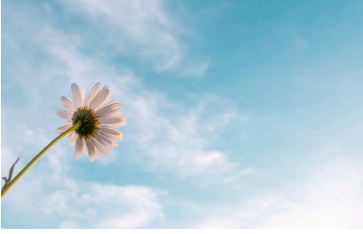


وزارة التربية
السكرتارية التربوية
قسم العلوم
قسم التفقيش على تدريس الرياضيات

الطلاب الأعراء،

أمامكم كراس تم تحضيره لكم خصيصًا لهذه الفترة. يحتوي الكراس على تمارين وفعاليات ستساعدكم في تعلم الرياضيات.



نأمل أن تستمتعوا في التمرن ونتمنى لكم تعلمًا ممتعًا وعودة سريعة إلى الروتين. طاقم الإرشاد القطري في الرياضيات المرحلة الإعدادية

المواضيع في هذا الكراس:

1. أساليب جبرية: قانون التوزيع الموسع، قوانين الضرب المختصر، إخراج عامل مشترك.
2. دالتون.
3. مثلث متساوي الساقين.
4. دالة تربيعية.
5. من الرسم البياني للصفات وبالعكس.
6. متوازي الأضلاع.



" لا أسرار للنجاح! إنما هو ثمرة التحضير، العمل الشاق والتعلم من الأخطاء"

(خوليو باول)

الكراس في ملف
PDF

أساليب جبرية

1. بسّطوا التّعبير التالية:

$(4x - 7y)^2 =$ أ.
$(3x - 5y)^2 =$ ب.
$(x - 6)^2 - (x + 8)(x - 8) =$ ت.
$(2x + 3)^2 - 2(x + 5)(x - 1) =$ ث.
$(3x + 2)^2 - 4(x + 1)(x - 7) =$ ج.
$(2a - 1)(2a + 1) - (2a + 3)(a + 1) =$ ح.
$3x(x - 7) - (2x - 5)(4x - 1) =$ خ.

2. حلّوا المعادلات التالية:

$(x + 6)^2 - x(x + 3) = 0$ أ.
$(2x - 1)^2 - (x + 4)^2 = 12(5 - x)$ ب.
$6 + (x + 10)^2 - (x + 1)(x - 1) = 0$ ت.
$(3x + 5)^2 = 9(x + 2)(x - 2)$ ث.

3. معطى التعبير: $(x - 2)(x + 3) - (x - 2)(x + 4)$
أ. فسّروا لماذا التعبير $(x - 2)(x + 3 - x - 4)$ مكافئ للتعبير المعطى.
ب. بسّطوا التعبير.

4. محيط مستطيل هو 34 سم وطول قطره 13 سم. احسبوا أطوال أضلاع المستطيل.

5. حلّوا المعادلة: $(x^2 + 1) + 11 + x = (x + 6)^2 - 4(x + 2)(x - 3)$

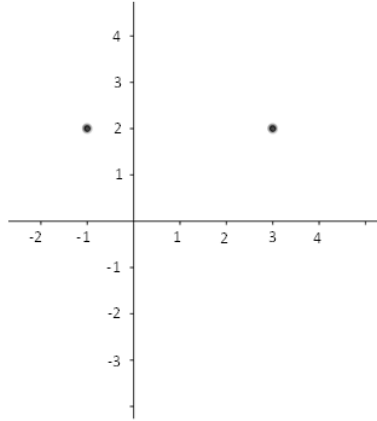
6. لائموا تعابير من العمود الأول مع تعابير مكافئة من العمود الثاني وفسّروا لماذا هي متكافئة.



$(x - 2)(x - 3)$	$x^2 + 6x + 9$
$(x - 3)(x + 3)$	$a^2 + 9 + 6a$
$x(x - 9)$	$-x^2 - 6x - 9$
$(a - 3)^2$	$9 - 6a + a^2$
$(a + 3)^2$	$x^2 - 9x$
$-(x + 3)^2$	$x^2 - 9$
$(x + 3)^2$	$x^2 + 5x + 6$
$(x + 2)(x + 3)$	$x^2 - 5x + 6$

التمرين من كراس

دالة تربيعية:



1. أمامكم هيئة محاور، مُشار بها إلى نقطتين:

- أ. سجّلوا إحداثيات النقطتين.
ب. أمامكم تعابير جبرية لدوال. افحصوا هل يمر خطهم البياني عبر النقطتين، فسّروا في كلّ حالة كيف حدّدتم.

أ. $f(x) = x^2$

ب. $g(x) = x^2 - 2$

ت. $h(x) = x^2 - 2x - 1$

ث. $p(x) = (x - 3)^2 + 2$

ج*. $k(x) = -(x - 1)^2 + 6$

8. معطاة ثلاث نقاط في هيئة محاور:

$A(0,0), B(2,4), C(-2,4)$

أ. عيّنوا النقاط الثلاث في هيئة محاور، ومرّروا بينها قطع للحصول على مثلث.

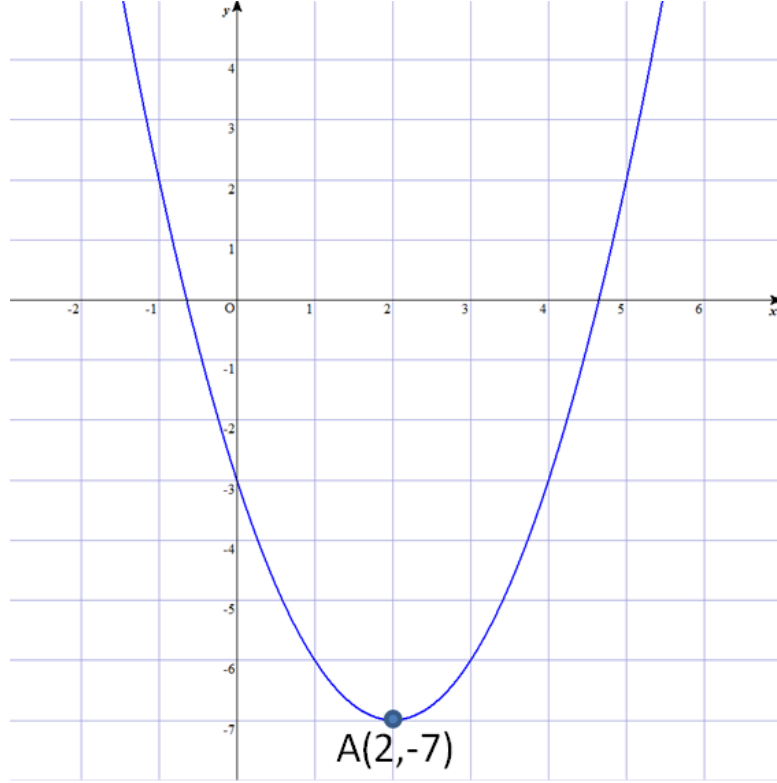
ب. فسّروا لماذا المثلث الناتج هو مثلث متساوي الساقين.

ت. احسبوا محيط المثلث.

ث. احسبوا مساحة المثلث.

ج. بينوا أنه عبر رؤوس المثلث يمرّ الخط البياني لـ $f(x) = x^2$.

9. فيما يلي الخط البياني لدالة تربيعية:



أ. جدوا على الأقل تفسيرين مختلفين لإظهار أن الخط البياني المعطى ليس الخط البياني للدالة:

$$f(x) = x^2 + 4x - 3$$

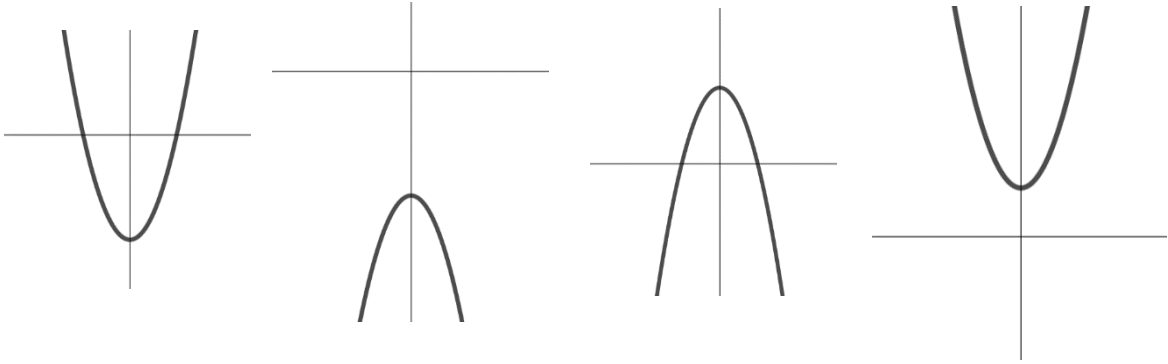
ب. جدوا التعبير الجبري للدالة التي خطها البياني مرسوم في الأعلى.

ت. بينوا أن للخط البياني للدالة المرسومة وللخط البياني في البند "أ" يوجد نقطة مشتركة واحدة.

إزاحة عامودية لدالة تربيعية

10. أمامكم 4 دوال تربيعية و 4 خطوط بيانية.
لائموا كل واحد من الخطوط البيانية للدالة الملائمة له:

$$f(x) = x^2 - 5 \quad g(x) = x^2 + 2 \quad t(x) = -x^2 - 6 \quad p(x) = -x^2 + 4$$



11. معطاة الدالة: $y = x^2 - 4$.

