

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה – שלב ב'

נא למלא את הפרטים האישיים בכתב ברור!

שם פרטי	שם משפחה	טלפון	כיתה	בית ספר
דוא"ל		כתובת דואר		

מלאו בטבלה המצורפת תשובות סופיות בלבד – אין צורך לנמק.

טבלת תשובות:

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה – שלב ב'
אסור להשתמש במחשבון.
משך התחרות: 3 שעות.

1. יוסי מתקין תוכנה שנקראת "דלתות". ההתקנה מורכבת מ-100 שלבים. בכל שלב, החל מתחילת השלב השני, התוכנה מציגה על המסך זמן משוער לסיום. הזמן הנותר מחושב לפי הנוסחה $T \cdot \frac{100-K}{K}$, כאשר T הוא כמות הזמן שעבר מאז תחילת ההתקנה בשניות, ו-K הוא מספר השלב שהסתיים. במהלך כל שלב התצוגה על המסך לא משתנה, התצוגה מוחלפת רק בתחילת כל שלב. השלב הראשון של ההתקנה ארך שנייה אחת, וגם השלב האחרון ארך שנייה אחת, אבל להפתעתו הרבה של יוסי התחזית לזמן הסיום המוצגת על המסך לא השתנתה במהלך כל ההתקנה. כמה זמן סה"כ נמשכה ההתקנה של "דלתות"?

2. בשורה ארוכה של אותיות יש 5772 אותיות. משה גזר את השורה לשלושה חלקים באורכים של 1998, 2479 ו-1295 אותיות. הוא גילה שאם הוא לוקח את 1295 האותיות הראשונות ומעביר אותן לסוף השורה מתקבלת שורה זהה. כמו כן, אם הוא לוקח את 1998 האותיות האחרונות ומעביר אותן לתחילת השורה, מתקבלת שורה זהה. מהי הכמות המקסימלית של אותיות שונות בשורה?

3. נתון מצולע משוכלל $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}A_{11}A_{12}$. פי כמה גדול שטחו מהשטח של הריבוע $A_1A_4A_7A_{10}$?

4. ידוע כי $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + x + 3y + 5z + 7t = 4$. מצא את הערך המקסימלי ואת הערך המינימלי של הביטוי $x + y + z + t$.

5. במישור מצויר מצולע קמור בעל N צלעות, וקודקודיו מסומנים. מסמנים K נקודות נוספות בתוך המצולע, כך שאף שלוש נקודות מסומנות לא נמצאות על ישר אחד. יוסי מחבר זוגות של נקודות מסומנות (כולל קודקודי המצולע) בקטעים ישרים, שלא נחתכים זה עם זה (כלומר שלאף שני קטעים לא תהיה נקודה פנימית משותפת). מהו המספר המקסימלי של קטעים שיוסי יצליח להעביר?

6. פתור את המשוואה $x^{5772} = x$ עבור x ממשי.

7. מצא את הפירוק לגורמים ראשוניים של המספר $2^9 - 999000 + 5^9$.

בהצלחה!