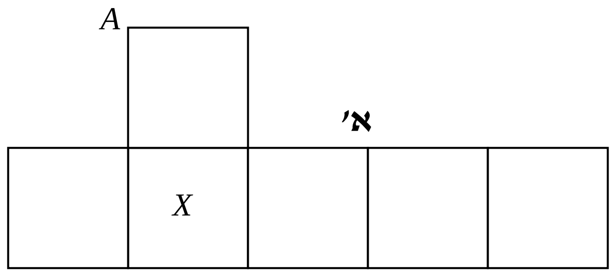
פריסות של קובייה

וָרדית רצתה לצפות בְּטַפֶּט קופסת מתנה שצורתה קובייה.

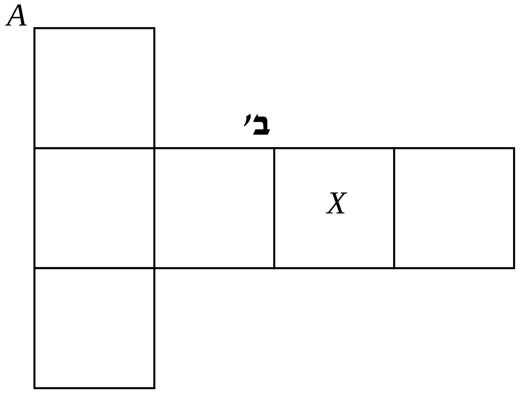
אורן אמר לוָרדית שלדעתו, אין כלל בעיה: הרי קובייה מורכבת משישה ריבועים חופפים. לכן, היא יכולה לצייר בצורה שרירותית שישה ריבועים חופפים שחלק מצלעותיהם משותפות, ואז תקבל פריסה של קובייה, בה תוכל לצפות את הקופסה.

לפניכם מספר דוגמאות לפריסות שוָרדית שרטטה:

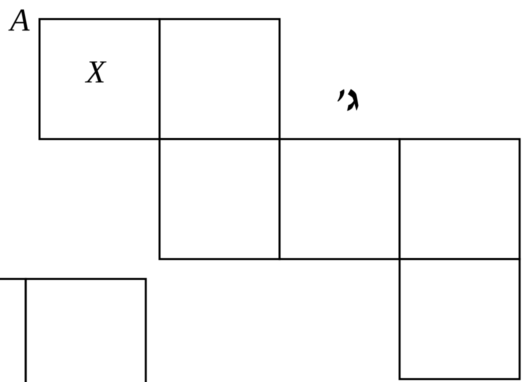
א'



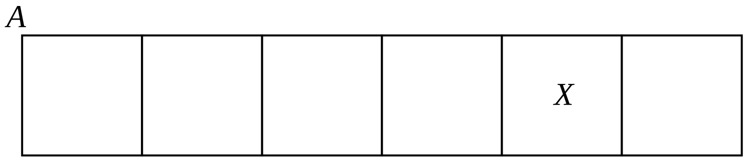
ב'



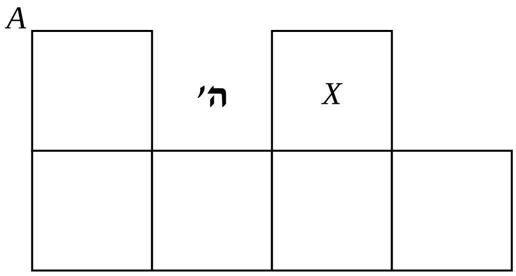
ג'



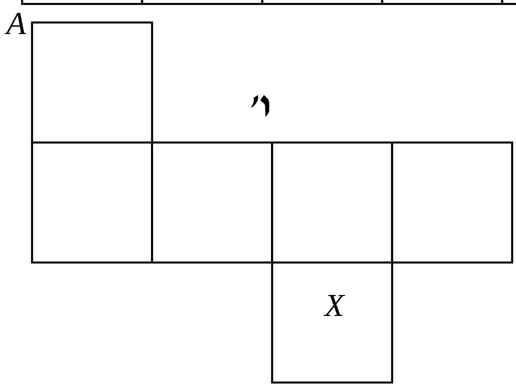
ד'



ה'



ו'



© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

שאלה 1. האם כל הצורות אותן שרטטה נָרדית הן אכן פריסות של קובייה?
אם לא, קבעו אילו הן פריסות של קובייה ואילו לא, ונמקו.
תוכלו להעתיק את הפריסות לדף אחר כדי לגזור אותן, ולבדוק באמצעות קיפול.

שאלה 2. שרטטו 2 פריסות נוספות של קובייה.

שאלה 3. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הנקודה המתלכדת עם הנקודה A בשעת הקיפול.

שאלה 4. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הפאה הנמצאת מול הפאה המסומנת ב- X.

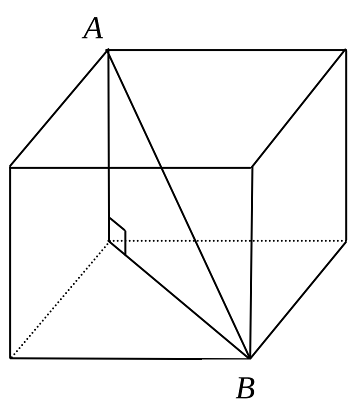
שאלה 5. בכל אחת מן הקוביות הנוצרות מעבירים אלכסון AB של הקובייה. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הנקודה B.

שאלה 6. שאלת אתגר: מצאו את אורך האלכסון AB באופן הבא:

א. סמנו ב- a את אורך מקצוע (צלע) הקובייה.

ב. בטאו את אורך אלכסון הבסיס באמצעות a.

ג. בטאו את אורך האלכסון AB באמצעות a.



© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

פתרונות למשימה: פריסות של קובייה

מאפייני המשימה:

- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית;
- זיהוי פריסות של קובייה;
- המרה של ייצוג תלת-ממדי של קובייה לייצוג דו-ממדי שלה.

הערה למורה:

רצוי, בשלב ראשון, לבקש מן התלמידים לגזור את הפריסות השונות, ולנסות ליצור מכל אחת מהן קובייה. כך הם יוכלו להיווכח בעצמם באילו מקרים מתקבלת פריסה של קובייה ובאילו - לא (סעיף א' במשימה), וכן לענות על סעיפים נוספים במשימה. בשלב שני, כדאי לדון עם התלמידים בדרכים לפענוח הייצוג התלת-ממדי באמצעות התבוננות בפריסות עצמן. את השלב השני כדאי לייעד בעיקר לתלמידים בעלי תפיסה מרחבית טובה.

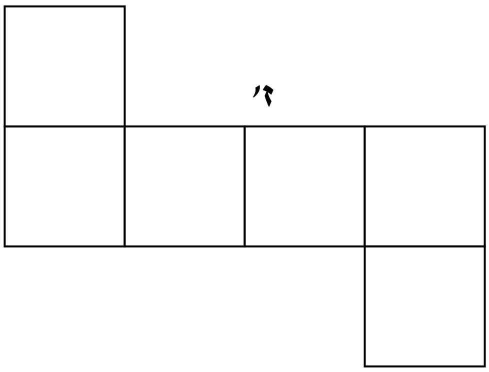
שאלה 1. האם כל הצורות אותן שרטטה וָרדית הן אכן פריסות של קובייה?
אם לא, קבעו אילו הן פריסות של קובייה ואילו לא, ונמקו.
תוכלו להעתיק את הפריסות לדף אחר כדי לגזור אותן, ולבדוק באמצעות קיפול.

צורות ב', ג', ו-ו' הן פריסות של קובייה. כל צורה כזו ניתנת לקיפול לקובייה.
צורות א', ד', ו-ה' אינן פריסות של קובייה, כיוון שבכל אחת מהן מספר פאות מתלכדות בקיפול ופאות אחרות - חסרות.

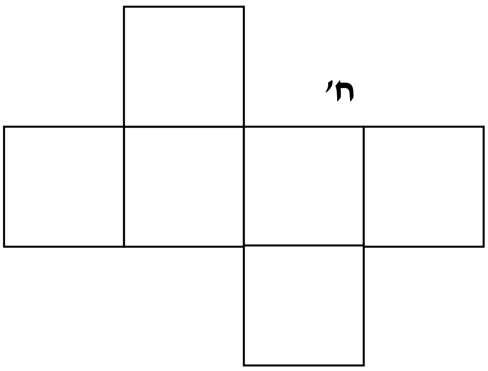
שאלה 2. שרטטו 2 פריסות נוספות של קובייה.

