאר תקיפה לכל כפולה של שמונת המספרים? טענה כזו מובילה לכך שהאפשריות הינן אינסופיות מה שנותן פתח לשימוש בטענה כמודל כללי להרבה פתרונות.
12. באחד השיעורים תלמיד שאל האם אפשר לסדר בצורות הנדסיות אחרות עם יותר פאות?

השאלות שהוצגו בשלושת הסעיפים האחרונים מעידות שאפשר לקחת את הנושא עוד הלאה, לעודד חשיבה וחקר עצמאיים בתנאי עבודה של אי ודאות ועמימות. כמו כן אפשר לראות עד כמה תהליך שאילת השאלות מעודד יצירתיות.
הפעילות מפתחת אתגרים ותחרות חיובית. המשימה הסופית מאתגרת את התלמידים בכך שמעוררת את סקרנותם ומביאה אותם לתחרות מי יגיע לתשובה מהר יותר.

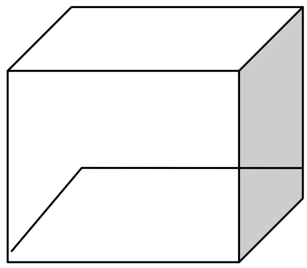
ההוכחה מצורפת בעמוד הבא

nizamat5@gmail.com
ת"ד 3311 ירכא 24967

ניזאם עטאללה
050-2313421

טענה אשר כתבתי בתאריך 20-1-2016:

ניתן לסדר כל שמונה מספרים טבעיים עוקבים, כל מספר בקדקוד קובייה כך שסכום 4 המספרים בכל פאה שווה .



הוכחה:

N -מספר טבעי

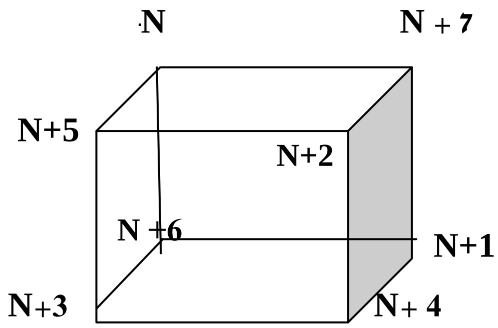
סכום שמונה מספרים טבעיים עוקבים הינו $S = \frac{(N+N+7)8}{2} = 8N + 28$

כל מספר הנמצא בקדקוד קובייה משותף לשלוש פאות

לכן כופלים את הסכום ב 3 ואז נקבל $3S = 24N + 84$

הסכום הכולל יתחלק על ששת הפאות לכן הסכום בכל פאה הינו $\frac{24N+84}{6} = 4N + 14$

אחד הסידורים האפשריים הינו



***** הכללה :הטענה לעיל נכונה עבור כל כפולה של שמונה מספרים טבעיים עוקבים.**