



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך
Israel Center for Excellence
through Education

מצוינות
ע"ש קרן מיטצל

המכון למצוינות בהוראה

ועוד על הממוצע

צבי שלם, גלי שמעוני

עריכה: ד"ר אבי פולג

© כל הזכויות שמורות למרכז הישראלי למצוינות בחינוך ולמשרד החינוך

ועוד על הממוצע

הפרק הרלוונטי בתכנית הלימודים: הממוצע

משך הזמן המומלץ להוראת היחידה: כ- 135 דקות

מבוא

בפרק "כמה ובכמה" נחשפו התלמידים למשחק שבמהלכו ראו כיצד מושפע הממוצע של קבוצת מספרים מהכנסת מספרים נוספים לקבוצה. נתוני המשחק נבחרו באופן מכוון כך שיתרמו לפיתוח חשיבה איכותית בהקשר של הממוצע.

הפרק שלפנינו מוליך להסתכלות איכותית אחרת על הממוצע.

הפעילות הראשונה – "ממוצע של מספרים וממוצע של שטחים", מכילה דף משימה ובו שאלה המשלבת את נושא הממוצע עם נושא המספרים הזוגיים והאי-זוגיים, ושאלה מפתיעה המשלבת את נושא הממוצע עם חישוב של שטחי משולשים. פרק הזמן המתאים לפעילות זו הוא כ- 45 דקות.

הפעילות השנייה – "ממוצע הממוצעים" מוליכה את התלמידים, בדרך יוצאת דופן, אל ההבנה של המושג "ממוצע משוקלל". פתרון משימות דף המשימה ייצור בקרב התלמידים את המוטיבציה להבנתו של מושג זה. פרק הזמן המתאים לפעילות השנייה הוא כ- 90 דקות.

בפעילות זו יש לאפשר לתלמידים להשתמש במחשבוני.

מהלך הפרק

הפרק מחולק כאמור לשני שיעורים. שיעורים אלה אינם דורשים הכנה מוקדמת.

בשיעור הראשון יש להתחיל מיד בעבודה על דף משימה 1, ולאפשר לתלמידים לעבוד עליו במשך כ- 25 דקות. לאחר עבודת התלמידים יש לקיים דיון על הלוח בו יציגו את פתרונותיהם.

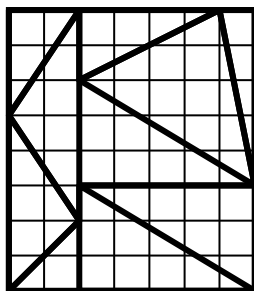
השיעור השני הוא שיעור כפול; בראשיתו יפתרו התלמידים את דף משימה 2. במהלך עבודה של כ- 30 דקות על המשימות יוכל המורה להסתובב בין התלמידים ולבקש מהם להסביר את הרציונאל המלווה אותם בעבודתם. הסברים אלה עשויים להיות מעניינים ביותר. בשלב הבא יציגו התלמידים את פתרונותיהם בדיון כיתתי. לאחר הצגת הפתרונות יוליך המורה את התלמידים להבנתו של מושג הממוצע המשוקלל.

ממוצע של מספרים וממוצע של שטחים

1. בכל אחד מששת הסעיפים שבעמוד זה עליכם לחפש קבוצה של מספרים המקיימים את הדרישה הרשומה בסעיף. אם הדבר בלתי אפשרי – כתבו "אי-אפשר".

תנאים נוספים:

- בכל קבוצת מספרים חייבים להיות לפחות ארבעה מספרים.
 - על המספרים בכל קבוצה להיות שונים זה מזה.
- א. נסו למצוא קבוצה של מספרים שאף אחד מהם אינו מספר שלם, והממוצע שלהם הוא מספר שלם.
- ב. נסו למצוא מספר זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר אי-זוגי.
- ג. נסו למצוא מספר זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא אי-זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר אי-זוגי.
- ד. נסו למצוא מספר אי-זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר זוגי.
- ה. נסו למצוא מספר אי-זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא אי-זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר זוגי.
- ו. נסו למצוא קבוצה של מספרים, שהממוצע שלהם גדול מכל המספרים פרט לאחד.



