

מיון שלב ב' התשע"ט – מועד ראשון

הנבחרת הצעירה במתמטיקה ומדעים

13.5.19

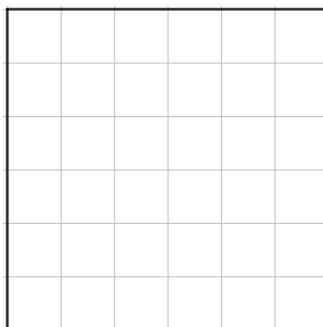
הוראות לבחינה

- משך המבחן 3 שעות.
- אין להשתמש במחשבון או בכל אמצעי עזר אחר בזמן המבחן.
- ענו על המבחן בעט בלבד. על השאלות הפתוחות יש לענות באופן מסודר וברור.
- המבחן מורכב משני חלקים – החלק הראשון מכיל שאלות פתוחות. ענו על החלק הראשון במחברת הבחינה. החלק השני מכיל שאלות סגורות. ענו על החלק השני בדף האחרון של טופס זה. בתום המבחן תלשו את דף המענה על השאלות הסגורות והגישו אותו יחד עם מחברת הבחינה.
- המבחן קשה. לא מצופה מכם להספיק לענות על כל השאלות ולהוציא 100. כן מצופה שתעשו כמיטב יכולתכם.
- קראו תחילה את כל השאלות לפני שאתם מתחילים לפתור. התחילו בשאלות שאתם מרגישים איתן יותר בנוח.
- על השאלות הפתוחות יש לענות תשובות מלאות ומנומקות.

חלק א' – שאלות פתוחות

שאלה 1

עליכם לצבוע חלק ממשבצות טבלה בגודל 6×6 , כך שבכל שורה יש 3 משבצות צבועות ובכל עמודה יש או 4 משבצות צבועות או משבצת צבועה אחת.



ציירו את הפתרון במחברות הבחינה שלכם עם הכותרת "פתרון לשאלה 1".

שאלה 2

איציק גזר מלבן בגודל 135×40 לריבועים כפי שמוצג בציור. מהם אורכי הצלעות של הריבועים הללו?



שאלה 3

נתון השבר $\frac{2}{3}$ על הלוח. מותר לכם לשנות את השבר בכל צעד באחד משני האופנים הבאים:

(1) מותר להוסיף למונה של השבר את המספר 2019;

(2) מותר להוסיף למכנה של השבר את המספר 2020.

לדוגמה, אם התחלנו מ- $\frac{2}{3}$ אפשר בצעד הראשון להפוך אותו ל- $\frac{2019+2}{3} = \frac{2021}{3}$ או ל- $\frac{2}{2020+3} = \frac{2}{2023}$ וממשיכים כך עם השבר החדש. האם אפשר בעזרת שתי הפעולות הללו, אחרי מספר כלשהו של צעדים, לקבל שבר השווה ל- $\frac{3}{5}$? אם כן, הראו סדרת צעדים שמשגיחה זאת. אם לא, נמקו מדוע.

שאלה 4

במחסן יש ארגזים של מסמרים במשקלים 16 ק"ג, 17 ק"ג ו-40 ק"ג. האם ניתן למכור 140 ק"ג מסמרים ללא פתיחת הארגזים? אם לא ניתן לעשות זאת עליכם להסביר מדוע. אם ניתן לעשות זאת, עליכם למצוא את כול האפשרויות לכך ולנמק מדוע אלו כולן.

שאלה 5

בקופסת קוסם 100 כדורים: אדומים, לבנים או ירוקים. שלושה מהכדורים קסומים, ומדי פעם הם מחליפים צבע. פעם הקוסם הציץ לקופסה וראה שיש בה יותר כדורים אדומים מלבנים, ויותר כדורים לבנים מירוקים. אחרי דקה הוא הציץ שוב, וראה שהמצב התהפך – בקופסה יש יותר כדורים ירוקים מלבנים, ויותר כדורים לבנים מאדומים. כמה כדורים לבנים היו בקופסה בפעם הראשונה שפתח אותה הקוסם?

שאלה 6

עבור מספר טבעי x המיוצג בבסיס עשרוני, נגדיר ב- $S(x)$ את סכום הספרות שלו. לדוגמה $S(1074) = 12$.

1. האם קיים מספר טבעי x שמקיים $x + S(x) + S(S(x)) = 2019$? תנו דוגמה ל- x כזה אם קיים, או הוכיחו כי אין כזה.

2. האם קיים מספר טבעי x שמקיים $x + S(x) + S(S(x)) = 2020$? תנו דוגמה ל- x כזה אם קיים, או הוכיחו כי אין כזה.

שימו לב כי הכוונה ב- $S(S(x))$ היא להפעיל סכום ספרות פעמיים: לדוגמה $S(12) = 3$ או $S(S(1074)) = S(S(99746))$.
 $S(35) = 8$

חלק ב' – שאלות סגורות

שאלה 7

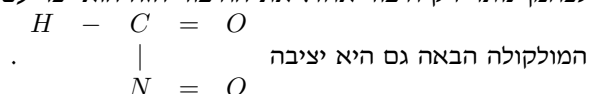
שני שחקנים משחקים במשחק הבא: על הלוח כתוב המספר 1. בכל תור מותר להגדיל את המספר על הלוח ב-1 (לבצע +1), או לכפול את המספר על הלוח פי 2 (לבצע $\times 2$). מפסיד מי שגרם למספר להיות גדול ממש מ-100, כלומר אם בתור שלי גרמתי למספר להיות 101 או יותר אז הפסדתי. מי שמפסיד רוצה למשוך את המשחק כמה שיותר תורות. **בהנחה ושני השחקנים משחקים הכי טוב שהם יכולים, כמה תורות יהיו במשחק?**

שאלה 8

חומרים רבים המוכרים לנו מורכבים ממולקולות, והמולקולות מורכבות מאטומים. האטומים הם חלקיקים קטנים מאוד, ויש מהם סוגים שונים – יש אטומים מסוג חמצן, מסוג מימן, ורבים נוספים. אטומים מתחברים זה לזה בקשרים שנקראים "קוולנטיים". כדי ליצור מולקולה יציבה, אטום מימן, המסומן באות H , צריך להתחבר בקשר קוולנטי אחד בלבד לאטום אחר. אטום חמצן, המסומן באות O , צריך להתחבר בשני קשרים לאטומים אחרים. אטום חנקן, המסומן באות N , צריך להתחבר בשלושה קשרים לאטומים אחרים. אטום פחמן, המסומן באות C , צריך להתחבר בארבעה קשרים לאטומים אחרים.

כך לדוגמה המולקולה של מים היא מולקולה יציבה, שמורכבת משני מימנים וחמצן בודד: $H - O - H$. האותיות מסמלות אטומים והקווים מסמלים קשרים קוולנטיים.

גם המולקולה $H - C \equiv N$ היא מולקולה יציבה. שימו לב שבדוגמה הזאת החנקן N התחבר בשלושה קשרים קוולנטיים לפחמן C ולפחמן נותר רק חיבור אחד. את החיבור הזה הוא יצר עם המימן וכעת המולקולה יציבה.



אם אחד האטומים במולקולה כלשהי לא התחבר בכמות הנכונה של קשרים קוולנטיים, המולקולה הזאת לא יכולה להיות יציבה, למשל $O - O - H$ אינה יציבה, כי לאטום החמצן השמאלי יש קשר קוולנטי בודד אבל אמורים להיות לו שני קשרים. דוגמה נוספת היא החמצן במולקולה $N \equiv O$ שבו יש קשר קוולנטי עודף. קבעו עבור אוספי האטומים הבאים האם אפשר לייצר מהם מולקולה יציבה:

1. 5 מימנים (H), חמצן 1 (O) ופחמן 1 (C).

2. 7 מימנים (H) ו 2 פחמנים (C).

3. מימן 1 (H), חמצן 1 (O), חנקן 1 (N) ופחמן 1 (C).

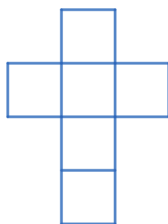
4. 7 מימנים (H), חנקן 1 (N), ו-3 פחמנים (C).

שאלה 9

עליכם למצוא סידור של 6 ספרות שונות מבין הספרות 1 עד 9 על מעגל, כך שכל רצף של 3 ספרות לפי כיוון השעון יהיה מספר תלת-ספרתי שמתחלק ב-7.

שאלה 10

לקחו קובייה עשויה מנייר, שעליה רשומים המספרים מ-1 עד 6. חתכו אותה לאורך 7 ממקצועותיה ופרשו אותה כך שקיבלו את הצורה הבאה:



בכמה דרכים שונות יכולים להיות מסודרים המספרים לאחר שהקובייה נפרשה? שימו לב שהמספרים נמצאים בצד החיצוני של הקובייה ולא מופיעים בשני צידי הנייר לאחר שהיא נפרשה.

טבלת סימון לפתרון השאלות הסגורות

שם מלא:

תעודת זהות:

בית הספר:

מלאו את התשובות הנכונות במקומות המתאימים.

שאלה 7

מספר התורות:

שאלה 8

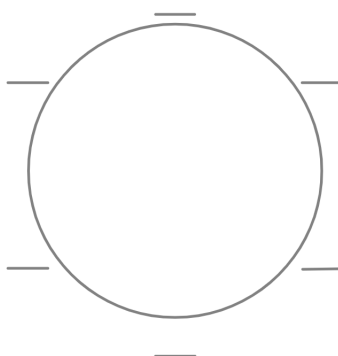
.1

.2

.3

.4

שאלה 9



שאלה 10

מספר הדרכים השונות בהן המספרים יכולים להיות מסודרים: