



המרכז הישראלי למצוינות בחינוך
Israel Center for Excellence
through Education

מצוינות 2000
בחסות קרן סקירבול

המכון למצוינות בהוראה

קסמים בקלפים

כתיבה: גלי שמעוני

עריכה: ד"ר אבי פולג

מהדורת חשון תשס"ח

נובמבר 2008

מבוא

מי מאיתנו לא צפה במופע קסמים, בו נעשה שימוש בקלפים? במקרים רבים נעזרים הקוסמים בזריזות ידיים ולעתים גם באביזרים שאינם גלויים לצופה. לעומת זאת, קיימים קסמי קלפים שכל מה שצריך על-מנת להבין אותם הוא היגיון בריא. הפעילויות המרכיבות את יחידת הלימוד שלפנינו הן מהסוג השני. נפגוש כאן חידות קסמים ידועות (לא המצאנו אותן), שלצורך פתרון יצטרכו התלמידים להפעיל שיקולים לוגיים ברמות שונות.

משך הפעילות: שלושה שיעורים בני 90 דקות כל אחד.

השיעור הראשון מכיל פעילות בעלת אופי קליל במיוחד – "מי מסובב?". השאלה העולה בה היא כיצד יודע המורה איזה קלף סובבו התלמידים? הרעיון הפשוט העומד בבסיס הפעילות הוא הסימטריה. אחד מהמרכיבים של כל ציור "שובר" את הסימטריה הסיבובית הקיימת בשאר המרכיבים. מציאת מרכיב זה חושפת את הקסם.

בשיעור השני מופיעה פעילות "באיזה סדר?", בה מתבקשים התלמידים לסדר קבוצה בת 7 קלפים, כך שיתקיימו תנאים מסוימים. ישנן דרכי פתרון רבות למשימה, כאשר אחת מהן דורשת חשיבה מהסוף להתחלה. תלמידים שיעמדו במשימה יקבלו קלף שמיני, ויתבקשו לפתור את אותה המשימה עבור 8 קלפים.

השיעור השלישי מורכב משתי פעילויות שהשנייה בהן היא קסם. השיעור עטוף בסיפור מסגרת על "ארץ הקלפים הזוחלים", בה יש קלפים הזוחלים כשפניהם כלפי מעלה (גלויים), ויש כאלה העושים זאת כשפניהם כלפי מטה (מוסתרים - אנונימיים). מתפתחת יריבות בין שתי קבוצות הקלפים האלה, ההופכת למלחמה. התלמידים, שייצגו את הקלפים האנונימיים, ישחקו משחק מלחמה מיוחד מול המורה, אשר ייצג את הקלפים הגלויים. המשימה כאן תהיה כיתתית: לקחת כמה שיותר "שבויים" מבין קלפי המורה.

לאחר ניתוח המשחק עוברים לחלקו השני של השיעור, בו יוצג לתלמידים קסם קלפים שפתרונו קשור באופן ישיר למשחק הקלפים הזוחלים. התלמידים יתבקשו לנסות ולחשוף את הקסם. על אף הרמז הגדול השתול במשחק הקלפים הזוחלים, המשימה אינה פשוטה והיא דורשת חשיבה מחוץ לקופסה.

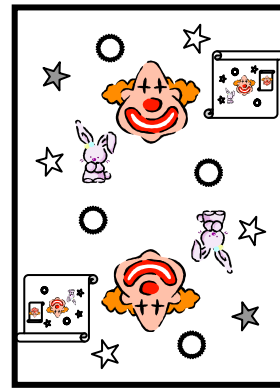
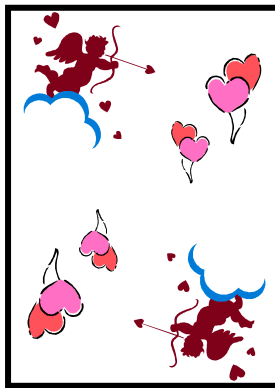
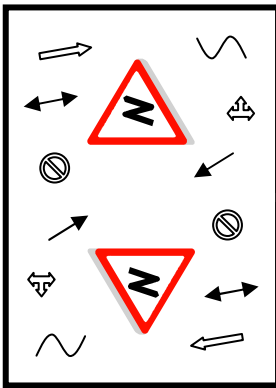
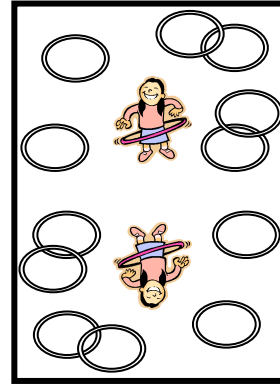
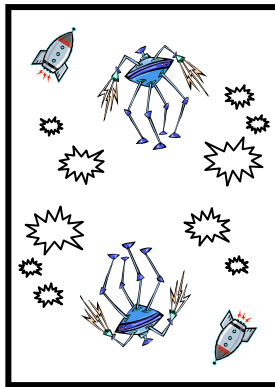
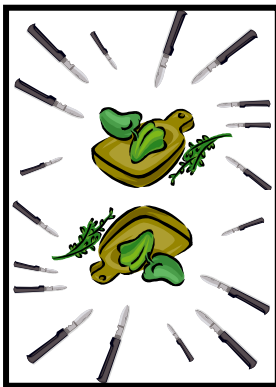
חידות וקסמים בקלפים – שיעור ראשון

מי מסובב?

הפעילות שלפנינו היא בעלת אופי קליל יותר מהפעילויות הרגילות של "מצוינות 2000". המרכיב המתמטי-לוגי בה אינו גדול, והוא מסתכם ברעיון של סימטריה סיבובית.

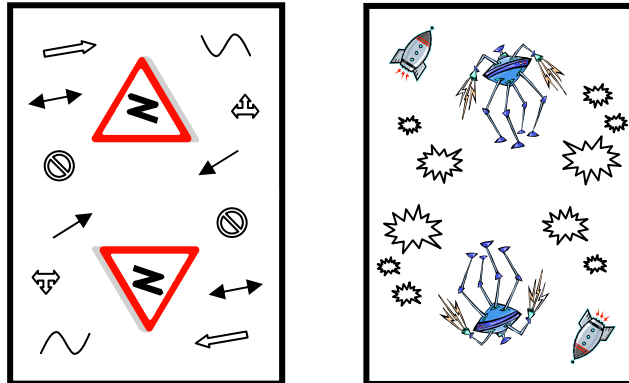
מהלך הפעילות

- חלקו את התלמידים לקבוצות בנות 4 תלמידים כל אחת; תנו לכל קבוצה 6 עמודים עליהם מופיעים קלפים אלה (הדפים מצורפים בקובץ נפרד).



- כל קבוצת תלמידים מתבקשת לגזור את ששת הציורים בצמוד לקווי המסגרת (חשוב שהגזירה תהיה מדויקת ככל שניתן).

- בקשו מתלמידי כל קבוצה לבחור שניים מתוך ששת הקלפים כרצונם, ולהניחם זה לצד זה. למשל:



- כעת, עברו מקבוצה לקבוצה. בכל פעם התבוננו במבט מהיר על שני הקלפים שהניחו תלמידי הקבוצה, הסתובבו כשגבכם אליהם, ובקשו מהם לשוב ב- 180° את אחד משני הקלפים האלה. לאחר שיעשו זאת, התבוננו שוב בקלפים ואמרו להם מהו הקלף ששובב.
- לאחר שתצליחו במשימתכם (כך אנו מקווים) בכל אחת מהקבוצות, בקשו מהתלמידים לנסות לגלות כיצד עשיתם זאת. וביתר פירוט, עליהם לגלות עבור כל אחד מששת הקלפים כיצד ניתן לדעת אם סובבו אותו או לא. הסבירו לתלמידים שהשיטה שלכם לגילוי הקלף ששובב אינה קשורה לגזירתו בצמוד לפס השחור, אלא רק למשהו בציור עצמו.

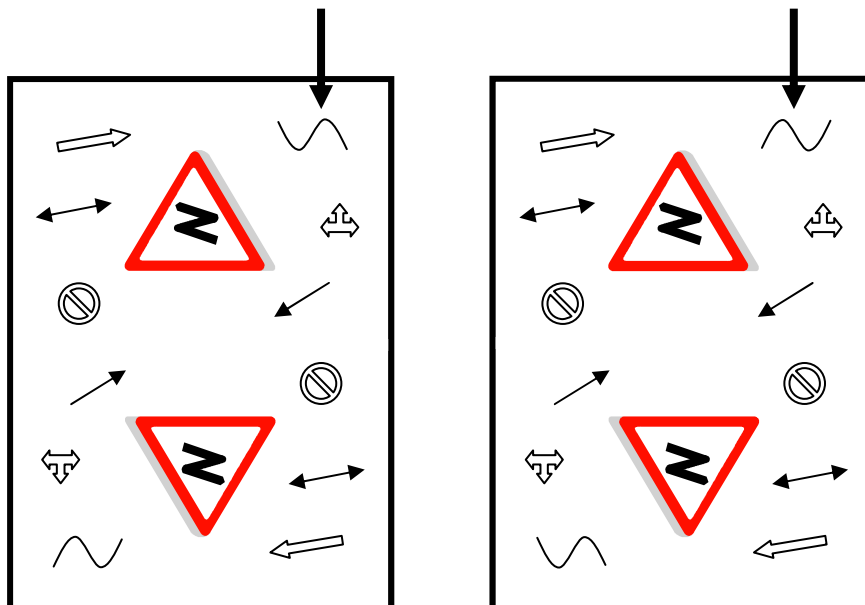
הערה

חשוב להושיב את הקבוצות רחוק זו מזו, כך שהתלמידים לא יוכלו להשוות בין שני קלפים זהים. הרעיון הוא שכל קבוצה תבחן עותק אחד מכל קלף.

מי מסובב? - פתרון

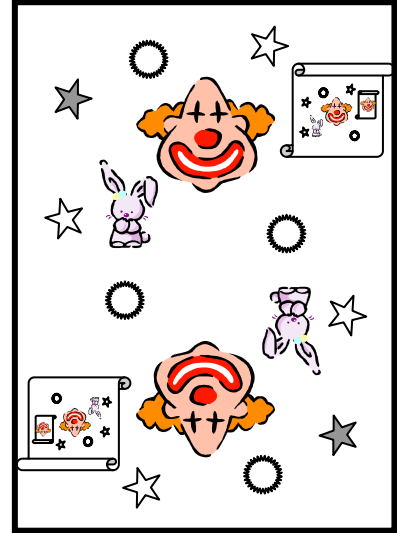
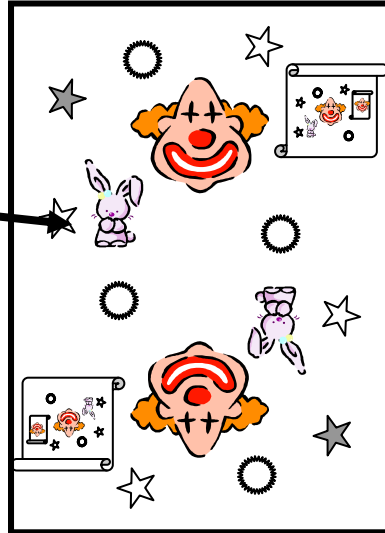
במבט ראשון, ואולי אף שני ושלישי, נראה שסיבוב הקלפים ב- 180° מותר ציור זהה לזה שלפני הסיבוב. ברם, בכל אחד מהקלפים קיים מרכיב לא סימטרי, שמשתנה עם הסיבוב. עליכם יהיה להכיר היטב את המרכיבים האלה ולהתאמן לפני השיעור, כך שתוכלו לבצע את הקסם בזריזות. כזכור, כל קבוצה מציגה לכם רק שני קלפים, כך שכל שעליכם יהיה לעשות הוא לזהות את מצבו של המרכיב הלא סימטרי בכל אחד משני הקלפים, לשנן אותו בזמן שגבכם מופנה אל תלמידי הקבוצה, ולזהות באיזה מהקלפים השתנה מרכיב זה (ולכן הוא זה שסובב).

נחשוף כעת את המרכיב הלא סימטרי בכל אחד מן הקלפים.

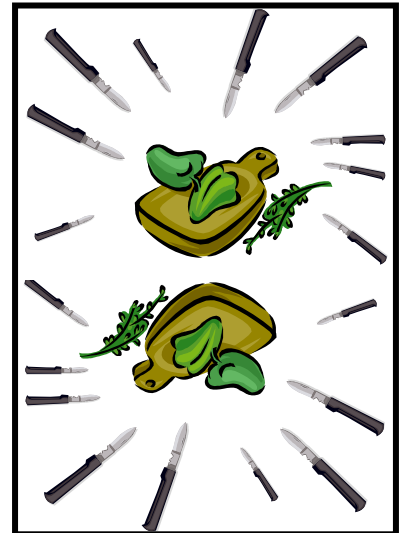
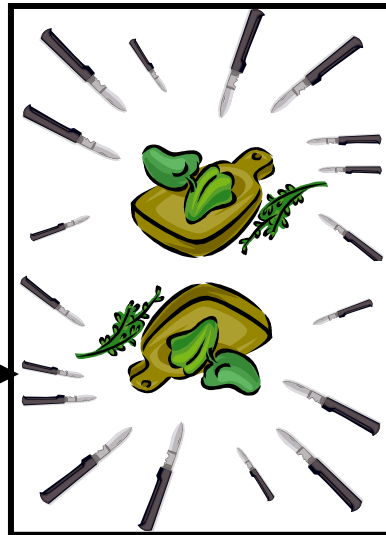


בשלב ביצוע הקסם, אם קבוצה משתמשת בקלף זה, יש לשים לב אם ה"ה"ר" של הצורה החריגה הוא משמאל: \sim או מימין: \sim . אם, למשל, התלמידים הניחו את הקלף הזה בתחילה כך שההר הוא משמאל, ולאחר השינוי שלהם ההר נותר משמאל, הרי שקלף זה לא סובב.

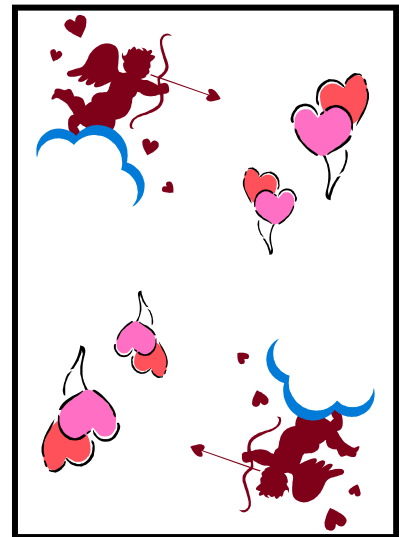
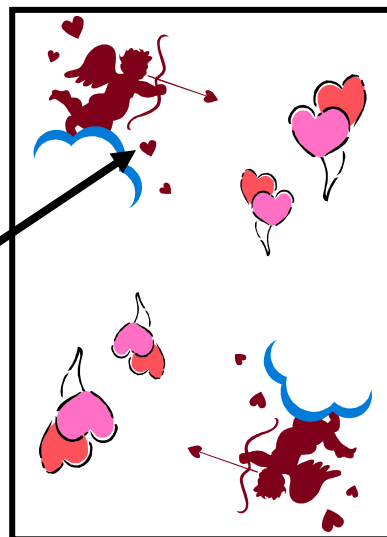
השפן ממוקם מעט
שמאלה ביחס לשפן
בתמונה המסובבת.
ניתן לראות זאת לפי
הגלגל שמתחתיו.
השפן מעט משמאל
לגלגל, ואילו זה
שבציור המסובב
נמצא בדיוק מעל
לגלגל שמתחתיו.
באופן שקול, השפן
כאן קרוב יותר
לכוכב שמאלו.



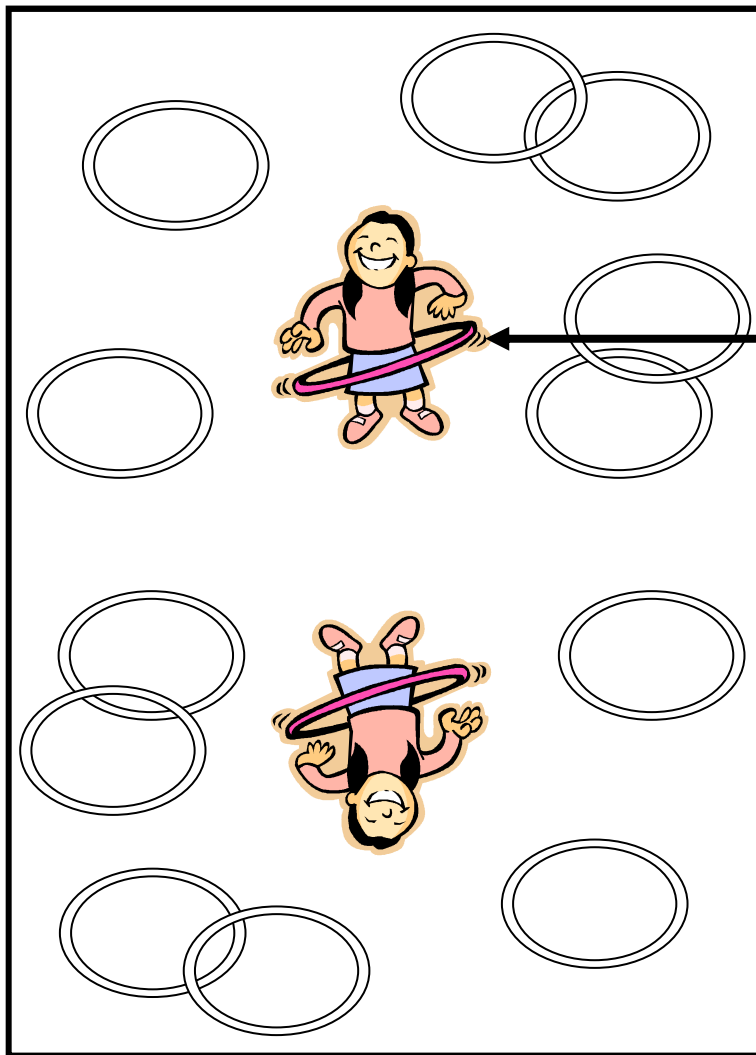
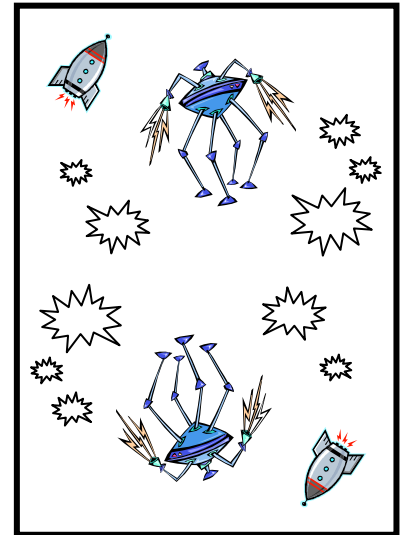
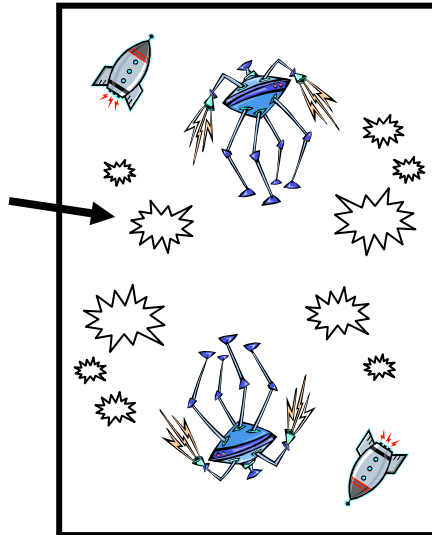
סכין זה אינו
אופקי כמו
זה שבציור
המסובב.



לב זה נמצא
בזווית שונה מזו
של הלב
המתאים לו
בציור המסובב.
החלק המחודד
שלו מצביע על
הלב הקטן
הסמוך לו, בעוד
החלק המחודד
של הלב
המתאים באיור
השני מצביע
לכיוון אחר.



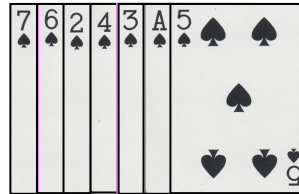
החוד הארוך ביותר של צורה זו מצביע על היצור הכחול שמעליו (ימין למעלה). בקלף המסובב חוד זה מצביע לכיוון אחר – שמאלה ולמעלה.



זהו הציר הקשה ביותר. שימו לב שהפס העליון מבין השניים שמתחת לחישוק של הילדה נוגע בחישוק. לעומת זאת, בציר הילדה ההפוכה הקו הזה אינו נוגע בחישוק.

באיזה סדר? – שיעור שני

- הכינו מראש את חבילת הקלפים הבאה, המכילה 7 קלפים:



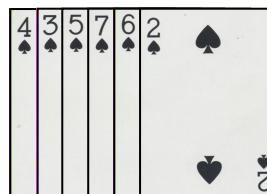
- אין חשיבות לצורות שעל הקלפים אלא רק לסדר המספרים. המספר 5 הוא גלוי, מאחריו מוסתרים 1, 3, 4, 2, ואז 6 ולבסוף 7. אל תראו את הסדר הזה לתלמידים. הראו להם רק את ה-5 שבראש החבילה ואמרו להם שבידכם 7 קלפים ממוספרים 1-7.

- העבירו קלף אחד אל סוף הערימה ואמרו "אחת". המצב שיתקבל הוא:



- הוציאו מהחבילה את קלף ה-1 (אס) שבראשה כשאתם מראים אותו לתלמידים. שימו לב! אמרתם "אחת" והוצאתם את הקלף שמספרו 1.
- העבירו בזה אחר זה את שני הקלפים שבראש החבילה אל סופה. תחילה העבירו את ה-3 ואמרו "אחת" ואז העבירו את ה-4 ואמרו "שתיים". המצב

שיתקבל הוא:

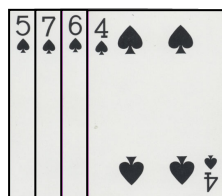


- הוציאו מהחבילה את קלף ה-2 שבראשה כשאתם מראים אותו לתלמידים. שימו לב! בספירה הגעתם הפעם עד "שתיים", ואכן הקלף שהתקבל בראש החבילה הוא 2, והוא זה שמוצא החוצה.

- באופן דומה, העבירו כעת, בזה אחר זה את שלושת הקלפים שבראש החבילה אל סופה. עליכם יהיה לומר: "אחת, שתיים, שלוש". המצב שיתקבל יהיה:

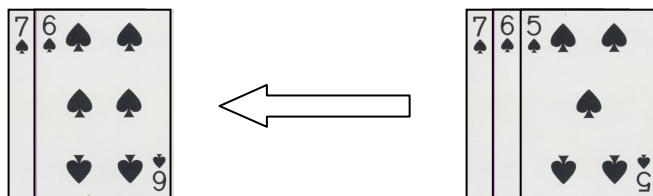


- ספרתם עד "שלוש" ובראש החבילה עומד המספר 3. הוציאו אותו מהחבילה. כעת העבירו 4 קלפים, בזה אחר זה, אל סוף החבילה כאשר אתם אומרים "אחת, שתיים, שלוש, ארבע". המצב שיתקבל יהיה:

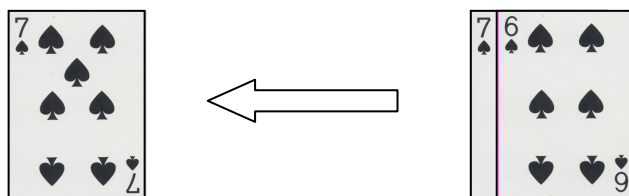


- הוציאו את מספר 4 שבראש החבילה. המשיכו את השלבים הבאים כמו הקודמים:

- העבירו 5 קלפים כשאתם סופרים עד "חמש", והוציאו את מספר 5 שיתקבל בראש החבילה:



- העבירו 6 קלפים כשאתם סופרים עד "שש", והוציאו את מספר 6 שיתקבל בראש החבילה:



- בשלב הבא אתם אמורים לספור עד "שבע" עם קלף ה-7 שנותר, ולהוציא אותו.
- תנו לכל זוג תלמידים 7 קלפים 1-7 ובקשו מהם לסדר אותם באותו סדר התחלתי כמו שהיה לכם, כך שיעמדו בכל השלבים אותם ביצעתם.

- אם תלמידים כלשהם טוענים שהצליחו במשימה, בקשו מהם לרשום תחילה על דף את הסדר הנכון של המספרים. כזכור סדר זה הוא 5134267. בין אם צדקו התלמידים ובין אם לאו, בקשו מהם לבצע את הספירה. אם הצליחו, הוסיפו להם את קלף מספר 8 ובקשו מהם למצוא את הסדר המתאים לביצוע המשימה עבור קלפים 1-8. הרעיון הוא לבדוק האם התלמידים גילו שיטת פתרון כללית או עבדו רק תוך ניסוי וטעייה.

באיזה סדר? – פתרון

מספר האפשרויות לסידור 7 קלפים בסדרים שונים הוא $7! = 5040 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. אין צורך לדון בכך עם התלמידים. הצגנו את המספר רק על-מנת להראות שקשה מאוד להגיע לסדר הקלפים הנכון תוך הימור "עיוור". אף על פי כן, התלמידים עשויים למצוא את המיקום של חלק מהקלפים תוך הפעלת שיקולים לוגיים, ואז למצוא את המקומות של השאר תוך ניסוי וטעייה.

אפשר למשל לדעת מיד שהקלף "1" הוא השני בסדר, והקלף "2" הוא החמישי.

התוספת של קלף מספר 8 עשויה להוות אינדיקציה לגבי דרך העבודה של התלמידים. אלה שלא מצאו שיטה עשויים להגיב למשל באופן הבא: "עד שמצאנו את הפתרון של 7 – עכשיו להתחיל הכול מההתחלה!?!". אחרים, שמצאו שיטה כללית, עשויים לראות בתוספת של הקלף החדש משימה פשוטה.

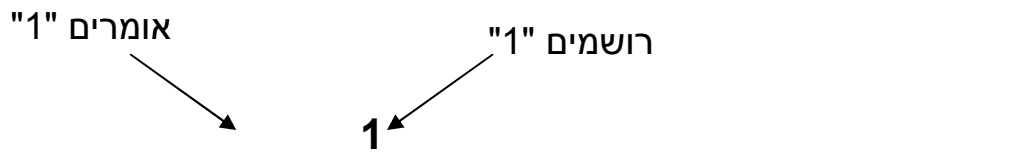
פתרונות

להלן שתי דרכים שונות לפתרון. שימו לב לדרך הפתרון השנייה המתבצעת מהסוף אל ההתחלה.

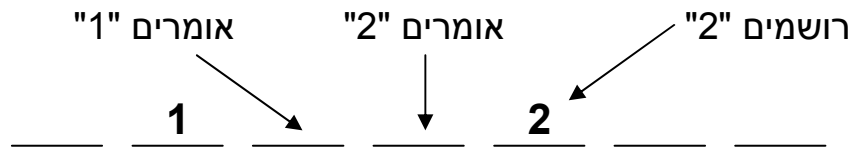
דרך ראשונה לפתרון

את דרך הפתרון הבאה הציעו מורים במהלך השתלמות. מציירים 7 קווים המייצגים את שבעת הקלפים:

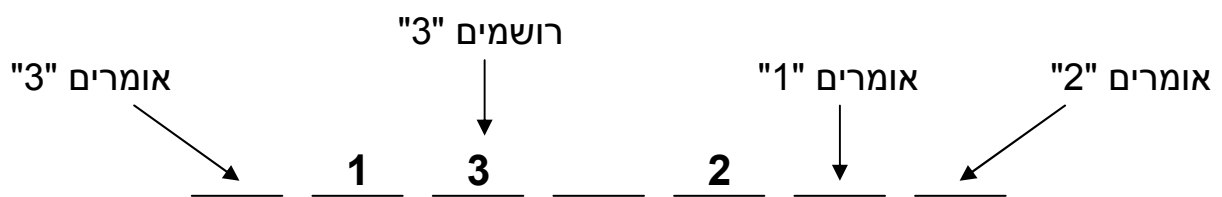
הקו השמאלי ביותר מייצג את הקלף העליון בערמה. סופרים ממנו 1, ורושמים בקו שאחריו את המספר 1.



כעת ממשיכים להתקדם ימינה. אומרים 1 ו-2, ואז רושמים 2.



בשלב הבא עלינו להתקדם 3 ואז לרשום 3. כאשר מגיעים לקצה הימני של השורה ממשיכים מהקצה השמאלי, אלא שאין להתייחס יותר לקווים עם המספרים אותם רשמנו, כיוון שהם הוצאו מהערימה.



כך ממשיכים ל-4:



ואז ל-5 ל-6 ול-7:



הערה:

הנה דרך דומה. מחזיקים ביד ערימה של 7 פתקים ריקים. ממספרים אותם לפי הסדר, 1-7 (מומלץ לרשום מספרים אלה בקטן, בפינות הפתקים).

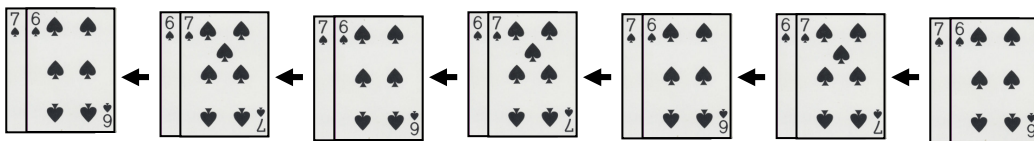
מעבירים פתק אחד לסוף הערימה, רושמים על הפתק השני את המספר 1 בגדול, ומוציאים אותו מ"המשחק". כעת מעבירים בזה אחר זה שני פתקים לסוף הערימה, רושמים על הפתק הבא בתור 2 בגדול, ומוציאים אותו מ"המשחק". כך ממשיכים, עד אשר נותר הפתק האחרון, עליו רושמים 7 בגדול. בסיום התהליך, אוספים את הקלפים לפי הסדר המקורי – המספרים הרשומים בפינות הפתקים.

כעת ניתן לבצע את הספירה שבקסם, תוך התייחסות אל המספרים הגדולים הרשומים על הפתקים.

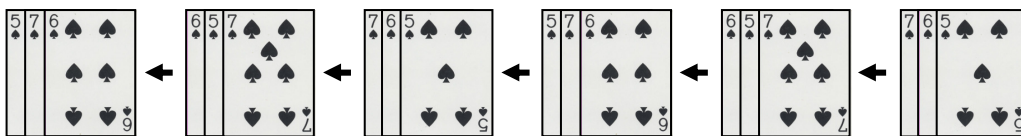
דרך שנייה לפתרון

כאמור, דרך נוספת למציאת סדר הקלפים הנכון היא מהסוף אל ההתחלה. אם הייתם לוקחים מצלמת וידאו ומסריטים את עצמכם מבצעים את המשימה, ואז מריצים את הסרט אחורה, יכולתם לראות כיצד נבנית החבילה של 7 הקלפים, שלב אחרי שלב. מאחר שלא מצורפת לחוברת זו קלטת הווידאו, נסביר את הפתרון במילים ובאיורים.

- מתחילים בקלף מספר 7. מניחים עליו את קלף מספר 6 ומבצעים 6 העברות של קלפים מהחלק האחורי של החבילה אל ראשה:



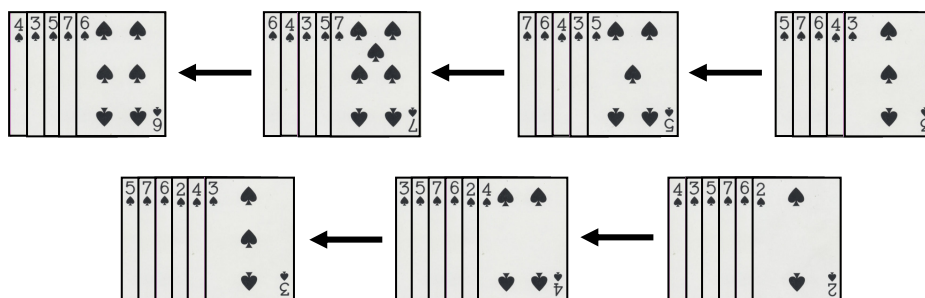
- כעת מניחים בראש החבילה את קלף מספר 5 ומבצעים 5 העברות מאחור קדימה.

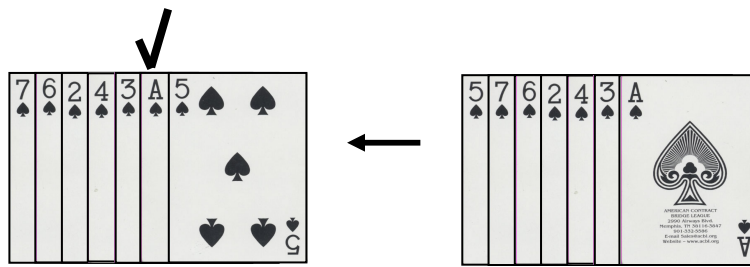


- כעת מניחים בראש החבילה את קלף מספר 4 ומעבירים 4 פעמים מהסוף אל ההתחלה.



- באותו האופן נמשיך עם הוספת קלף מספר 3 ואז 2 ולבסוף 1.





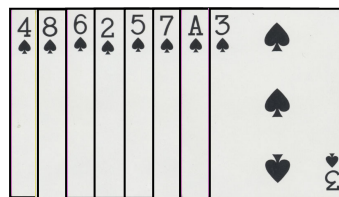
הערה:

באופן עקרוני, אפשר היה להבין את הפתרון הזה כבר מתוך העמודים שהסבירו את המשימה. צריך פשוט לקרוא אותם מהסוף אל ההתחלה.

הפתרון עבור 8 קלפים:

מעניין לציין שלא ניתן להיעזר בסידור הסופי של 7 הקלפים על-מנת לבצע "תיקון" קטן לקבלת הפתרון עבור 8 קלפים. אמנם יש להתחיל את בניית החבילה מן ההתחלה, אך דרך הפתרון זהה. מי שמכיר את השיטות של 7 הקלפים יכול להגיע ללא מאמץ ובזריזות אל הסידור של 8 קלפים.

הנה הסידור:



חידות וקסמים בקלפים – שיעור שלישי

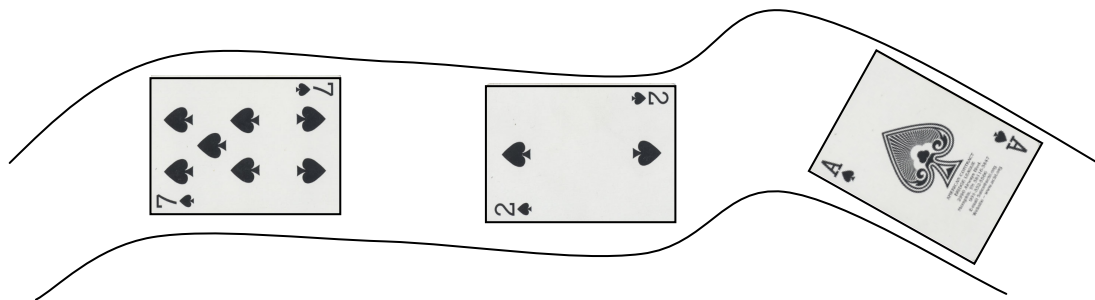
משחק השבויים

התחילו את השיעור בהקרנת השקפים הבאים.

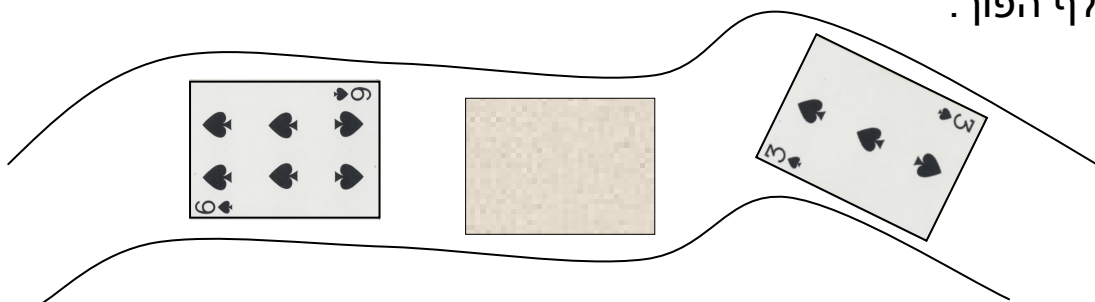
מלחמות בארץ הקלפים הזוחלים

הסיפור שלפנינו הוא אמנם על מלחמה בין קלפים, אך אין מה לדאוג כולם בסופו של דבר יישארו בריאים ושלמים.

במשך שנים חיו קלפי "ארץ הקלפים הזוחלים" בשלווה ובנחת. הם נהגו לזחול ברחובות כשפניהם קלפי מעלה (סליחה! כלפי מעלה):

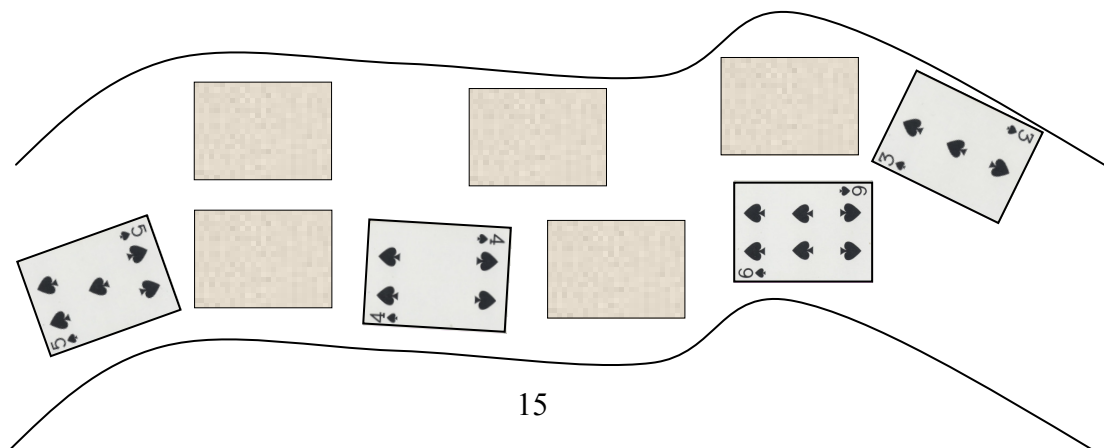


יום אחד קרה דבר מוזר. קלף 3 וקלף 6 הבחינו שביניהם ברחוב צועד קלף הפוך:



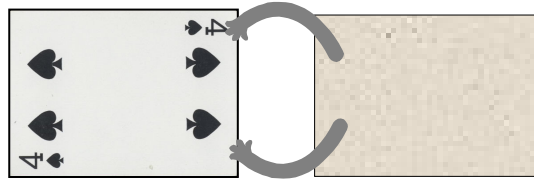
מי אתה? שאלו 3 ו-6 יחדיו. אני שייך לאגודת "אנונימוס", אמר הקלף ההפוך ונעלם.

3 ו-6 חשבו תחילה שזו בדיחה מצחיקה, אבל אט אט התברר להם שאגודת אנונימוס הפכה ללהיט ומספר חבריה הלך וגדל במהירות.

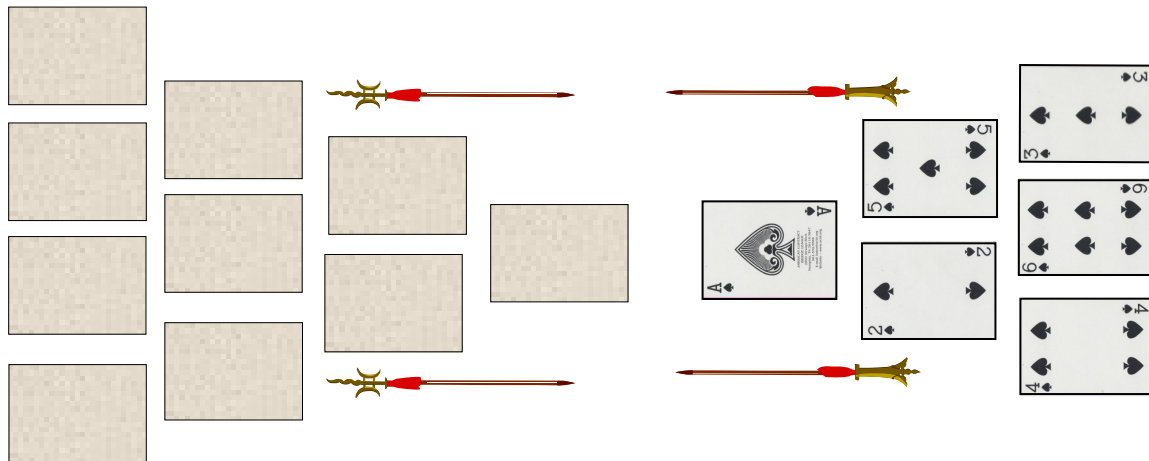


שקר

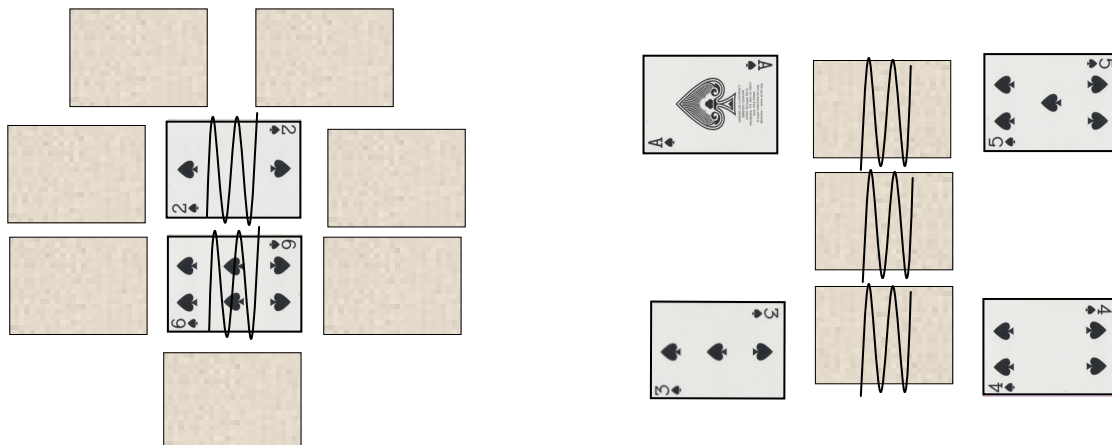
חברי אגודת אנונימוס צברו ביטחון, וכשראו ברחוב קלף גלוי הם ניסו לשכנע אותו להסתובב לצדו השני ולהצטרף אליהם. השכנוע היה תחילה במילים יפות, אך עד מהרה הפך למילים תקיפות ואז לאלימות מילולית ולבסוף אפילו לדחיפות.



בסופו של דבר נוצרו שני מחנות יריבים: "אנונימוס" ו-"גלוימוס". היריבות הפכה כה מרה, עד שיום אחד הוכרזה מלחמה!



אך אל דאגה! במלחמה הזו אין הרוגים או פצועים, יש רק שבויים. בקרב הראשון לקחו אנונימוס שני שבויים, ו-"גלוימוס" שלושה:



בשלב זה הסבירו לתלמידי הכיתה שאתם עומדים לבצע "קרבות" בין אנונימוס לבין גלוימוס, כאשר תלמידי הכיתה ישחקו את התפקיד של גלוימוס, ואילו אתם תשחקו את התפקיד של אנונימוס.

לשם כך חלקו את התלמידים לזוגות, ותנו לכל זוג 6 קלפים אותם הם אמורים להחזיק במצב גלוי – פנים כלפי מעלה. הכינו לכם מבעוד מועד ערימות בנות 12 קלפי אנונימוס (לא גלויים - מביטים מטה). מספר הערימות האלה צריך להיות שווה למספר הזוגות בכיתה.

למען הנוחות נניח לרגע שבכיתתכם 20 תלמידים ולכן 10 זוגות.

כעת הסבירו לתלמידים שאתם עומדים להזמין אל הלוח זוג אחר זוג לקיום הקרבות, כאשר מטרתם ככיתה היא שסך כל השבויים שייקחו מכם (של אנונימוס) יהיה לפחות 140.¹

מהלך הקרבות

- כל זוג תלמידים ניגש אליכם ונותן לכם את ששת קלפי הגלוימוס שלו.
- אתם מצרפים קלפים אלה לאחת מערמות האנונימוס שלכם. בידיכם כעת 18 קלפים שמתוכם רק 6 גלויים (מביטים מעלה).
- כעת ערבבו למספר שניות את 18 הקלפים, כאשר אתם דואגים לא להפוך את החבילה וגם לא אף קלף שבה.
- בשלב זה בקשו מכל אחד משני בני הזוג למשוך מחבילה זו 3 קלפים, מבלי שהוא רואה אותם, ומבלי שהוא הופך אותם.
- בקשו כעת משני בני הזוג להתבונן בקלפים שלקחו ולבדוק כמה שבויים שלכם הם לקחו.
- רשמו על הלוח את מספר השבויים שלקחו שני התלמידים יחד.
- הניחו את חבילת הקלפים ששימשה אתכם בקרב זה על השולחן. חבילה זו לא תשמש אתכם יותר לקרבות, אך עוד נחזור אליה בהמשך.
- הזמינו זוג נוסף אל הלוח וחזרו על התהליך. עשו זאת באותו האופן עם כל זוגות הכיתה. בכל שלב בדקו עם התלמידים את מספר השבויים המצטבר.

¹ המספר הזה הוא 4 פעמים מספר הזוגות. אם בכיתתכם רק 8 זוגות, אז היעד של התלמידים הוא 32 שבויים לפחות. בהמשך נבין מדוע אנו משתמשים בחישוב זה.

- לאחר סיום הקרבות בדקו אם התלמידים עברו את יעד השבויים שהצבתם להם. כאמור, יעד זה הוא 4 פעמים מספר הזוגות.

מדוע יעד הכיתה הוא 4 פעמים מספר הזוגות?

שימו לב שבכל חבילה מעורבבת יש 18 קלפים שמתוכם יש 12 קלפי אנונימוס שיש להם פוטנציאל להיות שבויים. מכאן שהחלק של הקלפים שיש להם פוטנציאל להיות שבויים הוא $\frac{2}{3}$. מאחר שכל זוג מושך 6 קלפים, הרי שתוצאה סבירה היא שחלק השבויים בקרב 6 קלפים אלה יהיה אף הוא $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$ של 6 הם: $4 = 6 \times \frac{2}{3}$, ומכאן שבממוצע כל זוג מקבל 4 שבויים. על כן החלטנו שאם תלמידי הכיתה יגיעו יחד למספר שבויים שהוא לפחות 4 פעמים מספר הזוגות בכיתה, הרי שהם ייחשבו כמנצחים. באפשרותכם לבקש מהתלמידים לנסות ולהסביר מדוע קבענו את ההצלחה שלהם כ-4 פעמים מספר הזוגות? בכל מקרה מומלץ שתגיעו להסבר לעיל.

מה קורה בסיום המשחק?

מיד בסיום המשחק הציגו בפני התלמידים את השאלה המפתיעה הבאה:

מהו מספר השבויים הכולל שאתם (אנונימוס) לקחתם להם?

השבויים האלה נמצאים בערימות 12 הקלפים בהם שיחקתם את הקרבות נגד הזוגות השונים בכיתה.

אפשרו לתלמידים זמן מה לחשוב על השאלה, ואז בקשו מהם להציג את תשובותיהם המנומקות.

מסתבר שמספר השבויים שלקחתם מהתלמידים שווה למספר השבויים שהם לקחו מכם. ההסבר הוא פשוט להפליא: לכל קרב הכניס זוג התלמידים 6 קלפי גלויימוס. מכל קרב יצא הזוג הזה גם כן עם 6 קלפים. נניח למשל שזוג מסוים יצא מהקרב עם 4 קלפי גלויימוס ועוד שני קלפים שבויים של אנונימוס. שני השבויים האלה באו על חשבונם של שני קלפי גלויימוס שהושארו אצל המורה.

הסבר זה נכון לכל מספר של שבויים שלקח זוג התלמידים: מאחר שהתלמידים באו עם 6 קלפים לקרב ויצאו ממנו עם 6 קלפים, הרי שאם לקחו a שבויים, הם באו במקומם של a קלפים שזוג התלמידים האלה השאירו כשבויים אצל המורה.

אם התלמידים מתקשים במציאת הסבר זה תוכלו לפנות לזוג מסוים ולשאול אותו כמה שבויים הם לקחו. בשלב הבא שאלו תלמידים אלה כמה שבויים הם חושבים שהשאירו אצלכם. חשוב לשמור על הסדר של ערימות הקלפים כדי שתוכלו לבדוק את המצב בחבילה של זוג תלמידים זה – בהתאם להסבר שהצגנו קודם, אתם תגלו שמספר השבויים שהתלמידים השאירו אצלכם שווה למספר השבויים שהם לקחו מכם.

בשלב זה עברו אל המשימה האחרונה של היחידה, שהיא משימה מרתקת המתבססת על הפעילות שזה עתה העברתם לתלמידים.

במשימה זו התלמידים אמורים לחשוף קסם קלפים אותו מבצעת הקוסמת מרלין. המשימה אינה פשוטה, ולכן יהיו תלמידים לא מעטים שלא יגלו את הקסם. לא נורא, תלמידים אלה יופתעו לגלות שהפתרון נובע באופן ישיר מהפעילות של ארץ הקלפים הזוחלים, והם בוודאי ישמחו להציג את הקסם למשפחותיהם ולחבריהם.



קסם הקלפים של הקוסמת מרלין

הקוסמת מרלין, ששמעה את הסיפור על ארץ הקלפים הזוחלים, החליטה להמציא קסם קלפים המבוסס על הרעיון של אנונימוס וגלוימוס. היא החזיקה בידיה 12 קלפים כשפניהם כלפי מעלה (כפי שהיו קלפי גלוימוס); לאחר מכן קראה למתנדב ונתנה לו 6 קלפים, אותם ביקשה ממנו להחזיק כשפניהם כלפי מטה (כפי שהיו קלפי אנונימוס). בשלב הבא ביקשה מרלין מהמתנדב להכניס את הקלפים שלו לתוך החבילה שלה, ולערבב אותם היטב. אסור היה לו להפוך את הקלפים, כך שכל העת היו בחבילה 12 קלפי גלוימוס ו- 6 קלפי אנונימוס.

בזמן ערבוב הקלפים הייתה מרלין מכסה את עיניה במטפחת, ואז מבקשת מהמתנדב לתת לה את החבילה. בשלב זה, מרלין הייתה פונה אל הקהל ואומרת לו שהיא מסוגלת לחלק בזריזות את 18 הקלפים לשתי קבוצות, כך שבכל אחת מהן תהיה אותה כמות של קלפים המביטים מטה.

עם הינתן האות, מרלין הייתה מזיזה את ידיה במהירות כך שהקהל לא יכול היה לראות מה בדיוק היא עושה. בסופו של דבר הייתה מרלין מפרידה את 18 הקלפים לשתי קבוצות, מניחה אותן בידיו של המתנדב ומסירה את כיסוי העיניים שלה. חשוב לציין שלא אמרנו ששתי החבילות הן שוות גודל. תפקיד המתנדב היה לספור כמה קלפי אנונימוס יש בכל ערימה. כמובן שמספרים אלה היו תמיד שווים.

אנשים ספקנים הורשו להביא מהבית חבילות קלפים משלהם, אך גם בקלפים אלה היה הקסם של מרלין מצליח תמיד.

מהו סודה של הקוסמת מרלין?

ניהול השיעור לאחר סיפורה של הקוסמת מרלין

לאחר סיום הקראת הסיפור שבשקף, בקשו מהתלמידים לחשוב מספר דקות על הקסם. אמרו להם שבקרוב תזמינו מתנדבים אל הלוח שינסו לבצע אותו.

הסבירו כיצד יתנהל הקסם:

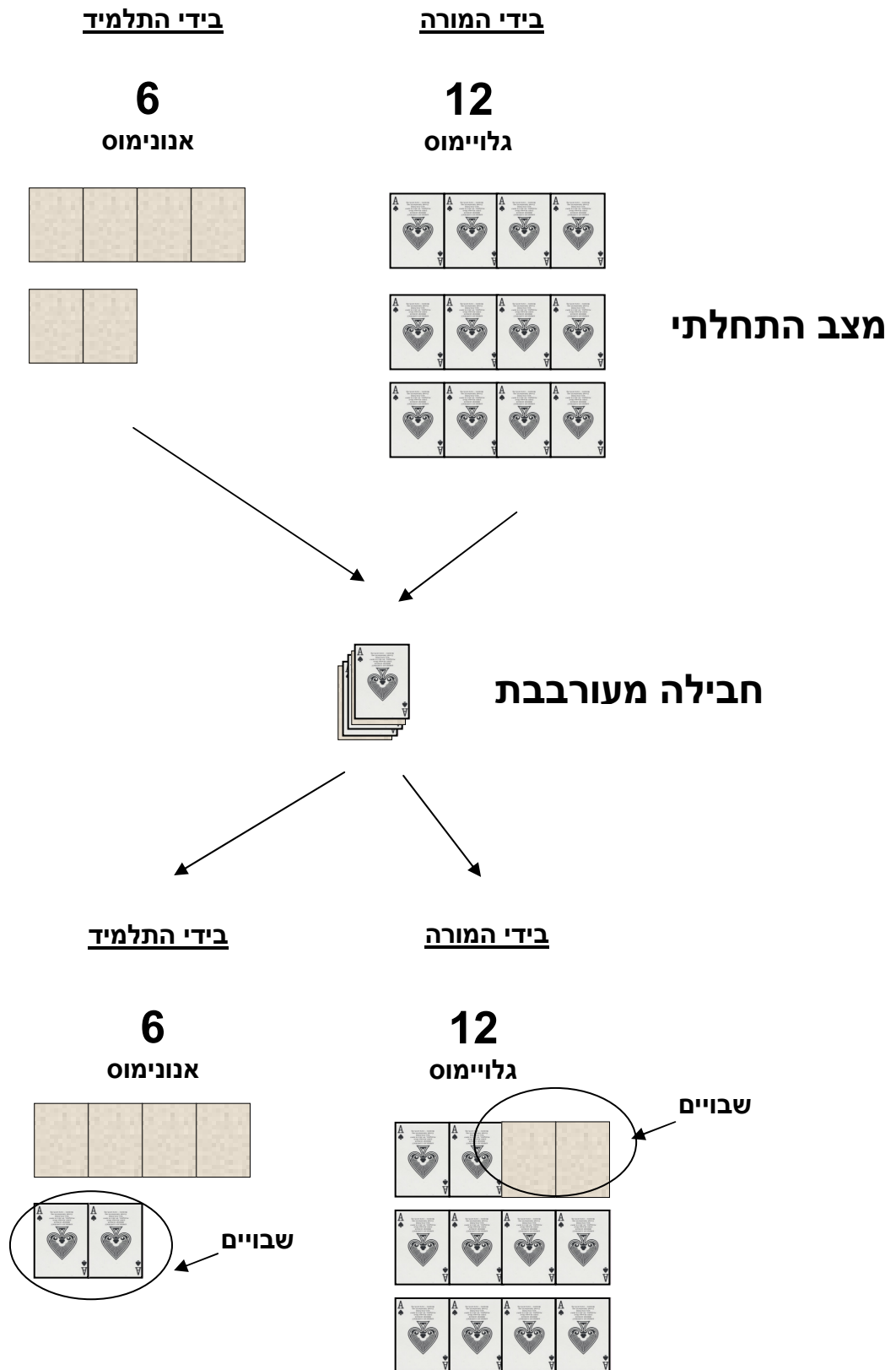
- המתנדב יגש אל הלוח ויקבל מהמורה 6 קלפים המביטים מטה (אנונימוס).
- המתנדב יצרף את 6 הקלפים האלה לחבילה בת 12 קלפים המביטים מעלה (גלויימוס).
- המורה יערבב את החבילה בת 18 הקלפים ועיני המתנדב יכוסו.
- המתנדב יקבל לידייו את חבילת 18 הקלפים, ויהיה רשאי לעשות בה כל שיחפוץ, מבלי שהוא יכול לראות אותם.
- בסופו של דבר על המתנדב לחלק את 18 הקלפים ל- 2 קבוצות (לא בהכרח שוות גודל), ולהניחן על השולחן.
- המתנדב יסיר את כיסוי העיניים שלו ויבדוק לעיני הכיתה כמה קלפי אנונימוס יש בכל קבוצה. הצלחה במשימה פירושה שמספר קלפי האנונימוס בכל קבוצה הוא שווה.

אפשרו לכמה שיותר תלמידים הרוצים לנסות את הקסם לבוא אל הלוח. בקשו מאלה שהצליחו במשימה להסביר כיצד עשו זאת. חשוב להבין שיש סיכוי שתלמיד לא מצא שיטה שמצליחה תמיד, ובכל זאת הצליח. במקרה זה תוכלו לבקש ממנו לחזור על הקסם פעם נוספת.

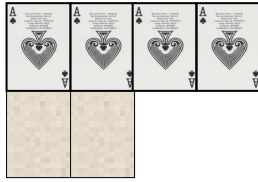
הסבר הקסם

הפעולות המתבצעות בקסם דומות מאוד לקרבות אותם ניהלו אתכם התלמידים בארץ הקלפים הזוחלים. גם שם החזיק המורה 12 קלפי גלויימוס, והתלמיד צירף אליהם 6 קלפי אנונימוס. התקבלה חבילה בת 18 קלפים ש- 6 מהם מביטים מטה. הקרב הסתיים בכך שהתלמיד לקח מהחבילה המעורבת 6 קלפים ובדק כמה שבויים של גלויימוס יש

לו. גילינו שאם בחבילתו יש למשל 2 שבויים של גלוימוס, הרי שהוא השאיר אצל המורה 2 שבויים של אנונימוס. נמחיש את השתלשלות העניינים הזו בצורה ויזואלית:



שימו לב שבמצב זה מספר השבויים בשני "המחנות" הוא שווה. הגענו לשלב הקריטי בהסבר. מה יקרה אם התלמיד יהפוך כעת את כל קלפיו?



מספר קלפי האנונימוס שבידי התלמיד שווה למספר קלפי האנונימוס שבידי המורה! ההיפוך של התלמיד גרם לכך שהקלפים שלו החליפו תפקידים: האנונימוסים הפכו גלויים והגלויים הפכו לאנונימוסים.

תוכלו לבדוק שרעיון זה תקף עבור כל מספר של שבויים שבערמה בת 6 קלפים.

והנה קיבלנו את פתרון הקסם. כל שעל המתנדב לעשות הוא להוציא מהחבילה שקיבל מהמורה 6 קלפים כלשהם, להפוך אותם לצידם השני ולהניח את שתי הערמות על השולחן.

הערות

1. חשוב להבין שקסם זה מבטיח מספר שווה של קלפי אנונימוס בכל קבוצה, אך הוא אינו מגלה כמה קלפים כאלה יהיו! אם למשל יוציא המתנדב במקרה את כל ששת קלפי האנונימוס שהכניס לערימה ויהפוך אותם, לא יהיה אף קלף אנונימוס באף ערימה. אם בששת הקלפים שימשוך המתנדב יהיו 3 שבוי גלויים הרי שבמצב הסופי יהיו 3 קלפי אנונימוס בכל ערימה.

2. במקרה שהתלמידים לא מצליחים לגלות את הקסם תוכלו אתם לבצע אותו מספר פעמים כשאתם מסתירים את הקלפים מאחורי הגב. כשהתלמידים יבדקו בכל פעם את שתי ערימות הקלפים שלכם הם יגלו שבכל פעם בערמה אחת 6 קלפים ואילו בשנייה 12 קלפים. זה אולי ירמוז להם על הקשר בין הקסם לבין המלחמה בארץ הקלפים הזוחלים.

3. חשוב להדגיש לתלמידים שאם בקסם היה המתנדב מכניס לערימה 7 קלפים למשל ולא 6, הרי שעל-מנת להבטיח את הצלחת הקסם יש להוציא מהערימה 7 קלפים ולהפוך אותם. במילים אחרות, יש להוציא מהערימה המעורבת מספר קלפים השווה לזה שהכנסנו. לחלופין, תוכלו לשאול את התלמידים מה יקרה אם

המתנדב יכניס ערמה בת 7 קלפים? תוך כדי הניסיונות להסביר זאת, תוכלו להיווכח אם התלמידים הבינו את הרעיון הבסיסי העומד בבסיס ה"קסם".

4. כפי שכבר הערנו, תוכלו להציע לתלמידים לבצע את הקסם למשפחה שלהם ולחברים. יתר על כן, בקשו מהם להסביר לבסוף כיצד הקסם פועל. בשיעור הבא מעניין יהיה לשמוע מהם האם הצליחו במשימת ההסבר, או שנתקלו בקשיים.