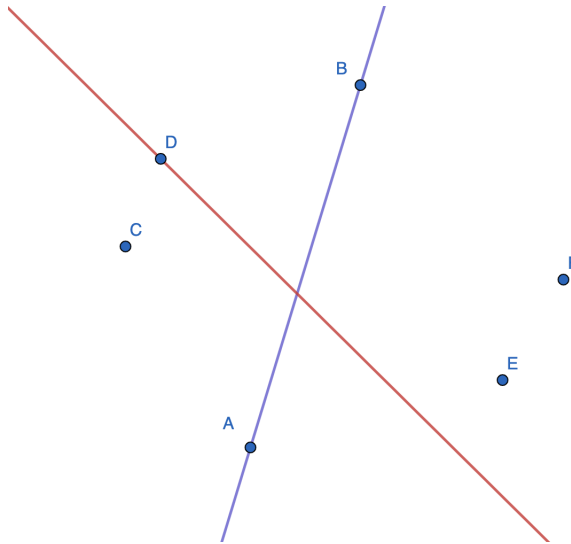


מיון שלב ב' התש"ף

הנבחרת הצעירה במתמטיקה ומדעים

תאריך

1. האם אפשר לסמן במישור 6 נקודות ולצייר 6 ישרים, כך שעל כל ישר שציירנו נמצאות שתיים מהנקודות שסימנו, ומכל צד של כל ישר שציירנו נמצאות 2 נקודות מסומנות?
בציור המצורף הישר הסגול מקיים את התנאים, כי הנקודות המסומנות A, B נמצאות עליו, נמצאות מצד אחד שלו, ו- E, F נמצאות מהצד השני שלו. הישר האדום לעומת זאת לא מקיים את תנאי השאלה, כי יש עליו רק נקודה מסומנת אחת, D , ומאחד מצדיו יש שלוש נקודות ולא שתיים, הנקודות B, E, F .



2. מצאו את הפרש הזמן הקטן ביותר בין 2 רגעים, שבהם מחוגי השעון - שעות ודקות - מאונכים זה לזה (יש לדייק עד רמת שניות שלמות).
3. אילו מלבנים עם צלעות באורך שלם יש יותר: עם היקף 2020 או עם היקף 2022? נמקו את תשובתכם.
הערה: מלבנים $a \times b$ ו- $b \times a$ נחשבים שווים. לדוגמה אין הבדל בין מלבן 2×3 לבין מלבן 3×2 .
4. כמה זוגות של מספרים שלמים חיוביים מקיימים את המשוואה $2x + 5y = 2020$?
5. האם קיימים שני מספרים טבעיים עוקבים, שסכום ספרותיו של כל אחד מהם מתחלק ב-49? אם כן, מצאו זוג מספרים מינימאליים כאלה והוכיחו כי זה הפתרון המינימאלי. אם לא, נמקו מדוע אין שני מספרים כאלו.
6. אילו מספרים ראשוניים ניתן להציג בצורה $|n-5| + |n-4| + |n-3| + |n-2| + |n-1|$ עבור n שלם כלשהו?
7. בכיתה 30 תלמידים, אחד מהילדים שמו גיא. לכל תלמיד בכיתה יש בדיוק 5 חברים המשותפים עם גיא. הוכיחו, כי בכיתה יש תלמיד עם מספר אי-זוגי של חברים.
8. מוטי רוצה לצבוע את הקוביה שלו. הוא החליט, כי כל פאה של הקוביה תהיה צבועה בצבע שונה. למוטי יש בדיוק שישה צבעים: אדום, כחול, ירוק, צהוב, סגול וכתום. בכמה דרכים יכול מוטי לצבוע את הקוביה שלו בצבעים שברשותו ולפי התנאי שהציב?
שימו לב, כי שתי קוביות צבועות באופן זהה אם יש דרך לסובב אותן ולהעמיד אותן אחת ליד השנייה כך שכל הצבעים יתאימו,

כלומר, הפאות העליונות של שתיהן צבועות באותו צבע, הפאות התחתונות של שתיהן צבועות באותו צבע, וכך גם הפאות הצפוניות, הדרומיות, המזרחיות והמערביות.

9. שתי מכוניות יצאו באותה השעה מעיר A בנסיעה אל העיר B . המכונית הראשונה נסעה שליש מזמן נסיעתה במהירות 50 קמ"ש ושני שליש מזמן נסיעתה במהירות 80 קמ"ש. המכונית השנייה נסעה שליש מהדרך במהירות 50 קמ"ש ושני שליש מהדרך במהירות 80 קמ"ש. **מה המהירות הממוצעת של כל אחת מהמכוניות?** הסיקו מכך מי המכונית שהגיעה ראשונה ליעדה. נמקו את טענותיכם.

10. בבחירות של מדינת איילנד היה אפשר להצביע עבור אליה, בתיה או גילה. הדיווח של ועדת הבחירות על תוצאת ההצבעה כלל את אחוז הבוחרים שהצביעו לכל מועמדת. למרבה ההפתעה, סכום האחוזים שדווחו היה 146%. בבדיקה שהתקיימה לאחר מכן, התברר שאחוז המצביעים שהצביעו לבתיה וגילה חושב באופן נכון. אך, כשחושב אחוז המצביעים שהצביעו לאליה מתוך כלל המצביעים לא נספרו המצביעים שהצביעו לגילה. ידוע, כי עבור בתיה הצביעו יותר מ-1000 מצביעים. **הוכיחו, כי עבור אליה הצביעו יותר מ-850 מצביעים.**