נבחרות ישראל במדעים

משרד החינוך
מינהל חינוך טכנולוגי

מרכז מדעני העתיד
MAIMON DES FUND

מכון ויצמן למדע

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה תשפ"ג - שלב א'
תלמידי תיכון – מועד א' ערבית 24.10.2022

الأولمبيادة القُطريَّة في الرياضيات 2022/2023 - المرحلة الأولى
طُلّاب المرحلة الثانوية - موعد "أ" 24.10.2022

امامكم نموذج رياضيات فيهِ عشرة أسئلة . الأسئلة غير اعتياديَّة , حتى الطُلّاب الأكثر ذكاءً سيجدون صعوبة في حلِّها كُلِّها .
سيتم دعوة المُتميزين منكم للمُشاركة في المراحل المُتقدّمة من المُسابقات والتدريبات , وبالنهاية سيتم تركيب المُنتخب الذي سيُمثّل إسرائيل بأولمبيادة الرياضيات العالميَّة - IMO , والتي ستكون في صيف 2023 باليابان .

أكتب الأجوبة النهائيَّة فقط - لا داعي للشرح .
ممنوع استعمال حاسبة . مُدَّة الامتحان : 90 دقيقة .

الأسئلة :

1. نرمُز A - مجموع الأعداد بين 1 و 1001 التي تقسم على 2 وليس على 3 . نرمُز B - مجموع الأعداد بين 1 و 1001 التي تقسم على 3 وليس على 2 . جد $A - B$.

2. العدد 49**16 هُو مُربَّع كامل . جد مجموع الخانتين المحذوفَتَيْن .

3. يحصُل علاء و مروة على مصروف جيب لمُدَّة 40 شهر . في الشهر الأوَّل حصل كُل واحد منهما على 20 شيقل . في قسم من الأشهُر القادمة , حصلت مروة على أربعة شواقل أكثر من ما حصلت عليه في الشهر السابق , فيما حصل علاء على شيقل واحد أكثر من ما حصل عليه في الشهر السابق . في بقيَّة الأشهُر , حصلت مروة على شاقلين اثنين أكثر من ما حصلت عليه في الشهر السابق , فيما حصل علاء على ثلاثة شواقل أكثر من ما حصل عليه في الشهر السابق . معلوم أنَّ علاء ربح 2678 شيقل على مدار الأربعين شهر . كم شيقل ربحت مروة في نفس هذه المُدَّة ؟

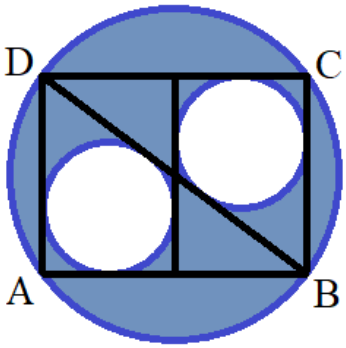
4. الشكل الرُباعي ABCD محصور في دائرة قُطرها 25 . معلوم أنَّ

$AB = 20$ $BC = 7$ $CD = 24$

جد طول القطعة AD .

5. يُسمَّى العدد عدد مُتَّصِل اذا كان ثُلاثي المنزلة , جميع خاناتُه مُختلفة , ومجموع اثنتين من خاناتِه تُساوي الخانة الثالثة . على سبيل المثال , الأعداد 123 و 495 هي أعداد مُتَّصلة . جد مجموع جميع الأعداد المُتَّصلة .

6. تم ترقيم مُربَّعات الجدول 3×3 من 1 الى 9 بطريقة ما . نرمُز بِـ X الى مجموع الأرقام بالسطر الذي يملك أكبر مجموع . نرمُز بِـ Y الى مجموع الأرقام بالعامود الذي يملك أكبر مجموع . جد أكبر قيمة مُمكنة لِـ $X-Y$.



7. بالرسم مُعطى : مُستطيل ABCD , الدائرة الحاصرة لِـ ABCD , والدوائر المحصورة بالمُثلَّثات BAD و BCD . مُعطى أنَّ القطعة التي تربط وسط AB ووسط CD تمس الدائرتين الصغيرتين . مُعطى أنَّ مساحة كُل واحدة من الدائرتين الصغيرتين تُساوي 4 . جد المساحة الزرقاء - الجزء الذي لا تُغطّيه الدائرتين الصغيرتين من الدائرة الكبيرة.

8. عددان موجبان x,y يُحقّقان المُعادلة $x^2y-8xy+64y^2+1=0$. جد $\frac{x}{y}$.

9. بالنسبة لرقم هُو على الأقل 10, نحذف خانة الاحاد منهُ ,ومن ثُمَّ نُنَقصها من العدد الناتج . خُذ على سبيل المثال , من 2874 ينتُج لدينا $287-4=283$. نعود على هذه العمليَّة حتَّى ينتُج لدينا عدد أصغر من 10, والذي من المُمكن أن يكون عدد سالب . مثلاً, من 283 ينتُج 25 ,العمليَّة تنتهي عندما نصل لِسالب 3 . من كم عدد ثُلاثي المنزلة سينتُج لدينا سالب 1 في نهاية هذه العمليَّة ؟

10. مُعطى مُكعَّب بكُبر $6\times6\times6$. ننظُر الى الجسم المُكوَّن من النُقاط الموجودة داخل المُكعَّب والتي تبعُد عن مركز الدائرة بمقدار أقل من بُعدها عن كُل واحد مِن رُؤوس المُكعَّب . جد حجم هذا الجسم .

بالنجاح!