

28.10.2021

כ"ב בחשוון תשפ"ב

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'

תלמידי תיכון - מועד א'

שאלות:

1. معطى ان $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} = \frac{4}{9999}$. جدوا x^2 .

2. معطى شبه منحرف ABCD قاعدتاه هما AB و CD. نشير الى نقطة تقاطع الاقطار ب-X. معطى ان مساحة المثلث ABX هي 18 ومساحة المثلث CDX هي 50. جدوا مساحة شبه المنحرف.

3. على ورقة مرسومة دائرة وعليها 6 نقاط. يوسي يريد ان يشير الى هذه النقاط ب-6 الاحرف A, B, C, D, E, F, بحيث ان كل حرف يظهر مرة واحدة بالضبط, وبحيث ان المثلثات ABC و DEF لا يتقاطعان. بكم طريقة مختلفة يمكنه فعل ذلك؟

4. من 11 شخص كونوا عدد من اللجان. قسم من الناس كاذبون (يكذبون دائما) والباقي صادقون. لكل لجنة تركيب مختلف, لكن نفس الشخص يستطيع ان يكون في اكثر من لجنة واحدة. في كل لجنة على الاقل شخصان.

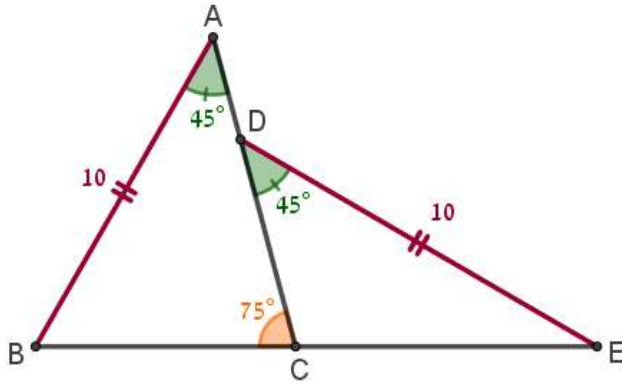
في كل لجنة كل الاشخاص اشتكوا ان على الاقل شخص اخر من اللجنة كاذب. ما هو اكبر عدد ممكن من اللجان؟

5. جدوا اكبر قيمة ممكنة ل $M - N$, بحيث ان M و N هما اعداد ثلاثيا المنازل مجموع منازلها متساوي.

6. العددان x, y يحققان المعادلة:

$$\begin{cases} \sqrt{x^3} + \sqrt{y^3} = 3500 \\ \sqrt{xy} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 1500 \end{cases}$$

جدوا $|x - y|$.



7. على القطعة BE موجودة النقطة C.

النقطة A ليست موجودة على BE.

النقطة D موجودة على القطعة AC.

معطى ان الزوايا $\angle BAC$

و $\angle CDE$ تساويان 45° , والزاوية

$\angle BCA$ تساوي 75° درجة. معطى

ايضا ان $AB = DE = 10$. جدوا

مجموع مساحات المثلثان ABC و CDE.

الصورة للتوضيح فقط, لا ينصح قياس المساحات حسب الرسمة.

28.10.2021

כ"ב בחשוון תשפ"ב

8. معطى اعداد صحيحة موجبة a, b, c, n بحيث ان اربعة الاعداد

$$ab + a$$

$$bc + b$$

$$ca + c$$

$$(a + 6)(b + 6)(c + 6)$$

تقسم على- n . جدوا اكبر قيمة ممكنة ل n .

9. معطى قطعة ارض بابعاد 9×9 مقسمة لمربعات بابعاد 1×1 . ب4 من المربعات, المرتبة بمربع 2×2 , مدفونة كنوز. بامكانيتكم في كل مرة اختيار مربع واحد, وفحص هل مدفون فيه كنز. ما هو اصغر عدد ممكن من العمليات التي تحتاجونها لمعرفة بالظبط اين موجودة كل الكنوز?

(ليس من الضرورة رؤيتهم كلهم, فقط معرفة اين هم موجودون)

10. المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين, الزاوية A قائمة. بداخل المثلث اختيرت

نقطة P تحقق $CP = 7$, $BP = \sqrt{149}$, $AP = \sqrt{50}$. جدوا طول الضلع AB.

بالنجاح!