

מיון שלב ב' התשע"ט – מועד שני

הנבחרת הצעירה במתמטיקה ומדעים

16.5.19

הוראות לבחינה

- משך המבחן 3 שעות.
- אין להשתמש במחשבון או בכל אמצעי עזר אחר בזמן המבחן.
- ענו על המבחן בעט בלבד. על השאלות הפתוחות יש לענות באופן מסודר וברור.
- המבחן מורכב משני חלקים – החלק הראשון מכיל שאלות פתוחות. ענו על החלק הראשון במחברת הבחינה. החלק השני מכיל שאלות סגורות. ענו על החלק השני בדף האחרון של טופס זה. בתום המבחן תלשו את דף המענה על השאלות הסגורות והגישו אותו יחד עם מחברת הבחינה.
- המבחן קשה. לא מצופה מכם להספיק לענות על כל השאלות ולהוציא 100. כן מצופה שתעשו כמיטב יכולתכם.
- קראו תחילה את כל השאלות לפני שאתם מתחילים לפתור. התחילו בשאלות שאתם מרגישים איתן יותר בנוח.
- על השאלות הפתוחות יש לענות תשובות מלאות ומנומקות.

חלק א' – שאלות פתוחות

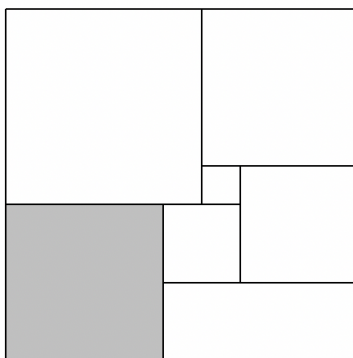
שאלה 1

הוסיפו סימני פעולות חשבון וסוגריים לפי בחירתכם כדי שהשוויון הבא יתקיים. **מצאו שני פתרונות שונים** וכתבו אותם במחברת הבחינה תחת הכותרת "פתרון לשאלה 1".

$$1 \quad 2 \quad 3 = 4 \quad 1 \quad 4$$

שאלה 2

הצורה הבאה מורכבת מריבועים. **מצאו את אורך צלע הריבוע האפור**, אם נתון כי אורך צלע הריבוע הקטן הוא 1 ס"מ. נמקו את תשובתכם.



שאלה 3

ג'נטלמן תמיד אומר אמת לאנשים שהוא מכיר ומשקר לאנשים שהוא לא מכיר. פעם התאספו 50 ג'נטלמנים בחדר וכל אחד אמר לכל אחד אחר את אחד מ-2 המשפטים הבאים: (1) יש לי בחדר זה מספר זוגי של מכרים. (2) יש לי בחדר זה מספר אי-זוגי של מכרים. **האם יכול להיות שמשפט (1) נאמר 2019 פעמים בדיוק?** נמקו את תשובתכם.

שאלה 4

אבי שילם 12 ש"ח עבור מחברת, 2 עפרונות ומחק. בני שילם 27 ש"ח עבור 2 מחברות, 3 עפרונות ו-3 מחקים. **כמה שילם גדי עבור 2 מחברות, 5 עפרונות ומחק יחיד?** אנו מניחים שהחנות בה נקנו החפצים היא אותה החנות ושהמחירים בה לא השתנו בין שלושת הרכישות.

שאלה 5

אני תמיד שותה קפה בין השעות 13 : 00 ל-14 : 00, כאשר חוצה-הזווית בין מחוגי השעות והדקות מצביע בדיוק על המספר 12. **באיזו שעה בדיוק אני שותה קפה?** יש לדייק עד לשניות שלמות ולנמק את קביעתכם.

שאלה 6

נתונות 4 ספרות **שונות**: a, b, c, d . מהספרות האלה הרכיבו את כל המספרים הארבע-ספרתיים האפשריים בהם כל ספרה מבין אלה מופיעה פעם אחת בדיוק. הסכום של המספר הקטן ביותר שנוצר והגדול ביותר יצא 9467. **מצאו את הספרות a, b, c, d** ונמקו את קביעתכם.

חלק ב' – שאלות סגורות

שאלה 7

כוח המשיכה פועל בין גופים בעלי מסה. ידוע כי כוח המשיכה פועל חזק יותר בין גופים שהמסה שלהם גדולה יותר. בנוסף, ידוע כי כוח המשיכה פועל חזק יותר ככל שמרכזי המסה של שני הגופים קרובים יותר. בנוסף, כוח המשיכה משתמר תחת שינוי קנה מידה, כלומר: אם כוח המשיכה בין שני גופים במשקל 1 קילוגרם ובמרחק מטר 1 אחד מהשני הוא x , אז גם כוח המשיכה בין שני גופים במשקל 2 קילוגרם ובמרחק 2 מטרים אחד מהשני הוא x . **על סמך נתונים אלו בלבד, סמנו (בדף התשובות) מי מהנוסחאות הבאות יכולה לייצג את כוח המשיכה בין שני גופים שמשקלם m_1 ו- m_2 קילוגרמים והמרחק בין מרכזי המסה שלהם הוא R מטרים? הקיפו בעיגול בדף התשובות את כל הנוסחאות שעונות על התנאים כפי שצוינו בשאלה.**

1. $7m_1m_2R$;

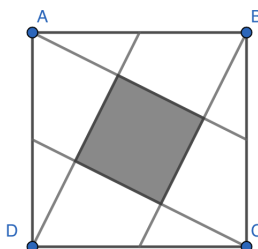
2. $15\frac{R^2}{m_1m_2}$;

3. $92\frac{m_1^2m_2^2}{R^4}$;

4. $\frac{10m_1m_2}{R}$.

שאלה 8

נתון ריבוע $ABCD$. חיברו את A לאמצע הצלע BC , את B לאמצע הצלע CD , את C לאמצע הצלע DA ואת D לאמצע הצלע AB . נוצר ריבוע חדש בתוך הריבוע המקורי. מה יחס השטחים בין הריבועים הקטן והגדול?



שאלה 9

1. נתון לוח משבצות ריבועי מגודל $n \times n$ המורכב ממשבצות 1×1 . בכל דקה, נולד בכל משבצת של הלוח חיזר. פעם בדקה כל חיזר קיים קופץ לאחת המשבצות השכנות של המשבצת הנוכחית שלו לפי חוקיות שאתם בוחרים עבורו. אם החיזר נמצא על משבצת בקצה הלוח, הוא יכול לקפוץ אל מחוץ ללוח ולהיעלם. ממשבצת נתונה בקצה הלוח עד שלושה חיזרים יכולים לקפוץ החוצה בכל דקה, לכל כיוון פנוי – במשבצת פינתית יש שני כיוונים פנויים ובמשבצת צדדית רק אחד. כמה גדול יכול להיות הלוח (כלומר n) אם אנחנו רוצים שכמות החיזרים לעולם לא תהיה יותר גדולה מ-1,000,000? תשובתכם צריכה להיות ה- n המירבי עבורו התנאי הזה יכול להתקיים.

2. נתונה קובייה מגודל $n \times n \times n$ המורכבת מקוביות מגודל $1 \times 1 \times 1$. בכל דקה נולד בכל קובייה קטנה חיזר. בכל דקה חיזר עובר לפי הוראות שלכם לקוביה שחולקת פאה משותפת איתה. אם חיזר נמצא בקוביה חיצונית הוא יכול לצאת אל מחוץ ללוח ולהיעלם, אבל מכל פאה חשופה יכולים לצאת רק 3 חיזרים בכל דקה. **כמה גדולה יכולה להיות הקוביה (כלומר n) אם אנחנו רוצים שכמות החיזרים בתוכה לעולם לא תהיה יותר גדולה מ-1,000,000?** תשובתכם צריכה להיות ה- n המירבי עבורו התנאי הזה יכול להתקיים.

שאלה 10

48 אנשים יושבים במעגל. חלקם צדיקים וחלקם רשעים. הצדיקים תמיד אומרים אמת בעוד הרשעים תמיד משקרים. כל האנשים במעגל אמרו את המשפט הבא: "מבין השכנים של שכניי שאינם אני יש צדיק אחד ורשע אחד". כמה צדיקים יש במעגל? ענו את כל התשובות האפשריות.

טבלת סימון לפתרון השאלות הסגורות

שם מלא:

תעודת זהות:

בית הספר:

מלאו את התשובות הנכונות במקומות המתאימים.

שאלה 7

הקיפו את כל התשובות הנכונות (יכולה להיות כל כמות של תשובות נכונות):

1.

2.

3.

4.

שאלה 8

השטח של הריבוע הגדול חלקי הקטן הוא:

שאלה 9

1. מהו ה- n הגדול ביותר כך שהתנאי מתקיים:

2. מהו ה- n הגדול ביותר כך שהתנאי מתקיים:

שאלה 10

כמות הצדיקים במעגל היא:

כתבו את כל התשובות הנכונות.