



מצוינות 2000
בחסות קרן סקירבול

המכון למצוינות בהוראה

ציר סימטרייה אחד

צבי שלם



מתמטיקה – יסודי

מהדורת תשע"ד

© כל הזכויות שמורות למרכז הישראלי למצוינות בחינוך ולמשרד החינוך.

חומרי הלימוד הגם לשימוש בהוראת תכנית "מצוינות 2000" בלבד. אין להפיצם בלא רשות, מראש ובכתב.

ציר סימטרייה אחד וכמה שפחות שטח

מבוא

פעילות זו עוסקת בנושא סימטרייה שיקופית. ההתמקדות היא על צורות בעלות ציר סימטרייה אחד בדיוק. בחלק העיקרי של הפעילות מקבלים התלמידים רשת נקודות ובה כמה נקודות מסומנות. עליהם לשרטט מצולע בעל ציר סימטרייה אחד, שכל הנקודות המסומנות נמצאות על ההיקף שלו.

נושא הסימטרייה מופיע בתכנית הלימודים בכיתות הנמוכות (א'-ג'). הפעילות הזאת משלבת נושאים נוספים: בעיות של חישובי שטחים של מצולעים ובעיות מינימיזציה. לכן היא מתאימה לתלמידים בוגרים יותר.

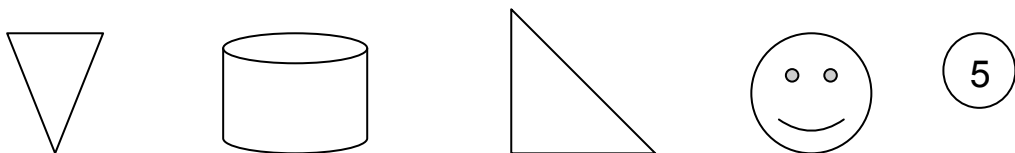
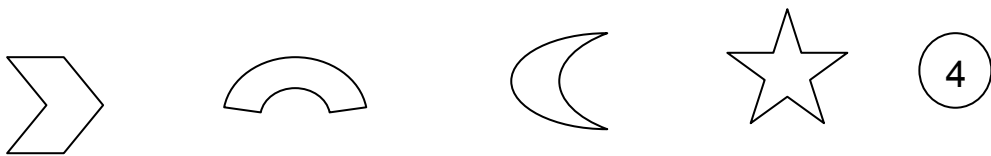
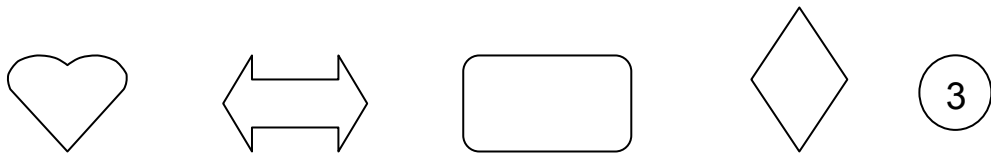
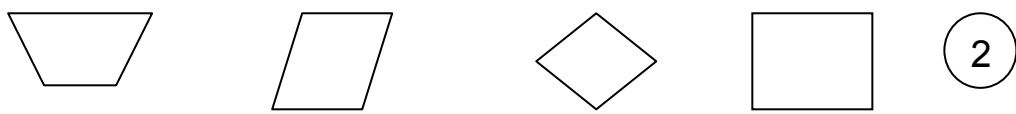
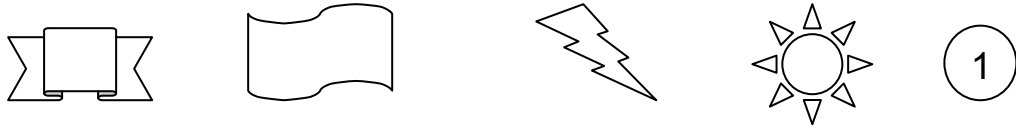
ניהול השיעור

- התחילו בדף משימה 1 המכיל פעילות מקדימה בנושא סימטרייה.
- לאחר פתרון דף המשימה ערכו דיון ובו תזכורת על המושגים המתמטיים הנדרשים לפעילות, ובפרט סימטרייה שיקופית וציר סימטרייה.
- עברו לדף משימה 2 – חמש נקודות וציר סימטרייה – בו התלמידים מתבקשים להיעזר בנקודות נתונות ובציר סימטרייה נתון כדי לשרטט מצולעים סימטריים.
- הדיון לאחר החידה מעלה אסטרטגיות לשרטוט צורות סימטריות. אסטרטגיות אלה יסייעו לתלמידים בהמשך הפעילות.
- לאחר הדיון והצגת הפתרונות, חלקו את דף משימה 3 בו התלמידים מתבקשים לשרטט מצולעים בעלי ציר סימטרייה אחד ושטח קטן ככל האפשר.
- לסיום הפעילות תוכלו לאפשר לתלמידים לחבר חידות בעצמם.

הפעילות מתאימה לכיתות ד'-ה' ונמשכת שיעור אחד בן 90 דקות

מה יוצא דופן?

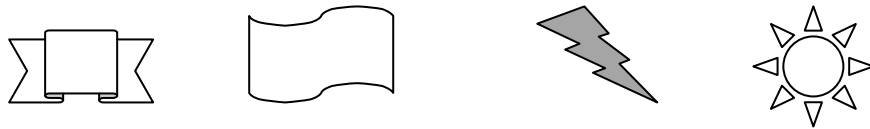
בכל אחת מן השורות הבאות סמנו את הצורה יוצאת הדופן, והסבירו מדוע.



מהו יוצא הדופן? – פתרונות

ייתכן כי לתלמידים יהיו הרבה פתרונות למשימה הזאת, לא כולם קשורים למושג סימטרייה. בכל מקרה אפשרו להם לענות ולנמק במליאת הכיתה, ובשלב מסוים בקשו מהם להתייחס לנושא הסימטרייה.

שורה 1



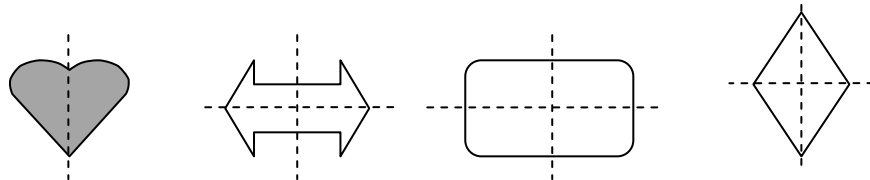
הסיבה: לשלוש מהצורות יש סימטרייה כלשהי (שיקופית או סיבובית או שתיהן), לברק אין.

שורה 2



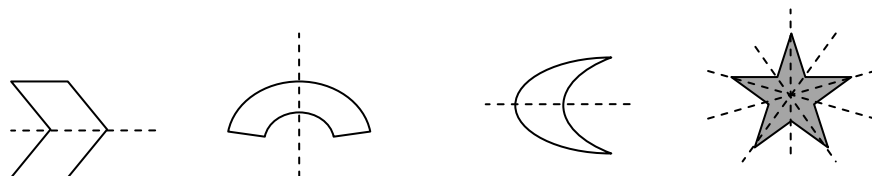
הסיבה: לשלוש מהצורות יש סימטרייה שיקופית, למקבילית יש סימטרייה סיבובית בלבד.

שורה 3



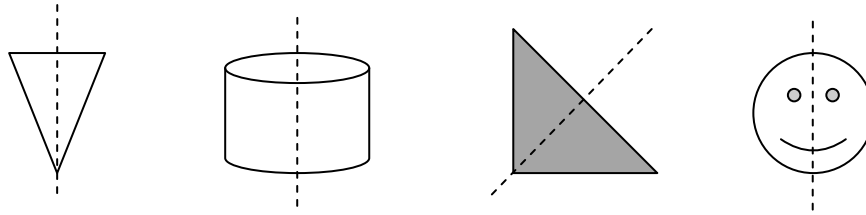
הסיבה: לשלוש מהצורות יש שני צירי סימטרייה, ללב יש ציר סימטרייה אחד.

שורה 4



הסיבה: לשלוש מהצורות ציר סימטרייה אחד. לכוכב יש חמישה צירי סימטרייה.

שורה 5



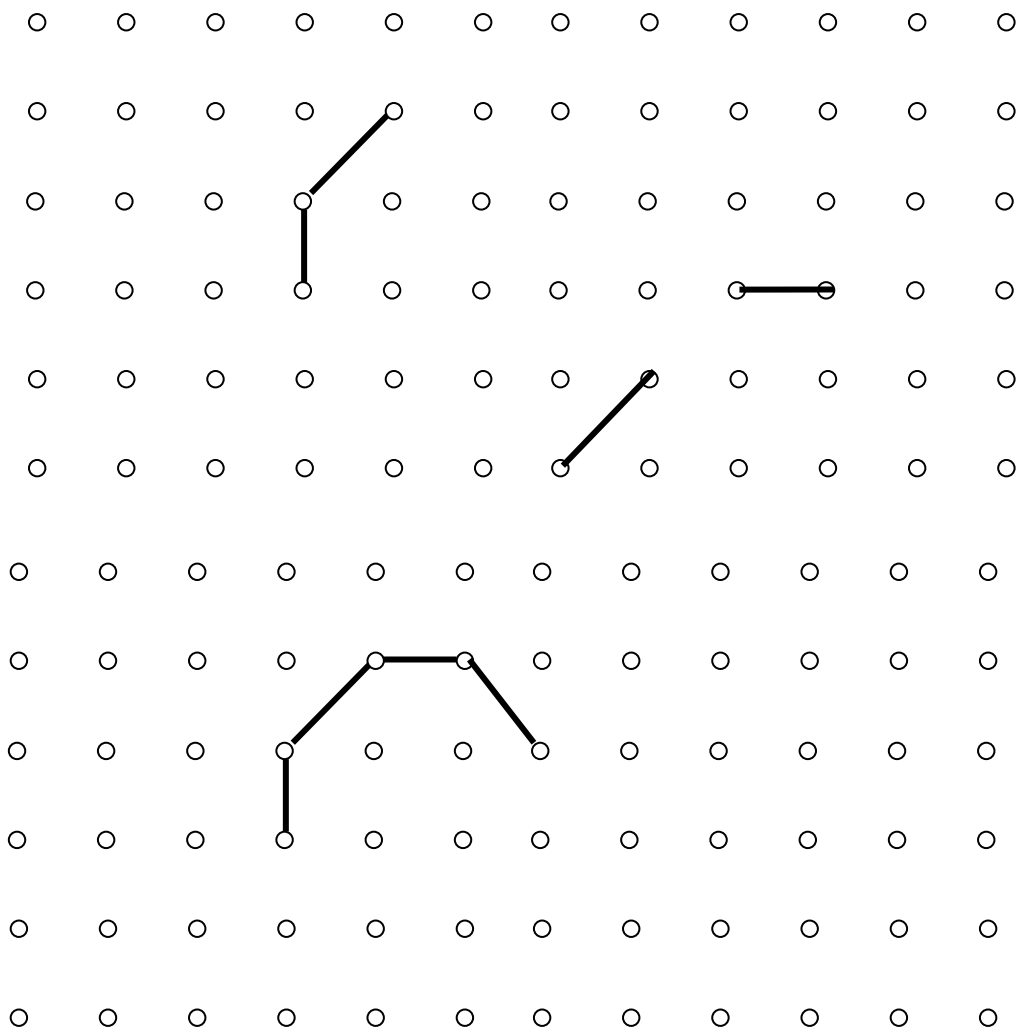
הסיבה: לכל הצורות יש ציר סימטרייה אחד, אבל לשלוש מן הצורות הציר מאונך, בעוד במשולש ישר הזווית הציר אלכסוני.

באמצעות הדיון על התשובות ישנה הזדמנות לחזור על המושגים: סימטרייה, סימטרייה סיבובית, סימטרייה שיקופית, ציר סימטרייה. בפעילות הזו נעסוק בבניית צורות שלהן ציר סימטרייה אחד, מאוזן או מאונך (ולא אלכסוני).

בדף ההקרנה הבא מוצגים שני לוחות מסמרים ובהם מסומנים קטעים. המשימה של התלמידים היא להשתמש בצורות המסומנות כדי לבנות צורות בעלות ציר סימטרייה אחד.

צורים סימטריים

בלוחות המסמרים הבאים מסומנים כמה קווים. הוסיפו קווים כך שיתקבל ציר סימטרי, אשר כל הקווים הנתונים הם חלק ממנו.

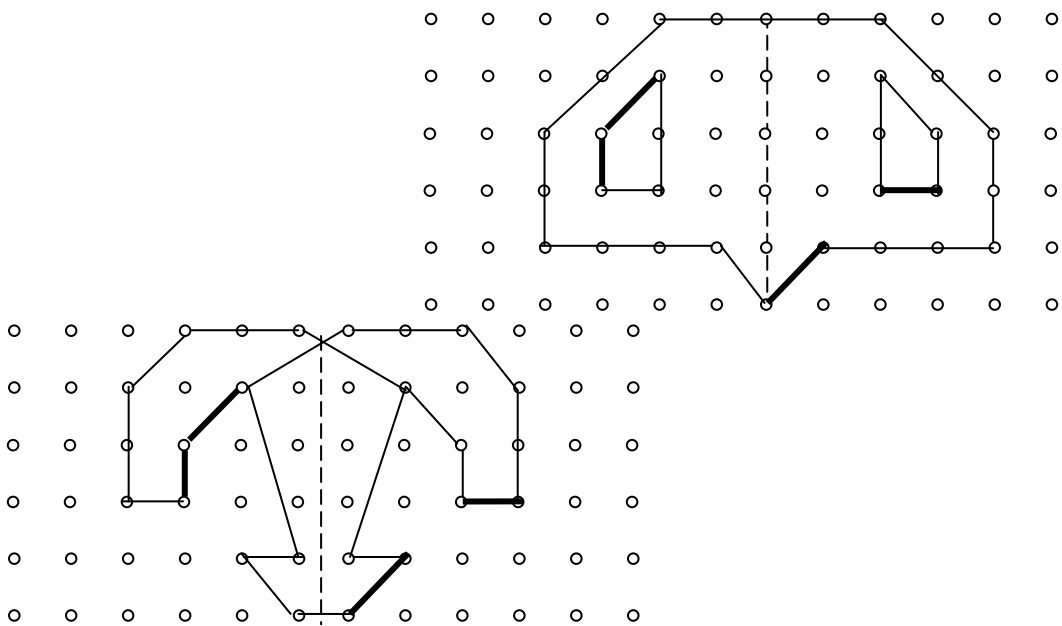


ציורים סימטריים – ניהול השיעור

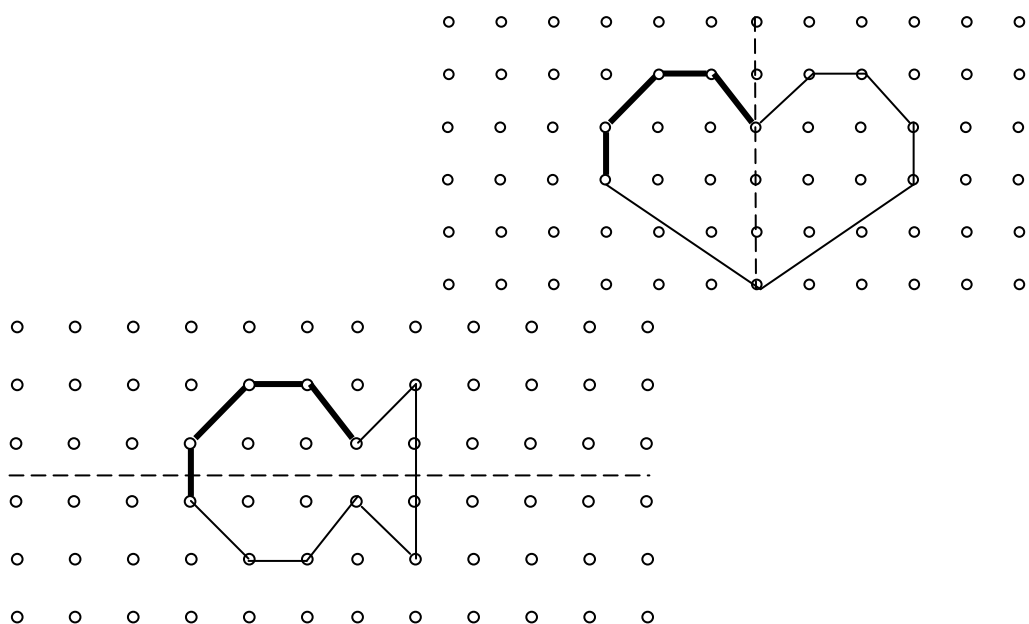
הזמינו תלמידים אל הלוח כדי להשלים את הציורים. המטרה של המשימה הזאת היא לעמוד על שלבי העבודה הנדרשים במשימה מסוג זה: א. סימון ציר סימטרייה. ב. סימון קווים תוך שיקוף על ציר הסימטרייה ג. השלמה לציור.

בשלב הזה אין צורך לבנות מצולע או צורה סגורה.

הנה שתי אפשרויות להשלמת הציור העליון:



ושתי אפשרויות להשלמת הציור התחתון



המשך הפעילות

בשלב הזה התלמידים מקבלים לוח שריג עם חמש נקודות שריג מודגשות. המשימה היא לצייר מצולע שקו ההיקף שלו עובר על כל חמש הנקודות המודגשות ושיש לו ציר סימטרייה אחד. כדי להקל על התלמידים, המשימה מוגבלת לציור של קווים אופקיים ואנכיים בלבד.

תנו לתלמידים את דף משימה 2, ובו מקום לצורך שרטוט הצורות.

חמש נקודות וציר סימטרייה אחד

בכל אחד מלוחות המסמרים הבאים נתונות חמש נקודות וציר סימטרייה. בכל לוח עליכם לשרטט מצולע שהיקפו עובר דרך כל הנקודות השחורות, וכך שציר הסימטרייה המסומן הוא ציר הסימטרייה היחיד שלו. חשבו את ההיקף והשטח של כל מצולע שציררתם.

1

שטח: _____

היקף: _____

2

שטח: _____

היקף: _____

3

שטח: _____

היקף: _____

4

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○

_____ שטח:	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
_____ היקף:	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

בכל אחד מן הלוחות הבאים סמנו ציר סימטרייה כרצונכם, ובנו על פי אותם הכללים מצולע השונה מארבעת המצולעים הקודמים.

5

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
_____ שטח:	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
_____ היקף:	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
_____ שטח:	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
_____ היקף:	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

אתגר:
האם תצליחו לשרטט
מצולע נטורוחו 211?

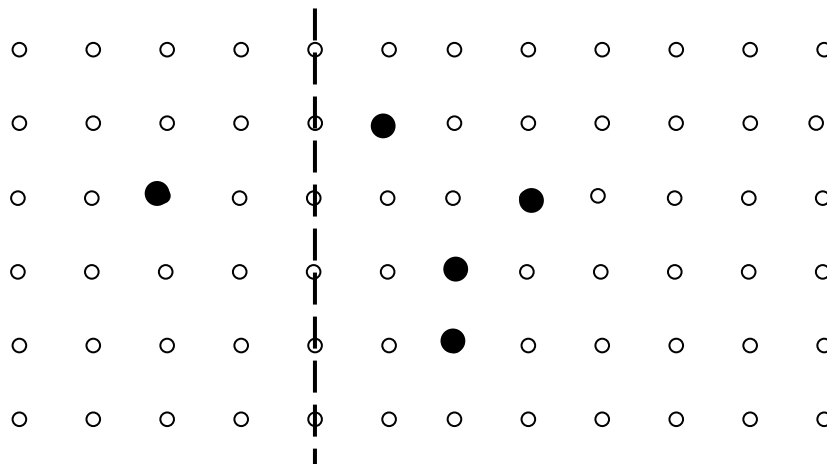
חמש נקודות שחורות – ניהול השיעור

יש צורך לבדוק שלצורה שצוירו התלמידים יש סימטרייה שיקופית. הדרך שבה צריך לעבוד היא לסמן מיקום עבור ציר הסימטרייה (במקרים בהם הוא אינו נתון). לאחר מכן יש צורך לסמן את הנקודות המתאימות משני צדי הציר, על מנת להבטיח שלצורה תהייה סימטרייה שיקופית. לאחר מכן מסמנים את הקטעים בין הנקודות הללו.

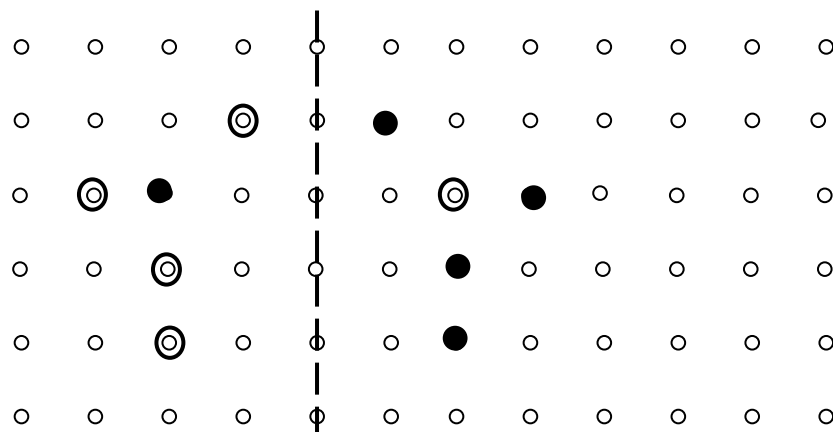
הקרינו את השקף על הלוח והזמינו תלמידים כדי להציג את הפתרונות שלהם. תוך כדי הצגת הפתרונות הדגישו את הדרך לשרטט צורה סימטרית, את הצורך להקפיד על ציר סימטרייה אחד, ואת הדרך לחשב את השטח וההיקף של הצורות.

פתרונות אפשריים לתרגילי דף המשימה:

1.

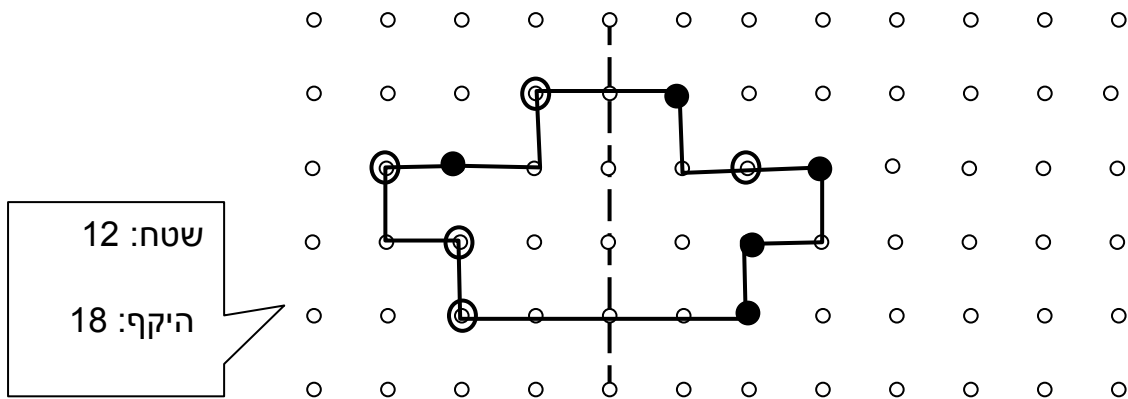


משמאל לציר יש נקודה שחורה אחת ומימין לו יש 4 נקודות שחורות. כדי לשרטט צורה סימטרית יש לוודא ראשית שלכל נקודה יש נקודה מתאימה מהצד השני של הציר. נסמן את הנקודות החסרות:

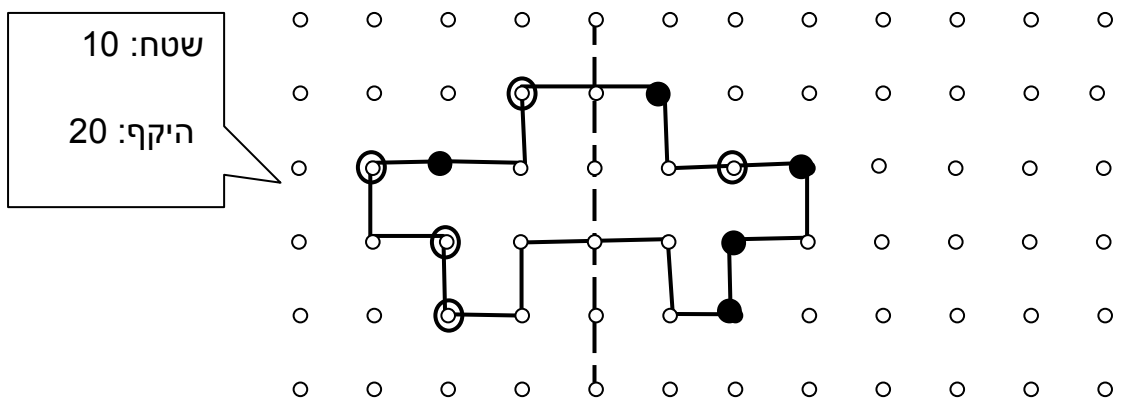


עכשיו יש 10 נקודות שההיקף צריך להיות עליהן.

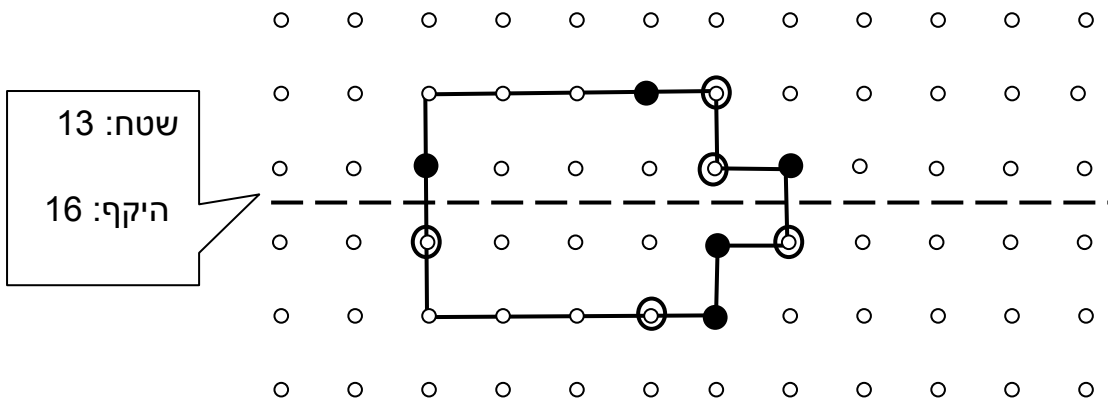
הנה אפשרות אחת להשלמה:



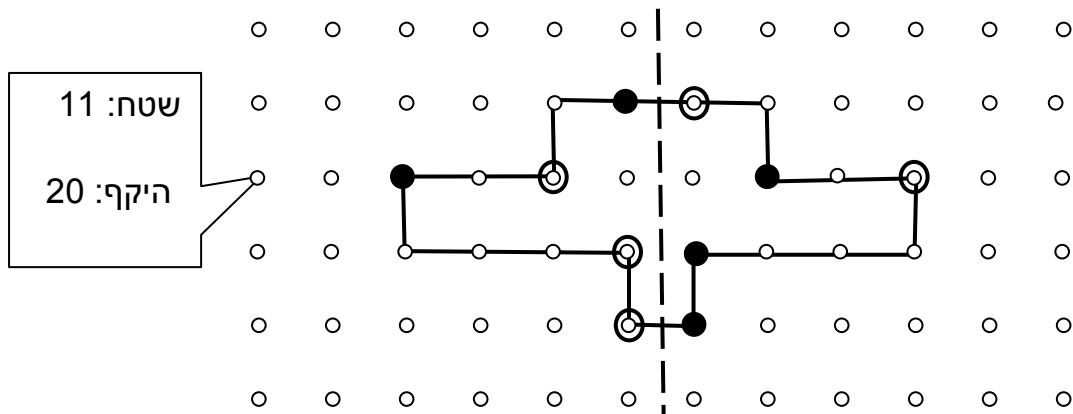
הערה: תלמידים ישימו לב שבמקרה של צורה סימטרית חישוב השטח וההיקף פשוטים יחסית, ואינם מצריכים ספירה של כל היחידות בצורה. אם ציר הסימטרייה נמצא על נקודות הרשת מספיק למדוד את אחד משני החצאים, ולהכפיל ב-2. יש כמובן דרכים רבות לבנות את הצורה הסימטרית המבוקשת. הנה עוד שתי אפשרויות:



4. ציר הסימטרייה אינו חייב לעבור על נקודות הרשת:

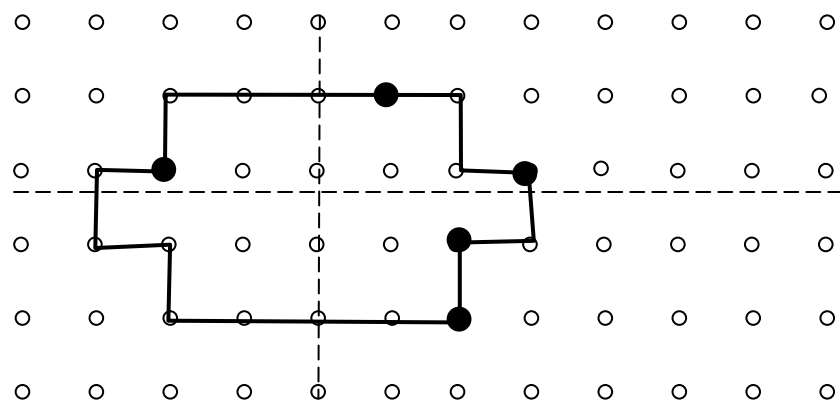


5. יש כמובן אפשרויות רבות לשרטוט. לדוגמה שימוש בציר סימטרייה אנכי שאינו עובר על נקודות הרשת:

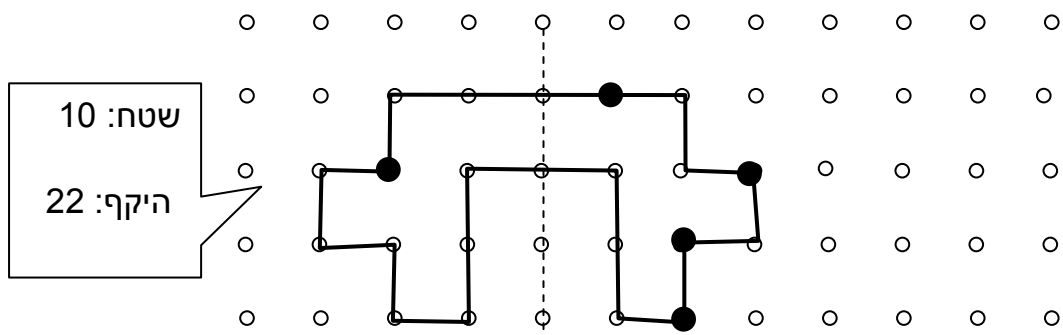


וזאת תשובה אפשרית למשימת האתגר בדף המשימה.

נשים לב שהצורה הבאה היא בעלת שני צירי סימטרייה, ועל כן אינה עונה על הדרישות במשימה:



אבל אפשר "לתקן" אותה, כך שיהיה לה ציר סימטרייה אחד:

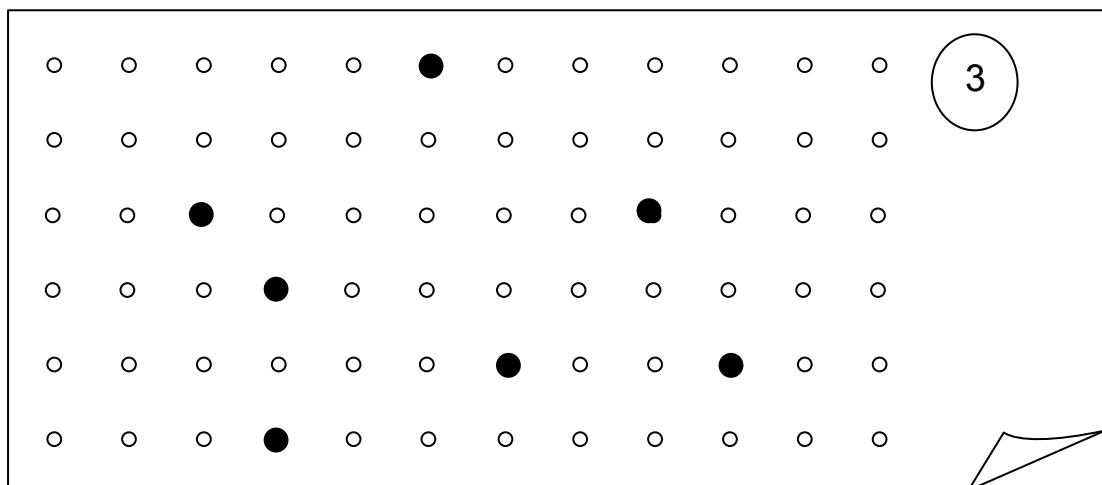
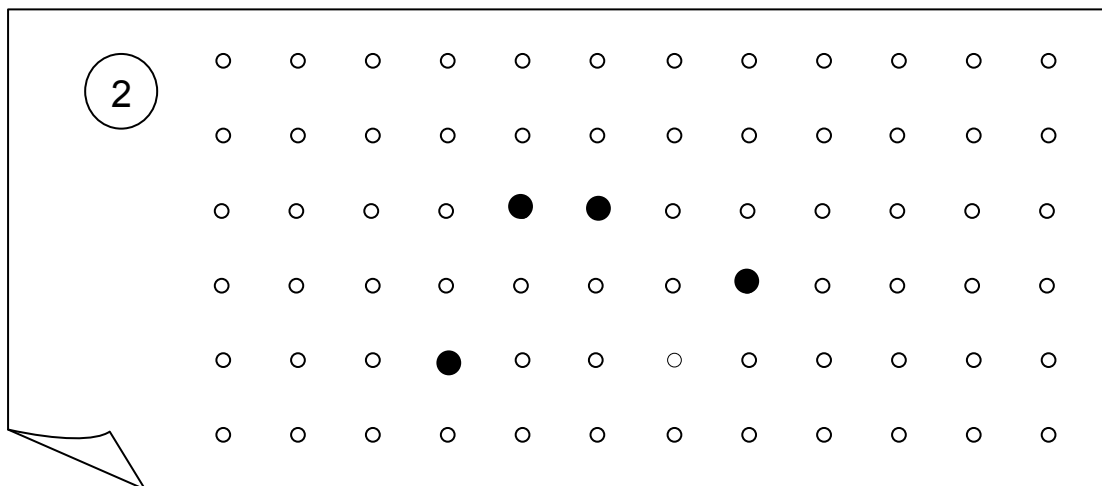
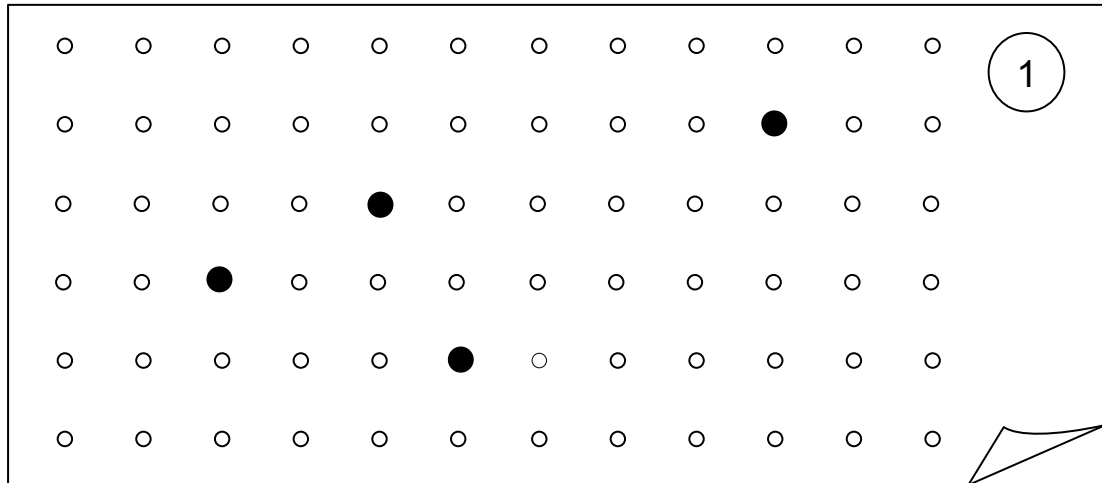


לאחר הדין הזה ובניית הצורות, חלקו את דף משימה 3 בדף זה שלוש חידות ובהן התלמידים מתבקשים למצוא מצולעים בעלי ציר סימטרייה אחד ששטחם הוא הקטן ביותר האפשרי.

צורה סימטרית בעלת שטח מינימלי

משימתכם היא לצייר צורה שההיקף שלה עובר דרך כל הנקודות השחורות ושיש לה ציר סימטרייה אחד. יש להשתמש בקווים מאוזנים ומאונכים בלבד.

המטרה היא שהשטח של צורה זו יהיה קטן ככל האפשר.



ניהול השיעור ופתרונות

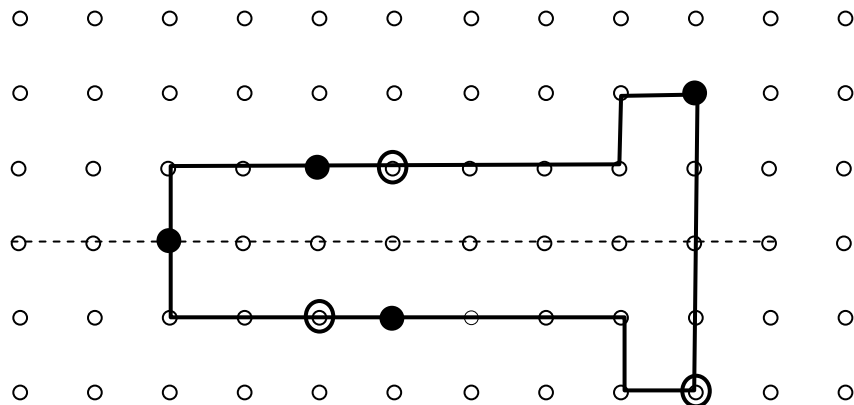
עברו בין התלמידים בעודם עובדים. שיטות העבודה על דף המשימה הזה הן כקודם: סימון ציר סימטרייה, השלמת נקודות משני עברי הציר, ואז סימון הצורה כך שתכיל מספר קטן ככל האפשר של יחידות שטח.

לאחר העבודה תוכלו להקרין את דף המשימה ולתת לתלמידים לסמן עליו את התשובות שלהם.

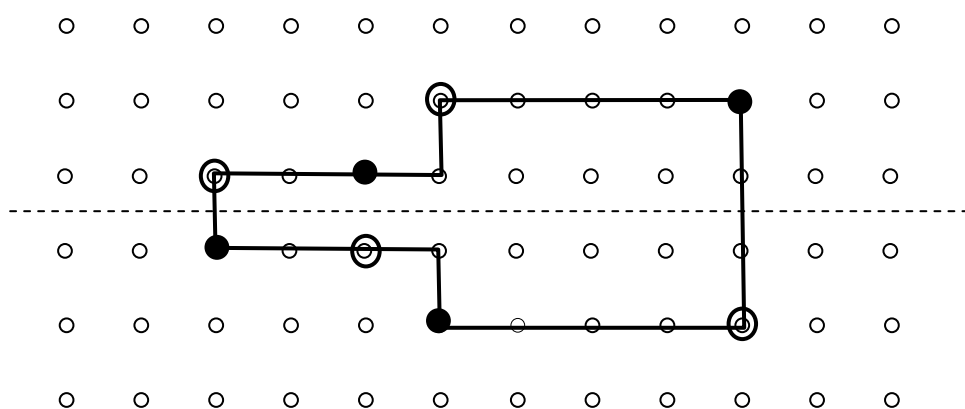
נקודה לדיון: איך נדע היכן כדאי למקם את הציר? יהיה מעניין לשמוע את תשובות התלמידים לשאלה זאת. מיקום ציר הסימטרייה צריך להתחשב בגודל השריג ובפיזור של הנקודות השחורות בתוכו. אינטואיטיבית נראה שמיקום ציר סימטרייה "באמצע", כלומר כך שתהיינה נקודות משני צדדיו, מאפשר להקטין את השטח שהמצולע מקיף. קשה לקבוע מראש האם הציר העדיף יהיה מאוזן או מאונך, כך שבכל מקרה צריך לנסות מספר אפשרויות לסימון הציר ולשרטוט המצולע הסימטרי.

אסטרטגיה אפשרית למציאת צורה בעלת שטח קטן ביותר: לסמן מצולע כלשהו, ואז לשפר את התוצאות. לדוגמה במשימה 1:

מצאנו מצולע בשטח 16:

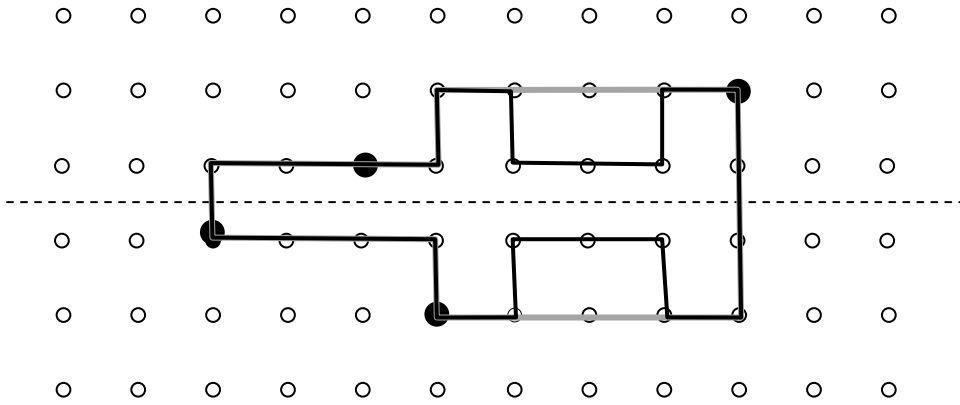


מיקום שונה של ציר הסימטרייה מאפשר לבנות מצולע בשטח 15:

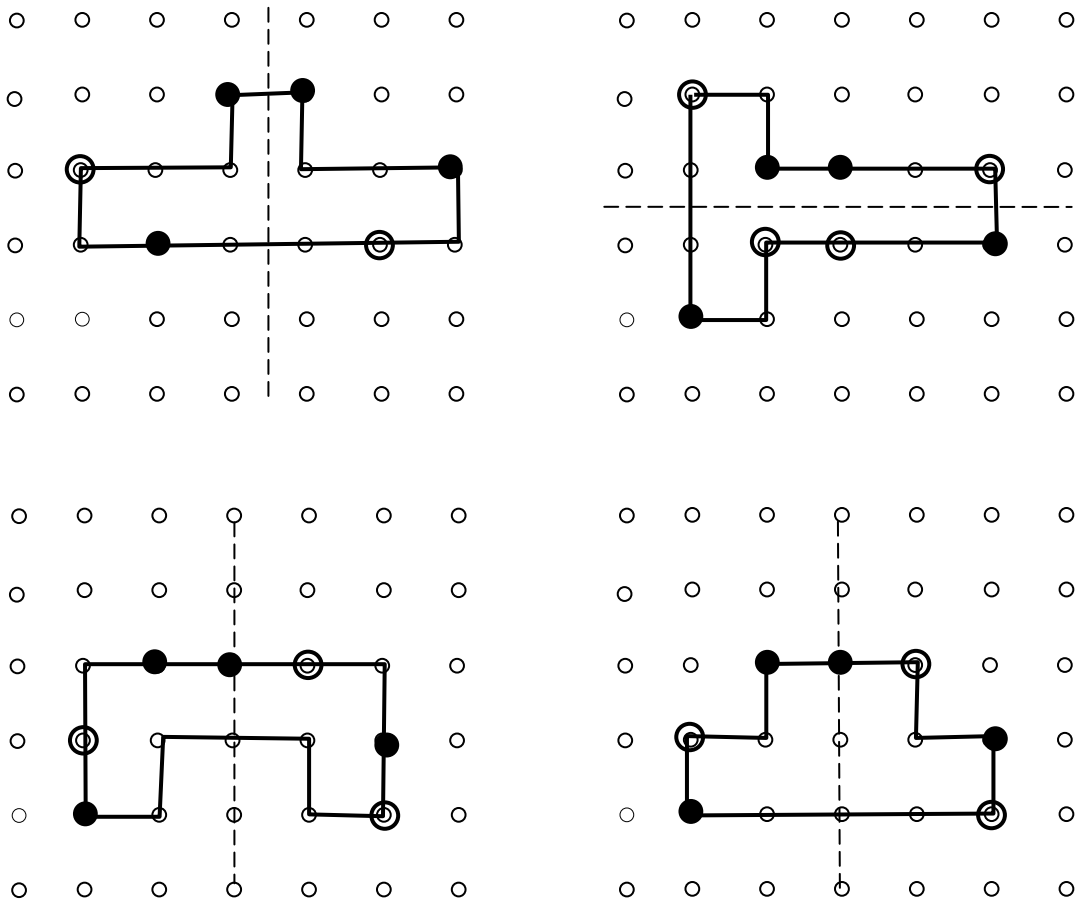


דוגמה זאת מרמזת על עדיפות למיקום ציר סימטרייה כך שיעבור בין נקודות השריג ולא עליהן.

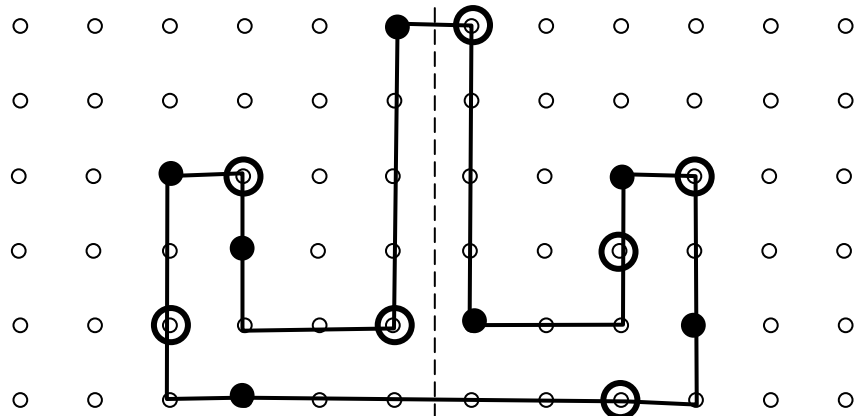
מכאן אפשר להוריד 4 יחידות שטח, בלי לפגוע בסימטרייה, וכך לקבל מצולע בשטח 11:



תשובות למשימה 2: השטח הקטן ביותר הוא 6. הנה כמה צורות אפשריות:



תשובה למשימה 3: שטח 15



לסיום הפעילות תוכלו להציע לתלמידים לחבר חידות בעצמם. הדבר פשוט למדי – ראשית על התלמיד לשרטט על דף שריג את המצולע שלו, תוך שהוא מוודא שיש לו ציר סימטרייה אחד. לאחר מכן, עליו לסמן מספר נקודות על היקף המצולע, ואז להעתיקן לשריג אחר (ללא שרטוט המצולע כמובן).

ניתן לחלק את התלמידים לזוגות, לבקש מכל אחד מהם לחבר חידה ואז לתת אותה לחברו אשר ינסה לפתור אותה. מעניין יהיה לראות אם בן הזוג יצליח למצוא מצולע ששטחו קטן יותר מזה עליו חשב מחבר החידה.