2. הקווים המופיעים במלבן הבא מחלקים אותו ל-10 משולשים. מהו ממוצע השטחים של עשרת המשולשים?
הערה: אורך צלע כל ריבוע קטן הוא יחידה אחת.

ממוצע של מספרים וממוצע של שטחים

פתרונות לדוגמה

פתרון שאלה 1

ראשית חשוב להעיר על הרציונאל שהוביל אותנו לחבר את שאלה 1. במרבית המקרים, כאשר התלמידים לומדים את נושא הממוצע, הם מתבקשים לחשב אותו עבור קבוצה נתונה של מספרים. בדרך-כלל הם אינם מתבקשים "להמציא" קבוצה של מספרים כאשר הממוצע שלהם נתון. יתר על כן, לממוצע נתון יש יותר מקבוצת מספרים אחת בעלת ממוצע זה (למעשה יש אינסוף קבוצות כאלה).

ננסח זאת כך – לקבוצת מספרים אחת יש ממוצע אחד, אך לממוצע אחד יש אינסוף קבוצות מספרים מתאימות (שהוא הממוצע שלהן).

בהתאם לרשום לעיל, במשימות שאלה 1, בהן יש אפשרות לקיים את התנאים הרשומים בהן, יש יותר מקבוצת מספרים אחת מתאימה. לתלמידים, האמורים להציג רק דוגמה אחת של קבוצה כזו, יש דרגת חופש שהם אינם מורגלים בה – הם צריכים "להמציא" קבוצה של מספרים כאשר יש מגוון רחב של אפשרויות נכונות. לנו חשוב שהתלמידים יתרגלו לעבוד גם במקרים בהם קיימות דרגות חופש שכאלה.

כמו כן, בסעיף ה' אין קבוצה של מספרים העומדים בתנאי המשימה. כאן נדרשת מהתלמידים רמת חשיבה גבוהה כדי להוכיח זאת.

אפשרו לתלמידים להציג את פתרונותיהם. בכל סעיף שבו התשובה אפשרית, קיימים אינסוף פתרונות. יהיה מעניין לראות את הגיון בפתרונות המוצעים.

א. נסו למצוא קבוצה של מספרים שאף אחד מהם אינו מספר שלם, והממוצע שלהם הוא מספר שלם.

נניח שאנו מחפשים קבוצה של 4 מספרים לא שלמים ושונים, שהממוצע שלהם הוא 10. הסכום של 4 מספרים אלה צריך להיות 40. לא קשה למצוא 4 מספרים שונים ולא שלמים שהסכום שלהם הוא 40. למשל:

$$5\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}, 29\frac{7}{11}, \frac{4}{11} \quad \text{או} \quad 5\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 29\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

ב. נסו למצוא מספר זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר אי-זוגי.

נניח שאנו מחפשים קבוצה של 6 מספרים זוגיים שונים, שהממוצע שלהם הוא 15. הסכום של 6 המספרים האלה צריך להיות 90. אין קושי למצוא 6 מספרים כאלה. למשל: 2,4,6,8,10,60 או 2,4,6,8,12,58.

ג. נסו למצוא מספר זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא אי-זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר אי-זוגי.

נניח שאנו מחפשים קבוצה של 4 מספרים אי-זוגיים שונים, שהממוצע שלהם הוא 25. הסכום של 4 המספרים האלה צריך להיות 100. אין קושי למצוא 4 מספרים כאלה. למשל: 1,3,5,91 או 1,3,7,89.

ד. נסו למצוא מספר אי-זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא זוגי, והממוצע שלהם הוא מספר זוגי.

נניח שאנו מחפשים קבוצה של 5 מספרים שונים, שהממוצע שלהם הוא 16. הסכום של 5 המספרים האלה צריך להיות 80. אין כל קושי למצוא מספרים כאלה. למשל: 2,4,6,8,60.

ה. נסו למצוא מספר אי-זוגי של מספרים שכל אחד מהם הוא אי-זוגי. והממוצע שלהם הוא מספר זוגי.

נניח שאנו מחפשים קבוצה של 5 מספרים אי-זוגיים שונים, שהממוצע שלהם הוא 20. הסכום של 5 המספרים האלה צריך להיות 100. הבעיה היא שסכום של 5 מספרים אי-זוגיים הוא מספר אי-זוגי, ולכן אינו יכול להיות 100.