קיימות אפשרויות רבות לשרטוט פריסות של קובייה. להלן דוגמאות אחדות נוספות:

ז'

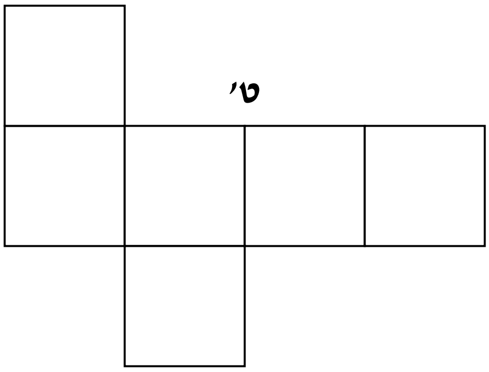


ח'

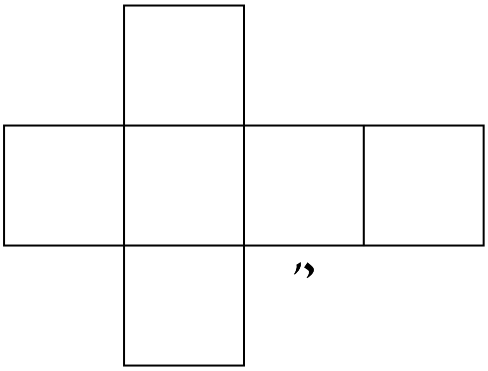


© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

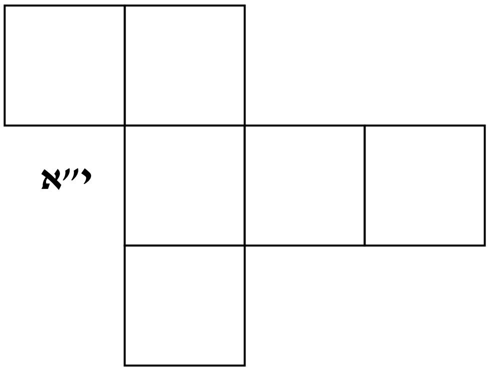
ט'



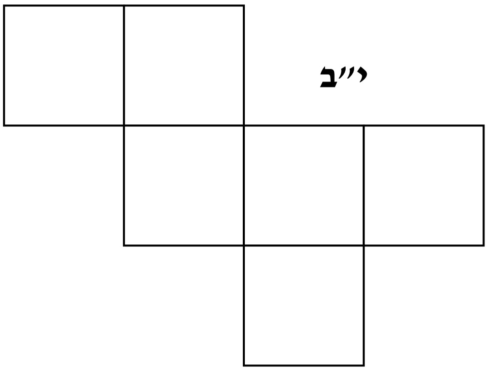
י'



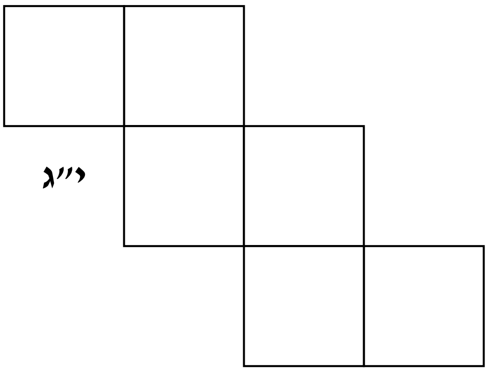
י"א



י"ב



י"ג



© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

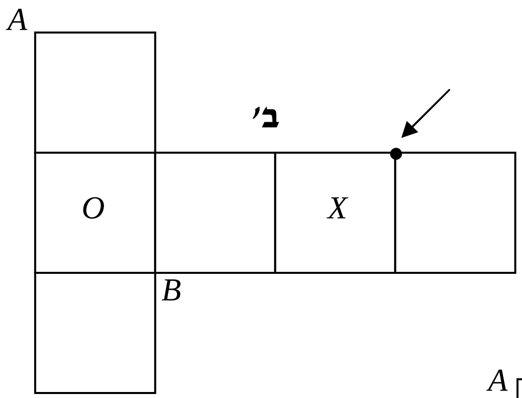
שאלה 3. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הנקודה המתלכדת עם הנקודה A בשעת הקיפול.

