

الأولمبيادة القطرية في الرياضيات - مرحلة أ

طلاب الصفوف الثانوية-תיכון

الرجاء تعبئة جميع التفاصيل الشخصية بخط واضح!

الاسم الشخصي	اسم العائلة	الجنس	رقم الهوية	الدفعة الدراسية
		<input type="checkbox"/> ولد <input type="checkbox"/> بنت		
الهاتف		البريد الإلكتروني		
عنوان البريد (يشمل الشارع، رقم البيت/الشقة، البلدة)				

أمامكم استبيان رياضي مكون من عشرة أسئلة. الأسئلة ليست عادية، وسيصعب حتى على التلاميذ الأقوياء جداً حل جميع الأسئلة.

سيتم استدعاء المتفوقين للاشتراك في مراحل أخرى من المنافسات والتدريبات، والتي يتم في نهايتها تأليف فريق يمثل إسرائيل في الأولمبيادة العالمية للرياضيات - IMO، والتي ستقام في هونغ كونغ في شهر يوليو من عام 2016. سيتم نشر الحلول والمزيد من التفاصيل على الموقع <http://taharut.org/shlava>.

اكتبوا في الجدول المرفق أجوبتكم النهائية فقط - لا داعي للشرح.
لا يجوز استعمال الآلة الحاسبة. مدة الامتحان: 90 دقيقة.

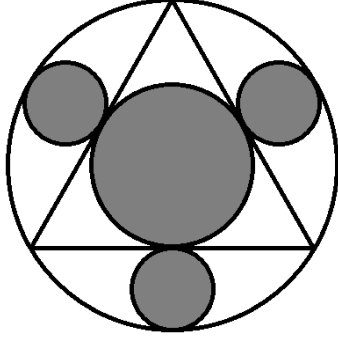
جدول الأجوبة:

1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8. أ) (ب)
9.	10.

الأسئلة

1. على اللوح كتبت جميع الأعداد الصحيحة من 1 إلى 210012. في كل دقيقة، نقوم بتنفيذ العملية التالية على كل واحد من الأعداد: إذا كان العدد يُقسَم على 100 نقوم بتقسيمه على 100، وإلا نطرح منه 1. ما هو العدد الأكبر الذي سيظهر على اللوح بعد مرور 183 دقيقة؟

2. على ورقة كبيرة رسم مربع طول ضلعه 76، وهو مقسَم إلى 76×76 خانات مربعة 1×1 . الحدود بين الخانات وأيضاً حدود المربع الكبير هي خطوط سوداء. قام يوسي بتمرير خط مستقيم أحمر لا يمر ولا بأي رأس من رؤوس الخانات. ما هو أكبر عدد من المرات التي يستطيع فيها الخط الأحمر قطع الخطوط السوداء؟



3. في الرسم أمامك مثلث منتظم، دائرة محصورة بداخله ودائرة أخرى تحصره، وثلاث دوائر تَمَسُّ منتصف أضلاع المثلث وتمس أيضاً الدائرة الحاصرة. جدوا حاصل قسمة المساحة الرمادية (مجموع مساحات الدوائر الأربع الصغيرة) ومساحة الدائرة الحاصرة؟

4. كتبت على اللوح ثلاثة أعداد موجبة. نظر إلى الأعداد أربعة أشخاص وادّعوا ما يلي:

إيلا: «العدد الأول أكبر بضعفين من العدد الثالث».

بيني: «العدد الثاني أكبر ب-4 أضعاف من العدد الثالث».

غيلا: «مجموع العدد الثاني والثالث أكبر ب-5 أضعاف من العدد الثالث».

داني: «حاصل طرح العدد الأول من العدد الثاني يساوي العدد الثالث».

ثلاث من بين الادّعاءات المذكورة صحيحة، وادّعاء واحد فقط خاطئ. احسب نتيجة حاصل قسمة العدد الأول على مجموع العددين الآخرين.

5. جدوا جميع أزواج الأعداد الصحيحة (x, y) التي تحقق المعادلة $x^2 - y^2 + 22y - 26x + 53 = 0$.

6. معطى مسدس منتظم ABCDEF ونقطة P بداخله. البعد بين النقطة P والمستقيم AB هو 100، البعد بين النقطة P والمستقيم CD هو 101، والبعد بين النقطة P والمستقيم EF هو 105. احسبوا البعد بين النقطة P والمستقيم BC.

7. احسبوا قيمة التعبير

$$\frac{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{997^2} + \frac{1}{999^2} - \frac{1}{1002^2} - \frac{1}{1004^2} - \frac{1}{1006^2} - \dots - \frac{1}{1998^2} - \frac{1}{2000^2}}{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{999^2} + \frac{1}{1000^2}}$$

8. لشيرا يوجد فانوس. من أجل تشغيل الفانوس، يجب أن تتوفر 4 بطاريات صالحة. يملك شلومي مجموعة من البطاريات، واحدة منها غير صالحة، أما باقي البطاريات فهي صالحة. بإمكان شيرا فحص 4 بطاريات من خلال إدخالها إلى الفانوس والفحص فيما إذا كان يعمل. كم فحص يجب أن تجري شيرا لإيجاد البطارية غير الصالحة بين مجموعة البطاريات، إذا

(أ) كانت في المجموعة 12 بطارية؟

(ب) كانت في لمجموعة 13 بطارية؟

9. دالة f تحقق $f(x) \cdot f(1 - \frac{1}{x}) = |x|$ لكل $x \neq 0$ حقيقي. جدوا $|f(6)|$.

10. في شكل رباعي، معطى الزوايا $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$. بالإضافة، معلوم أن

$\angle ADB = 30^\circ$ ، وأن $BC = \sqrt{50}$. احسبوا $AB + CD$ (يجب الإجابة بشكل مفصل بدلالة عددية وليس

بالنجاح!

تعبيراً).