ברם, דוגמה בודדת אינה יכולה לשמש כהוכחה לכך שאי-אפשר למצוא קבוצת מספרים העומדת בתנאי השאלה; ייתכן שלא בחרנו מספרים מתאימים. כדי להראות שאין מספרים מתאימים עלינו לבחון את השאלה בצורה כללית.

נניח שכמות המספרים האי-זוגיים היא a (אי-זוגי), ונניח שהממוצע הוא b (זוגי).

סכום המספרים הוא $a \times b$, וסכום זה הוא מספר זוגי (זוגי כפול אי-זוגי=זוגי).

מאידך, כל המספרים הם אי-זוגיים, ומאחר שכמותם (a) היא אי-זוגית, הרי שסכומם הוא מספר אי-זוגי. קיבלנו סתירה – סכום המספרים צריך להיות גם זוגי וגם אי-זוגי. על כן, אין מספרים העומדים בתנאי השאלה.

ההוכחה שהצגנו נראית לא פשוטה, אך חשוב לשים לב ששלביה מקבילים לדוגמה המספרית שהצגנו בתחילת הסעיף.

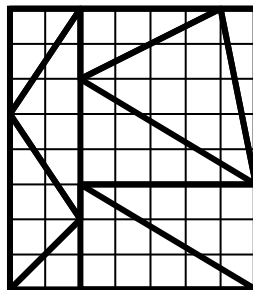
ו. נסו למצוא קבוצה של מספרים, שהממוצע שלהם גדול מכל המספרים פרט לאחד.

אפשר לעמוד בתנאי השאלה כאשר דואגים לכך שהמספר הגדול ביותר יהיה הרבה יותר גדול מכל יתר המספרים. ראשית, חשוב להבין שהממוצע יהיה תמיד קטן יותר מהמספר הגדול ביותר (זכרו שכל המספרים הם שונים). שנית, נבחר מספר גדול מספיק, כך שהוא יעלה את הממוצע מעל לכל יתר המספרים.

נסתכל למשל במספרים 1,2,3 שהממוצע שלהם הוא 2. כעת נוסיף למשל את המספר 34. הממוצע של כל ארבעת המספרים הוא 10 – גבוה הרבה יותר משלושת המספרים 1,2,3, וכמובן נמוך מ-34.

פתרון שאלה 2

בשאלה זו התבקשו התלמידים לחשב את ממוצע השטחים של עשרת המשולשים שבמלבן הבא.

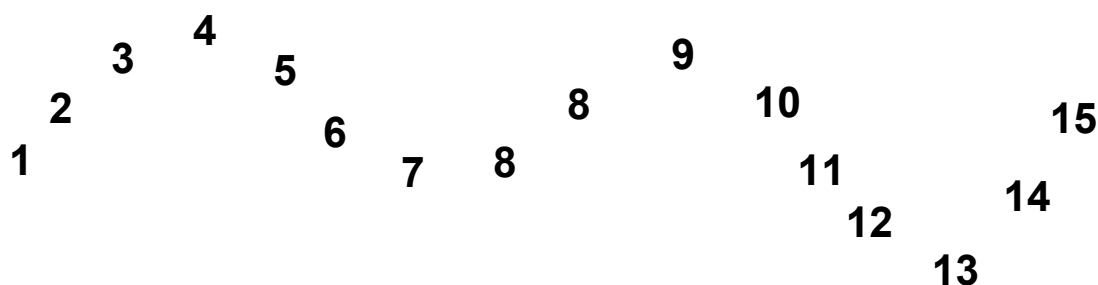


אנו משערים שיהיו תלמידים שיחשבו את השטח של כל אחד מהמשולשים, יחברו את כל השטחים האלה ויחלקו את התוצאה ב-10. אך שימו לב! אין כל צורך לחשב את השטח של כל משולש בנפרד כדי לדעת את סכום השטחים שלהם. הסכום הזה הוא כל שטח המלבן – 56 יחידות רבועות.

מתוך כך, נקבל שממוצע השטחים של עשרת המשולשים הוא $56 \div 10 = 5.6$.