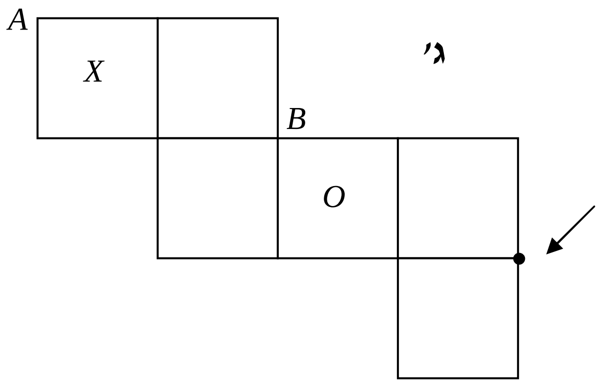
הנקודה המסומנת באמצעות חץ בכל פריסה היא הנקודה המתלכדת עם הנקודה A בשעת הקיפול.

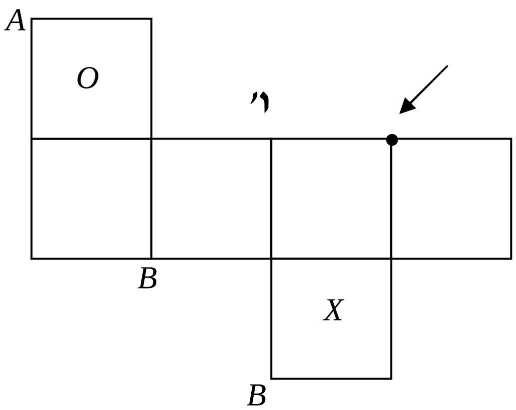
כל קדקוד של הקובייה נמצא במפגש של 3 פאות בדיוק. על כן, גם בפריסה של הקובייה צריך הקדקוד להיות שייך לשלוש פאות בדיוק.

שאלה 4. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הפאה הנמצאת מול הפאה המסומנת ב- X.

הפאה המסומנת ב- O בכל פריסה נמצאת מול הפאה המסומנת ב- X.







שאלה 5. בכל אחת מן הקוביות הנוצרות מעבירים אלכסון AB של הקובייה. סמנו בכל אחת מן הפריסות של הקובייה את הנקודה B.

הנקודה B, המסומנת בכל פריסה, היא נקודת הקצה של האלכסון AB.

אל הנקודה B ניתן להגיע בשני אופנים על גבי הפריסה עצמה:

בעזרת פאות: הנקודה B נמצאת תמיד בקדקוד הנגדי לקדקוד A, במלבן המורכב משתי פאות סמוכות. בכל שלוש הפריסות הנקודה A מתלכדת עם הנקודה המסומנת בחץ. בכל שלוש הפריסות ניתן להגיע ל-B הן מכיוון הקדקוד המסומן ב-A והן מכיוון הקדקוד המסומן בחץ. ההבדל בין שתי הדרכים הוא בבחירת שתי הפאות שדרכן עוברים מקדקוד A לקדקוד הנגדי לו, B.

בעזרת מקצועות (צלעות): כדי לעבור מקדקוד A לקדקוד הנגדי לו, B, יש לחלוף לאורך שלושה מקצועות אשר מאונכים זה לזה בקובייה עצמה. הנקודה המסומנת ב-B היא היחידה אשר ניתן להגיע אליה בעזרת מעבר על פני שלושה מקצועות הן מהנקודה המסומנת A והן מהנקודה המסומנת על ידי חץ.

בפריסה ו׳ מסומנת הנקודה B בשני מקומות. שני המקומות הללו מתלכדים עם קיפול הפריסה לקובייה.

שאלה 6. שאלת אתגר: מצאו את אורך האלכסון AB באופן הבא:

א. סמנו ב- a את אורך מקצוע (צלע) הקובייה.

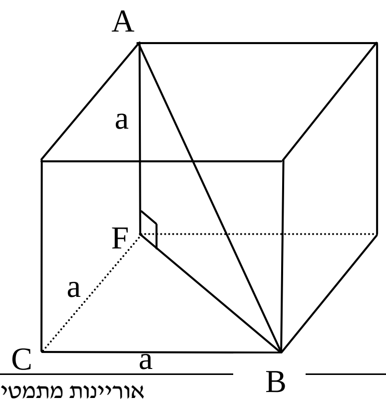
ב. בטאו את אורך אלכסון הבסיס באמצעות a.

אורך אלכסון הבסיס הוא: $a\sqrt{2}$ (לפי משפט פיתגורס במשולש BCF).

ג. בטאו את אורך האלכסון AB באמצעות a.

אורך האלכסון AB הוא: $AB=\sqrt{3}a$

לפי משפט פיתגורס במשולש AFB: $a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2=AB^2 \Leftarrow AB=\sqrt{3}a$.



© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך