

חידות חיבור ארון

נצחיה פלג



מתמטיקה – יסודי

מהדורת תשע"ד

© כל הזכויות שמורות למרכז הישראלי למצוינות בחינוך ולמשרד החינוך.

חומרי הלימוד הגם לשימוש בהוראת תכנית "מצוינות 2000" בלבד. אין להפיצם בלא רשות, מראש ובכתב.

חידות חיבור ארוך

מבוא

בחידות החיבור ביחידה זו נתונות תכונות של כל ספרה. המטרה היא למצוא את המספרים המשתתפים בתרגיל על פי תכונות אלה. הפתרון מצריך שימוש בשיקולים חישוביים ולוגיים שונים, וכן ניסוי וטעייה מושכלים.

החידות שונות מחידות "אותיות ומספרים" רגילות, בכך שבכל חידה יכולות ספרות שונות לקבל את אותו התיאור, וכל ספרה יכולה להיות מתוארת ביותר מדרך אחת.

מטרות הפעילות הן ללמד את התלמידים להשתמש בתכונות של מספרים (למשל זוגי ואי זוגי, סימני חלוקה ועוד), לערוך סריקה של אפשרויות, להשתמש בשיקולים חישוביים על מנת להגיע לפתרון. בחלק מהחידות צריך להביא בחשבון את התכונות של ספרת האחדות של סכום, העשויות להיות שונות מתכונות הסכום. למשל, הסכום של $4+8$ הוא מספר המתחלק ב-3, אבל ספרת האחדות של הסכום הזה היא 2, ואינה מתחלקת ב-3. בנוסף הפעילות מסייעת לתרגל חיבור מספרים בתחום הרבבה.

ניהול הפעילות

- התחילו בדף ההקרנה ובו הסבר הכללים וחידה לדוגמה.
- לאחר מכן עברו לדף משימה 1 המכיל 3 חידות.
- לאחר הדיון על פתרונות דף משימה 1, תוכלו לתת לתלמידים את דף משימה 2 המכיל 5 חידות נוספות.

הפעילות מיועדת לכיתה ד' ומתאימה לשיעור אחד בן 90 דקות.

מצאו את הספרות

בחידה הבאה מסתתר תרגיל חיבור.

יש לשבץ בכל מלבן ספרה בין 1-9 בהתאם לתנאי הכתוב במלבן, כך שיתקבל תרגיל חיבור נכון.

ספרה יכולה להופיע יותר מפעם אחת, או לא להופיע כלל. הספרה 0 לא נכללת בתרגיל.

הערה: כל ההמרות, במעבר מאחדות לעשרות, מעשרות למאות או ממאות לאלפים, אם ישנן, מסומנות בתרגילים. כפי שאפשר לראות, בתרגיל לדוגמה אין המרה מאחדות לעשרות, ויש המרה מעשרות למאות.

1			
└	מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	זוגי
	אי זוגי	זוגי	מתחלק ב-3
	מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	מתחלק ב-4

מצאו את הספרות – פתרונות ודין

לאחר הקרנת דף ההקרנה וקריאת ההסברים, אפשרו לתלמידים שונים להביע את הרעיונות שלהם באשר לדרך הפתרון, ולאחר מכן פתרו עם התלמידים את החידה.

פתרון החידה שבדף ההקרנה:

$$\begin{array}{r} 82 \\ + 566 \\ \hline 948 \end{array}$$

הסבר מפורט של דרך הפתרון:

נתחיל מעמודת האחדות (כפי שהתלמידים יודעים בוודאי, תרגילי חיבור מהסוג הזה פותרים תמיד מימין לשמאל, כדי להתמודד עם ההמרות). בעמודה זו עלינו לחבר מספר זוגי עם מספר המתחלק ב-3, ולקבל סכום שהוא מספר המתחלק ב-4.

נשים לב שכל מספר שמתחלק ב-4 הוא זוגי. כדי שסכום של מספר זוגי ומספר נוסף יהיה מספר זוגי, גם המספר הנוסף צריך להיות זוגי. האפשרות היחידה למספר חד ספרתי שהוא גם זוגי וגם מתחלק ב-3 היא 6.

מסקנה: $2 + 6 = 8$

1			
מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	זוגי	2
+			
אי זוגי	זוגי	מתחלק ב-3	6
מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	מתחלק ב-4	8

עמודת העשרות

בעמודה זו יש המרה למאות, נוח להציג את התרגיל במאוזן, בצורה כזאת:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{זוגי} \\ \hline \end{array} = 1 \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline \end{array}$$

המספרים החד ספרתיים המתחלקים ב-4 הם 4 ו-8. 4 או 8 ועוד מספר זוגי צריכים לתת סכום זוגי שבו ספרת האחדות מתחלקת ב-4, כלומר 14 או 18. 18 אינה אפשרות מתאימה (כי החיבור היחיד שממנו מקבלים 18 הוא $9+9$), לכן הסכום הוא 14, והוא מתקבל מחיבור $8+6$.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} & \text{מתחלק ב-4} & \text{זוגי} \\ \hline & 8 & 2 \\ \hline \end{array} \\ + \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{אי זוגי} & \text{זוגי} & \text{מתחלק ב-3} \\ \hline & 6 & 6 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} & \text{מתחלק ב-4} & \text{מתחלק ב-4} \\ \hline & 4 & 8 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

נעבור לעמודת המאות, ונכתוב את האפשרויות לכל ספרה:

$$1 + \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline 3,6,9 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{אי זוגי} \\ \hline 1,3,5,7,9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline 3,6,9 \\ \hline \end{array}$$

סריקה של האפשרויות מביאה לפתרון

1

מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	זוגי
3	8	2

+

אי זוגי	זוגי	מתחלק ב-3
5	6	6

מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	מתחלק ב-4
9	4	8

דרך אחרת להגיע אל הספרות בעמודת המאות, אם כי דורשת תחכום מסוים, היא הבאה: נוסיף את ה- 1 למספר האי זוגי. כעת אנו צריכים לפתור את המצב הבא: מספר המתחלק ב- 3 ועוד מספר זוגי שווה מספר המתחלק ב- 3. המצב היחיד האפשרי הוא כאשר המספר הזוגי הוא 6, המעביר אותנו מ- 3 ל- 9. כמובן חשוב לזכור להוריד ממנו את ה- 1 שהוספנו, ונקבל את הפתרון שהוצג לעיל.

המשך:

לאחר הפתרון המשותף של הדוגמה, חלקו את דף המשימה בו יש שלוש חידות דומות. יש להזכיר את הכללים ובעיקר להדגיש כי הספרה 0 אינה כלולה, וכי בכל מקרה שבו משתמשים בהמרה, הסימון שלה מופיע בתרגיל.

מצאו את הספרות המסתתרות

בתרגילי החיבור הבאים נתון תנאי לכל ספרה. מצאו בכל תרגיל את הספרות המתאימות. זכרו: הספרה 0 אינה מופיעה בתרגילים.

1

מתחלק ב-4	מתחלק ב-4	זוגי
-----------	-----------	------

+

מתחלק ב-3	זוגי	מתחלק ב-3
-----------	------	-----------

אי זוגי	מתחלק ב-3	מתחלק ב-3
---------	-----------	-----------

1

מתחלק ב-4	מתחלק ב-4	מתחלק ב-3
-----------	-----------	-----------

+

זוגי	מתחלק ב-3	מתחלק ב-4
------	-----------	-----------

מתחלק ב-3	מתחלק ב-4	מתחלק ב-3
-----------	-----------	-----------

2

זוגי	מתחלק ב-4	מתחלק ב-3
------	-----------	-----------

+

מתחלק ב-3	מתחלק ב-3	זוגי
-----------	-----------	------

אי זוגי	מתחלק ב-4	אי זוגי	מתחלק ב-4
---------	-----------	---------	-----------

3

אי זוגי	מתחלק ב-4	אי זוגי	מתחלק ב-4
---------	-----------	---------	-----------

ניהול שיעור

תנו לתלמידים להתנסות בפתרון. לאחר שיפתרו הזמינו כמה מהם אל הלוח כדי שיציגו את שיקולי הדעת בהם השתמשו במהלך הפתרון. להלן נציג דרכי פתרון אפשריות לכל תרגיל. נציין כי ישנן דרכים שונות להגיע אל המסקנות, וגם בהסברים שילבנו שיקולים לוגיים שונים ולעיתים אף ניסוי וטעייה, על מנת להדגים את שילובם בשיקולים.

פתרון שאלה 1

$$\begin{array}{r} 446 \\ + \\ 323 \\ \hline 769 \end{array}$$

פירוט הדרך שבה הגענו לפתרון:

בעמודת האחדות: מספר זוגי ועוד מספר המתחלק ב-3 שווה למספר המתחלק ב-3. אם מחובר אחד מתחלק ב-3 והסכום מתחלק ב-3 גם הוא, אז המחובר השני חייב להיות מספר המתחלק ב-3. יש רק אפשרות אחת למספר זוגי שהוא גם מתחלק ב-3 והיא 6.

נעבור לעמודת העשרות: מספר שמתחלק ב-4 ועוד מספר זוגי שווה מספר המתחלק ב-3.

כל מספר שמתחלק ב-4 מתחלק גם ב-2. שני המחוברים הם מספרים זוגיים, ולכן גם הסכום שלהם צריך להיות מספר זוגי. כקודם מסיקים שהסכום הוא 6, והמחוברים הם 2+4.

עמודת המאות: מספר שמתחלק ב-4 ועוד מספר שמתחלק ב-3 שווים מספר אי זוגי. מספר שמתחלק ב-4 הוא בהכרח מספר זוגי. כדי שהסכום יהיה אי זוגי, המחובר המתחלק ב-3 צריך להיות אי זוגי, ולכן הוא 3 או 9. כדי שהסכום יהיה קטן מ-10, המחובר המתחלק ב-4 אינו יכול להיות 8, ולכן הוא 4.

מכאן שצריך לבדוק שתי אפשרויות:

$$4+3 \quad (1)$$

$$4+9 \quad (2)$$

האפשרות השנייה נותנת תוצאה גדולה מ-10, ולכן נותרה אפשרות אחת.

פתרון שאלה 2

$$\begin{array}{r} 449 \\ + 234 \\ \hline 683 \end{array}$$

בעמודת האחדות יש המרה לעשרות. נוח לכתוב כך את התרגיל:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline \end{array} = 1 \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline \end{array}$$

אם נכתוב בכל מקום את הספרות האפשריות:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline 3,6,9 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline 4,8 \\ \hline \end{array} = 1 \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline 3,6,9 \\ \hline \end{array}$$

נראה שיש שש אפשרויות לבדיקה:

3+4	6+4	<u>9+4</u>
3+8	6+8	9+8

רק במקרה אחד (האפשרות המודגשת בקו תחתון) ספרת האחדות של התוצאה היא 3.

נעבור לעמודת העשרות: 1 ועוד מספר שמתחלק ב-4 ועוד מספר שמתחלק ב-3 שווה מספר המתחלק ב-4. גם כאן נוח להציג את התרגיל במאוזן, ולכתוב את האפשרויות בכל מלבן:

$$1 + \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline 4,8 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-3} \\ \hline 3,6,9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{מתחלק ב-4} \\ \hline 4,8 \\ \hline \end{array}$$

הסכום חד ספרתי, כלומר קטן מ-10 ולכן המחובר המתחלק ב-4 אינו יכול להיות 8. אלה שלוש האפשרויות שצריך לבדוק:

$$1+4+3 \quad (1)$$

$$1+4+6 \quad (2)$$

$$1+4+9 \quad (3)$$

כדי לקבל סכום המתחלק ב-4 וקטן מ-10 יש רק אפשרות אחת: $1+4+3 = 8$

עמודת המאות: מספר המתחלק ב-4 ועוד מספר זוגי שווה מספר המתחלק ב-6.

מספר המתחלק ב-4 הוא זוגי. סכום של שני מספרים זוגיים הוא מספר זוגי. הסכום הזה צריך להיות גם מספר שמתחלק ב-3, ולכן הסכום הוא 6.

$$4+2=6$$

פתרון שאלה 3

$$\begin{array}{r} 846 \\ + \\ 632 \\ \hline 1478 \end{array}$$

נתחיל עם עמודת האחדות:

מתחלק ב-3	+	זוגי	=	מתחלק ב-4
-----------	---	------	---	-----------

המספרים החד ספרתיים המתחלקים ב-3 הם: 3,6,9

3 או 9 ועוד מספר זוגי יהיה מספר אי זוגי, ולכן הסכום לא יתחלק ב-4. מכאן שהמספר הראשון הוא 6. המספר הזוגי היחיד שאפשר לחבר ל-6 ולקבל מספר קטן מ-10 הוא 2.

כדי למצוא את הספרות בעמודת העשרות, נוח לכתוב את האפשרויות לכל ספרה:

מתחלק ב-4 4,8	+	מתחלק ב-3 3,6,9	=	אי זוגי 1,3,5,7,9
------------------	---	--------------------	---	----------------------

8 בעמודת האחדות ו- 6,9 בעמודת העשרות הם גדולים מדי, כי אין בתרגיל המרה למאות. ולכן נותרה אפשרות אחת:

$$4+3=7$$

נעבור לעמודת המאות:

זוגי	+	מתחלק ב-3	=	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">אי זוגי</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">מתחלק ב-4</td> </tr> </table>	אי זוגי	מתחלק ב-4
אי זוגי	מתחלק ב-4					

מספר זוגי ועוד מספר המתחלק ב 3 שווים למספר דו ספרתי שספרת האחדות שלו מתחלקת בארבע. ברור שספרת העשרות של התוצאה היא 1. הסכום הוא זוגי, ולכן המספר המתחלק ב-3 צריך גם הוא להיות זוגי, כלומר הוא 6. מכאן הפתרון ברור.

המשך

בדף הבא מופיעות חמש שאלות נוספות ובהם תרגילים דומים לתלמידים המעוניינים בכך. הפעם נוספו תנאים אפשריים עבור הספרות המשתתפות: ראשוני, גדול מ-7, קטן מ-4.

מצאו עוד ספרות מסתרות

4

ראשוני	גדול מ-7	ראשוני
--------	----------	--------



אי זוגי	אי זוגי	מתחלק ב-3
---------	---------	-----------

קטן מ-4	מתחלק ב-3	ראשוני
---------	-----------	--------

1

זוגי	זוגי	מתחלק ב-3
------	------	-----------



מתחלק ב-4	קטן מ-4	מתחלק ב-4
-----------	---------	-----------

מתחלק ב-3	קטן מ-4	ראשוני
-----------	---------	--------

5

6

1

אי זוגי	מתחלק ב-4	ראשוני
---------	-----------	--------



זוגי	אי זוגי	מתחלק ב-3
------	---------	-----------

קטן מ-4	מתחלק ב-3	מתחלק ב-4
---------	-----------	-----------

7

1	1		
מתחלק ב-3	קטן מ-4	מתחלק ב-4	מתחלק ב-4



מתחלק ב-4	ראשוני	מתחלק ב-3
-----------	--------	-----------

מתחלק ב-4	זוגי	מתחלק ב-3	אי זוגי
-----------	------	-----------	---------

8

1	1	1	
גדול מ-7	קטן מ-4	גדול מ-7	קטן מ-4



זוגי	מתחלק ב-4	מתחלק ב-3
------	-----------	-----------

אי זוגי	זוגי	קטן מ-4	זוגי
---------	------	---------	------

פתרונות דף משימה 2

תנו לתלמידים לעבוד על השאלות בעבודה עצמית או בזוגות. לאחר שסיימו לפתור, הקרינו את דף המשימה על הלוח, והזמינו תלמידים להציג את פתרונותיהם.

דרכי הפתרון כאן אינן שונות מאלה בהן נפתרו החידות בדף משימה 1, ועל כן גם הדיון בעקבות הפתרון קצר. בעת הצורך תוכלו להיעזר בפירוט הפתרונות שמובא להלן. בכל שאלה נציג את האפשרויות השונות לעמודת האחדות, עמודת העשרות וכו' בטבלה.

פתרון שאלה 4

$$\begin{array}{r} 282 \\ + \\ 113 \\ \hline 395 \end{array}$$

הנקודה העיקרית בפתרון השאלה הזאת היא המספרים אותם צריכים לבחון:

- המספרים הראשוניים הקטנים מ-10 הם 2,3,5,7. (ייתכן שתצטרכו להזכיר לתלמידים כי 1 אינו מספר ראשוני).
- המספרים הקטנים מ-4 הם 1,2,3.
- המספרים הגדולים מ-7 הם 8 ו-9.

עמודת האחדות:

ראשוני	+	מתחלק ב-3	=	ראשוני
2,3,5,7		3,6,9		2,3,5,7

סריקה פשוטה מראה כי המספרים המודגשים הם הצירוף היחיד המתאים לתנאים:

$$.3 + 4 = 7$$

שיקול נוסף בעזרתו אפשר להגיע לכך הוא העובדה שאין העברה לעמודת העשרות, ומכאן שהספרה המופיעה בסכום חייבת להיות 7.

עמודת העשרות:

מתחלק ב-3	=	אי זוגי	+	גדול מ-7
3,6,9		1,3,5,7,9		8,9

אין המרות, ולכן הסכום צריך להיות קטן מ-10. בגלל שאחד המחוברים גדול מ-7, המחובר השני (האי זוגי) יכול להיות רק 1. $8 + 1 = 9$

עמודת המאות:

קטן מ-4	=	אי זוגי	+	ראשוני
1,2,3		1,3,5,7,9		2,3,5,7

המספרים המודגשים הם הצירוף היחיד המתאים לתנאים. $2 + 1 = 3$.

פתרון שאלה 5

$$\begin{array}{r} 483 \\ + \\ 434 \\ \hline 917 \end{array}$$

עמודת האחדות:

ראשוני	=	מתחלק ב-4	+	מתחלק ב-3
2,3,5,7		4,8		3,6,9

כאשר אין המרות קל לראות כי המספרים המודגשים הם הצירוף היחיד המתאים לתנאים.

עמודת העשרות: כאן יש המרות למאות

קטן מ-4	=	1	+	זוגי
1,2,3				2,4,6,8

כדי לקבל סכום גדול מ-10 בעת שאחד המחברים הוא מספר שקטן מ-4, צריך המחובר השני להיות 8. בגלל שהספרה 0 אינה כלולה בתרגיל, האפשרות היחידה היא $3 + 8 = 11$.

עמודת המאות:

מתחלק	=	מתחלק	+	זוגי	+	1
3-ב		4-ב				
3,6,9		4,8		2,4,6,8		

קל לראות שהאפשרות היחידה המתאימה היא $1+4+4 = 9$

פתרון שאלה 6

$$\begin{array}{r} 145 \\ + \\ 219 \\ \hline 364 \end{array}$$

עמודת האחדות:

מתחלק ב-4	=	1	+	ראשוני
4,8				2,3,5,7

כדי לקבל 18 הסכום צריך להיות $9+9$ וזה לא מתאים למחובר ראשוני. מסקנה: הסכום הוא 14, והתרגיל המתאים: $5 + 9 = 14$.

עמודת העשרות:

1	+	מתחלק ב-4	+	אי זוגי	=	מתחלק ב-3
		4,8		1,3,5,7,9		3,6,9

נבחן את המספרים המתחלקים ב-4: $8+1$ זה 9, ואם נחבר ל-9 מספר כלשהו נזדקק להמרה למאות, והמרה כזאת לא קיימת כאן. לכן המספר הראשון הוא 4, וכדי לקבל תוצאה קטנה מ-10 יש רק שתי אפשרויות עבור המספר השני: 1,3

$$1 + 4 + 1 = 6 \quad (1)$$

$$1 + 4 + 3 = 8 \quad (2)$$

האפשרות המתאימה היא (1)

עמודת המאות:

הסכום של מספר זוגי ומספר אי זוגי צריך להיות מספר קטן מ-4. במקרה הזה קל לראות שיש אפשרות אחת: $1 + 2 = 3$.

פתרון שאלה 7

$$\begin{array}{r} 3384 \\ + \\ 853 \\ \hline 4237 \end{array}$$

עמודת האחדות:

מתחלק ב-4	+	מתחלק ב-3	=	אי זוגי
4,8		3,6,9		1,3,5,7,9

היות ואין המרה המחברים 8,6,9 אינם אפשריים, ונותרה אפשרות אחת: $4 + 3 = 7$.

עמודת העשרות: כאן יש המרה למאות

מתחלק ב-4	+	ראשוני	=	1	מתחלק ב-3
4,8		2,3,5,7			3,6,9

$$8+5 = 13$$

עמודת המאות: זו מכילה המרה מהעמודה הקודמת, ויש המרה לאלפים

1	+	קטן מ-4	+	מתחלק ב-4	=	1	זוגי
		1,2,3		4,8			2,4,6,8

כדי לקבל סכום גדול מ-10 יש רק שתי אפשרויות:

$$1+2+8 = 11 \quad (1)$$

$$1+3+8 = 12 \quad (2)$$

רק באפשרות (2) ספרת האחדות זוגית.

עמודת האלפים: אם מוסיפים 1 למספר שמתחלק ב-3 והתוצאה היא מספר שמתחלק

ב-4 האפשרות היחידה היא $1+3 = 4$.

פתרון שאלה 8

$$\begin{array}{r} 8383 \\ + \\ 849 \\ \hline 92323 \end{array}$$

עמודת האחדות: כאן יש המרות לעשרות

קטן מ-4	+	מתחלק ב-3	=	1	זוגי
1,2,3		3,6,9			2,4,6,8

הסכום צריך להיות גדול מ-10, ולכן המספרים המודגשים הם האפשרות היחידה:

$$3 + 9 = 12$$

עמודת העשרות: כאן צריך לזכור המרה מהאחדות, ויש המרות למאות

1	+	גדול מ-7	+	מתחלק ב-4	=	1	קטן מ-4
		8,9		4,8			1,2,3

סריקה פשוטה תראה שהמספרים המודגשים הם הפתרון: $1 + 8 + 4 = 13$.

עמודת המאות: צריך לזכור המרה מעמודת העשרות, ויש המרה לאלפים

1	+	קטן מ-4	+	זוגי	=	1	זוגי
		1,2,3		2,4,6,8			2,4,6,8

האפשרות היחידה מודגשת בטבלה: $1 + 3 + 8 = 12$

עמודת האלפים: מספר גדול מ-7 שמוסיפים לו 1 ומקבלים מספר אי זוגי הוא 8:

$$1+8 = 9$$

הערה לסיום: תוכלו לבקש מן התלמידים לחבר חידות מסוג זה בעצמם, ולתת לחבריהם לפתור אותם או אף להציגם בפני הכיתה כולה.