ממוצע הממוצעים

נתבונן ב- 16 המספרים הבאים:



1. חשבו את הממוצע של 16 המספרים.

2. משה ביצע את הפעולות הבאות:

- הוא חילק את המספרים לקבוצות הבאות:
 $8,7,9,6,14,10$ $1,5$ $13,3,8,15,11$ $4,12,2$
- בשלב זה הוא חישב את הממוצע של המספרים בכל קבוצה.
- לבסוף חישב את הממוצע של הממוצעים שקיבל – ממוצע הממוצעים הוא סכום ארבעת הממוצעים חלקי 4.

א. מהו ממוצע הממוצעים בקבוצות של משה?

ב. חלקו את 16 המספרים לקבוצות, כך שכאשר תבצעו על קבוצות אלה את אותו התהליך של משה (מציאת הממוצע בכל קבוצה ואז חישוב ממוצע הממוצעים), יתקבל ממוצע ממוצעים נמוך ככל הניתן.

הערה: יש לחלק את המספרים לפחות ל- 2 קבוצות שבכל אחת לפחות שני מספרים. אין דרישה לכך שבכל הקבוצות יהיה אותו מספר איברים.

ממוצע הממוצעים – פתרון

הזמינו תלמידים אל הלוח להציג את תשובותיהם.

נציג תחילה את התשובות לשאלות שבדף המשימה, ולאחריהן דיון המשך, אשר יקשר את פתרונות דף המשימה לנושא הממוצע המשוקלל.

פתרון שאלה 1

בחישוב הממוצע מחברים את כל 16 המספרים ומחלקים את התוצאה ב-16. בשאלה שלפנינו ניתן להסתכל על המספרים בזוגות, הראשון והאחרון, השני והלפני אחרון... הסכום של כל זוג הוא 16, ולכן סכום המספרים הוא $16 \times 8 = 128$; מכאן שהממוצע הוא $128 \div 16 = 8$.

פתרון שאלה 2

א. בקבוצה: 2,12,4 הממוצע הוא $18 \div 3 = 6$

בקבוצה: 13,3,8,15,11 הממוצע הוא $50 \div 5 = 10$

בקבוצה: 1,5 הממוצע הוא $6 \div 2 = 3$

בקבוצה 8,7,9,6,14,10 הממוצע הוא $54 \div 6 = 9$

ממוצע הממוצעים הוא $(6+10+3+9) \div 4 = 7$

נשאלת השאלה כיצד קרה שממוצע הממוצעים (7) הוא שונה מהממוצע של כלל המספרים (8)? אנו מקווים שעבודת התלמידים בסעיף ב' תקדם אותם לעבר פתרונה של השאלה שזה עתה הצגנו.

ב. שאלה זו היא מרכז השיעור שלנו. מרבית התלמידים יתקשו בניסיון להגיע לממוצע ממוצעים הקטן בהרבה מהממוצע הכללי שהוא 8. אנו מקווים שתוך ניסוי וטעייה הם יגלו את הצעות דומות לשתי אלה שנציג כעת.

הצעה ראשונה

נחלק את המספרים לשתי קבוצות:

קבוצה א: 1,2 קבוצה ב: 3,4,5,6,7,8,8,9,10,11,12,13,14,15

ממוצע קבוצה א: $3 \div 2 = 1.5$ ממוצע קבוצה ב: $125 \div 14 = 8.93$

ממוצע הממוצעים הוא $(1.5+8.93) \div 2 = 5.21$

אנו מקווים שהצעה זו, או אחרת הדומה לה, תוצע על-ידי התלמידים; אחרת, הציגו אותה אתם. השאלה הנשאלת היא - מדוע ירד הממוצע כל כך (מ- 8 ל- 5.21)? הסיבה לכך היא שממוצע הממוצעים נתן את אותו המשקל לקבוצה של שני איברים כמו לקבוצה של 14 האיברים.

בקבוצה ב', שהתקבלה מ- 16 המספרים אחרי הוצאת המספרים 1,2, הממוצע עלה במעט מעל ל- 8, והגיע ל- 8.93. קבוצת שני האיברים החדשה היא בעלת ממוצע של 1.5, שהוא הרבה מתחת ל- 8. ממוצע הממוצעים נתן משקל שווה לשני הממוצעים שהתקבלו, וזה אפשר לקבוצה הקטנה לגרום למשיכת ממוצע הממוצעים כלפי מטה, עד ל- 5.21.

על-מנת לגרום לתלמידים להבין טוב יותר מה הפירוש "נתן משקל שווה", הציגו להם את הדוגמה הבאה:

תלמיד קיבל במהלך המחצית את הציונים הבאים במבחני המתמטיקה שלו: במבחן הראשון 100, בשני 100 ובשלישי 40.

קל לחשב שממוצע הציונים של תלמיד זה הוא 80. לעומת זאת, אם נחלק את ציוניו של התלמיד לשתי קבוצות: קבוצה א': 100,100 וקבוצה ב': 40. נקבל שהממוצע בקבוצה א' הוא 100 ובקבוצה ב' 40, ולכן ממוצע הממוצעים הוא 70. הפעולה הלא הוגנת הזו כמוה כמחיקת אחד מציוני ה- 100 של התלמיד, כך שכאילו היו לו 2 מבחנים במחצית, עליהם קיבל את הציונים 100 ו- 40. ממוצע הממוצעים לא נתן משקל גדול יותר¹ לקבוצת 2 המאות על פני קבוצת ה- 40 האחד.

הצעה שנייה

בהצעה הראשונה ראינו כיצד מצליחה הקבוצה הקטנה: 1,2 לגרום למטה את ממוצע הממוצעים, כיוון שהיא מקבלת ("שלא בצדק") משקל שווה לזה של קבוצה גדולה הרבה יותר. נשאלת השאלה האם לא כדאי ליצור עוד קבוצה קטנה שבה הממוצע הוא נמוך, כדי שתעזור למשוך את ממוצע הממוצעים עוד יותר למטה. קבוצה זו היא באופן טבעי 3,4. והנה המצב החדש:

קבוצה א': 1,2 ממוצע: $3 \div 2 = 1.5$

קבוצה ב': 3,4 ממוצע: $7 \div 2 = 3.5$

¹ בהמשך נראה כיצד ניתן לתת משקלים נכונים לכל קבוצה.

קבוצה ג: 5,6,7,8,8,9,10,11,12,13,14,15 ממוצע: $118 \div 12 = 9.83$

הקבוצה החדשה שיצרנו עשויה לעזור להורדת ממוצע הממוצעים, כיוון שהממוצע שלה – 3.5 נמוך, ולא במעט, מממוצע הממוצעים של ההצעה הראשונה: 5.21.

ואכן, ממוצע הממוצעים החדש נמוך יותר: $(1.5 + 3.5 + 9.83) \div 3 = 4.94$

לכאורה נראה שניתן לשפר את התוצאה עוד יותר אם ניצור את הקבוצה 5,6:

קבוצה א: 1,2

קבוצה ב: 3,4

קבוצה ג: 5,6

קבוצה ד: 7,8,8,9,10,11,12,13,14,15

תוכלו לבקש מהתלמידים לבדוק זאת. הם יגלו שהממוצע החדש גבוה יותר מזה שקיבלנו בהצעה הראשונה (5.21).

הנה ההסבר לכך. ראשית, הממוצע של הקבוצה החדשה הוא 5.5: גבוה מהממוצע בהצעה הראשונה. שנית, בכך שהוצאנו מהקבוצה הגדולה את המספרים 5 ו-6, הגדלנו גם את הממוצע שלה ביחס לקבוצה הגדולה במקרה הקודם.

אי לכך, ממוצע הממוצעים שנקבל כאן גבוה יותר מ- 5.21.

לא נוכיח במדויק, אך 4.94 הוא ממוצע הממוצעים הנמוך ביותר הניתן להשגה עבור 16 המספרים שבתרגיל שלנו.

דיון המשך

ישנן שתי נקודות שכדאי להמשיך את הדיון לגביהן.

נקודה ראשונה

ראינו מצבים בהם ממוצע הממוצעים שונה מהממוצע הכללי, כיוון שבחישוב שלו ניתן משקל שווה לקבוצות שונות גודל. הציגו לתלמידים את השאלה הבאה: האם ממוצע הממוצעים יהיה שונה מהממוצע הכללי גם כאשר נחלק את 16 המספרים לקבוצות שוות גודל?

נחלק למשל את 16 המספרים ל-4 קבוצות שבכל אחת 4 איברים:

קבוצה א:	1,3,5,7	ממוצע: 4
קבוצה ב:	2,11,12,15	ממוצע: 10
קבוצה ג:	6,8,8,10	ממוצע: 8
קבוצה ד:	4,9,13,14	ממוצע: 10

ממוצע הממוצעים הוא $8 = 32 \div 4$ והוא אכן שווה לממוצע הכללי.

נציג להלן הוכחה כללית לכך שבמקרה שהקבוצות שוות גודל, ממוצע הממוצעים שווה לממוצע הכללי, עבור מקרה של 8 מספרים, המחולקים ל-4 קבוצות בנות 2 איברים כל אחת.

נסמן מספרים אלה באותיות: a, b, c, d, e, f, g, h

הממוצע של מספרים אלה הוא: $\frac{a+b+c+d+e+f+g+h}{8}$

והנה 4 הקבוצות עם הממוצע של כל אחת:

קבוצה א: a, b ממוצע: $\frac{a+b}{2}$

קבוצה ב: c, d ממוצע: $\frac{c+d}{2}$

קבוצה ג: e, f ממוצע: $\frac{e+f}{2}$

קבוצה ד: g, h ממוצע: $\frac{g+h}{2}$

כעת נחשב את ממוצע הממוצעים:

$$\frac{\frac{a+b}{2} + \frac{c+d}{2} + \frac{e+f}{2} + \frac{g+h}{2}}{4} = \frac{\frac{a+b+c+d+e+f+g+h}{2}}{4} = \frac{a+b+c+d+e+f+g+h}{8}$$

ממוצע הממוצעים זהה לממוצע הכללי.

ההוכחה למקרה הכללי של מספרים, המחולקים לקבוצות שוות גודל (כלשהו) אינה שונה במהותה מזו שהצגנו עבור חלוקת 8 מספרים ל-4 קבוצות בנות 2 מספרים כל אחת.

הערות

- ייתכן שבכיתתכם יהיו תלמידים שינסו לחלק את 16 המספרים שבתרגיל לזוגות (8 קבוצות בנות 2 איברים כל אחת). מההוכחה לעיל אנו מבינים כעת שבכל צורה הם יקבלו ממוצע ממוצעים של 8.

- נתבונן בקבוצה בת 6 המספרים הבאים:

33,34,35,255,256,257

לפי מה שהראינו לעיל, נוח לחשב את הממוצע של מספרים אלה בדרך הבאה: נחלק את המספרים לשתי קבוצות: 33,34,35 ו- 255,256,257. קל לראות שהממוצע של הקבוצה הראשונה הוא 34, ושל השנייה 256.

מאחר שחילקנו את המספרים לשתי קבוצות שוות גודל, הרי שממוצע הממוצעים הוא גם הממוצע הכללי: $(34+256) \div 2 = 290 \div 2 = 145$

נקודה שנייה – הממוצע המשוקלל

נסתכל שוב על ההצעה הבאה:

קבוצה א': 1,2 קבוצה ב': 3,4,5,6,7,8,8,9,10,11,12,13,14,15

ראינו שממוצע הממוצעים הוא 5.21, והסברנו שהוא נמוך יותר מהממוצע הכללי כיוון שנתנו לקבוצה קטנה משקל שווה לזה של קבוצה גדולה. אם כך, נשאלת השאלה כיצד ניתן לתת לכל אחד משני הממוצעים שהתקבלו משקל "נכון", כך ש"ממוצע הממוצעים" יהיה שווה לממוצע הכללי.

פתרון שאלה זו אינו מורכב.

נתבונן בקבוצה א' שהממוצע שלה הוא 1.5. פירוש הממוצע הזה הוא שבחלוקה שווה כל אחד משני המספרים האלה "מקבל" 1.5.

בקבוצה ב' הממוצע הוא 8.93, ופירושו של דבר שבחלוקה שווה כל אחד מ-14 המספרים האלה "מקבל" 8.93.

בעצם הפכנו את 16 המספרים שלנו למספרים הבאים:

1.5, 1.5, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93, 8.93

הסכום של 16 המספרים האלה שווה לסכום של 16 המספרים המקוריים בשאלה, ולכן הממוצע הכללי של 16 המספרים האלה, כמו גם זה של 16 המקוריים הוא:

$$\frac{2 \times 1.5 + 14 \times 8.93}{16} = 8$$

חישוב זה מאפשר לנו להבין כעת את רעיון המשקלים. אם אנו מחלקים קבוצה של מספרים לשתי קבוצות שבאחת m מספרים ובשנייה n מספרים ($n \neq m$), כאשר הממוצע של הקבוצה הראשונה הוא c ושל השנייה הוא d , הרי שכדי לקבל את הממוצע הכללי של כל $m+n$ המספרים אין זה נכון לבצע ממוצע פשוט של שני הממוצעים $\frac{c+d}{2}$, כיוון

שלא הבאנו בחשבון את גודלה של כל קבוצה. החישוב הנכון הוא $\frac{mc + nd}{m + n}$.

הדוגמה לעיל עסקה אמנם בחלוקת המספרים לשתי קבוצות, אך רעיון זהה יאפשר לנו להגיע אל הממוצע הכללי גם כאשר מחלקים את המספרים למספר אחר של קבוצות; קבוצה בגודל p תקבל משקל של p .

כדי להבין זאת נחזור להצעת החלוקה של משה:

קבוצה א': 2, 12, 4	הממוצע: $18 \div 3 = 6$
קבוצה ב': 13, 3, 8, 15, 11	הממוצע: $50 \div 5 = 10$
קבוצה ג': 1, 5	הממוצע: $6 \div 2 = 3$
קבוצה ד': 8, 7, 9, 6, 14, 10	הממוצע: $54 \div 6 = 9$

ממוצע הממוצעים הוא $(6+10+3+9) \div 4 = 7$

כזכור, הממוצע הכללי הוא 8. כעת תוכלו לבקש מהתלמידים לחשב עבור משה את הממוצע הכללי, תוך שהם נותנים לכל אחד מממוצעי הקבוצות את המשקל המתאים לו.

$$\frac{3 \times 6 + 5 \times 10 + 2 \times 3 + 6 \times 9}{16} = 8$$

בסיום פרק לימוד זה תוכלו לתת לתלמידים משימה נוספת לתרגול נושא הממוצע המשוקלל:

יום אחד החליט אבי הגנן לבחון את מספר עלי הכותרת של כל הפרחים בגינתו. אבי מצא ש...

- יש חמישה פרחים עם 4 עלי כותרת.
- יש שבעה פרחים עם 5 עלי כותרת.
- יש שמונה פרחים עם 6 עלי כותרת.
- יש שלושה פרחים עם 9 עלי כותרת.
- יש פרח אחד עם 14 עלי כותרת.



מהו ממוצע מספר עלי הכותרת לפרח בגינתו של אבי?

פתרון

ממוצע עלי הכותרת לפרח הינו מספר עלי הכותרת הכללי חלקי מספר הפרחים.

אפשר לראות שמספר הפרחים הכולל הוא $5 + 7 + 8 + 3 + 1 = 24$.

יש 5 פרחים עם 4 עלי כותרת, ולכן מכל הפרחים האלה ביחד נקבל 20 עלי כותרת.

יש 7 פרחים עם 5 עלי כותרת, ולכן מכל הפרחים האלה ביחד נקבל 35 עלי כותרת.

כך נמשיך לכל סוגי הפרחים ונקבל שבסך הכול יש 144 עלי כותרת בגינה.

לכן ממוצע עלי הכותרת לפרח הוא 144 חלקי 24, כלומר 6.

חידה לסיום:

האם נכון המשפט הבא: "לרוב האנשים יש יותר רגליים מהממוצע".

פתרון:

התשובה לשאלה היא כן. אין אף אדם שיש לו **יותר** משתי רגליים, ולעומת זאת ישנם (מעט) אנשים שיש להם **פחות** משתי רגליים. לכן, ממוצע הרגליים חייב להיות פחות מ-2 (קרוב מאוד ל-2 אך עדיין פחות מ-2). מאחר שלרוב האנשים יש 2 רגליים, הרי שלרוב האנשים יש יותר רגליים מהממוצע.