استعينوا برسم الخط البياني للدالة وأجيبوا عن الأسئلة:

- I. ما هما إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ؟ هل نقطة الرأس هي نقطة صغرى أم عظمى؟
- II. احسبوا نقطة تقاطع الخط البياني للقطع المكافئ مع محور x .
- III. سجّلوا المجالات الموجبة والمجالات السالبة للقطع المكافئ.
- IV. كم نقطة تقاطع يوجد للمستقيم $y = -2$ مع الخط البياني للقطع المكافئ؟

12. معطاة الدالة: $y = -x^2 + 5$.

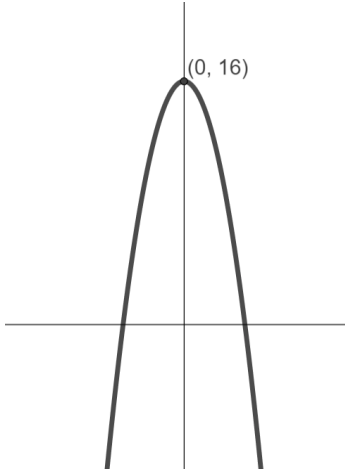
استعينوا برسم الخط البياني للدالة وأجيبوا عن الأسئلة:

- I. ما هما إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ؟ هل نقطة الرأس هي نقطة صغرى أم عظمى؟
- II. سجّلوا مجالات تصاعد ومجالات تنازل القطع المكافئ.
- III. كم نقطة تقاطع يوجد للخط البياني للقطع المكافئ مع محور x ؟
- IV. كم نقطة تقاطع يوجد للمستقيم $y = 6$ مع الخط البياني للقطع المكافئ؟

13. معطاة الدالة: $y = x^2 + 3$.

استعينوا برسم الخط البياني للدالة وأجيبوا عن الأسئلة:

- I. ما هما إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ؟ هل نقطة الرأس هي نقطة صغرى أم عظمى؟
- II. سجّلوا مجالات تصاعد ومجالات تنازل القطع المكافئ.
- III. ما هو المجال السالب للدالة؟
- IV. سجّلوا المجال الذي تكون فيه الدالة تنازلية وموجبة.
- V. كم نقطة تقاطع يوجد للخط البياني للقطع المكافئ مع محور x ؟
- VI. كم نقطة تقاطع يوجد للمستقيم $y = 1$ مع الخط البياني للقطع المكافئ؟



14. معطى في الرسم أمامكم الخط البياني للقطع المكافئ الذي يصف الدالة التربيعية:

$$y = ax^2 + c \quad (a = 1 \text{ أو } a = -1)$$

وُمُشار إلى نقطة رأس القطع المكافئ.

استعينوا بالخط البياني للقطع المكافئ (استعينوا عند الحاجة بحسابات إضافية)،
وأشيروا بجانب كل بند هل هو صحيح أو غير صحيح. علّوا اختياركم.

I. $a = 1$

II. $c = 16$

III. الدالة تنازلية في المجال $x < 0$

IV. الدالة موجبة في المجال $-4 < x < 4$

V. مرّروا مستقيم $y = k$ يقطع الخط البياني للقطع المكافئ.

عندما $k = c$ يقطع المستقيم الخط البياني للقطع المكافئ في نقطة واحدة.

15. معطاة الدالة: $f(x) = -x^2 - 4$

استعينوا برسم الخط البياني للقطع المكافئ وأجيبوا عن البنود التالية:

I. سجّلوا المجال الذي تكون به الدالة تصاعديّة وسالبة.

II. ما هي النقطة المُماتلة للنقطة $(2, -8)$.

III. كم نقطة تقاطع يوجد للخط البياني للقطع المكافئ وللخط البياني للمستقيم $y = -5$ ؟

IV. معطاة الدالة $g(x) = f(x) + k$

ما هي قيمة k ، إذا عُلّم أنّ للدالة $g(x)$ توجد نقطة تقاطع واحدة مع محور x ؟

16. معطاة الدالة: $y = x^2 + k$

I. سجّلوا قيمة k لا يوجد فيها للخط البياني للدالة نقطة تقاطع مع محور x .

II. سجّلوا قيمة k يوجد فيها للخط البياني للدالة نقطتي تقاطع مع محور x .

III. سجّلوا قيمة k يقطع فيها الخط البياني للدالة محور x في النقطتين $(3,0)$, $(3,0)$.

IV. لقيمة k التي كتبتموها في البند الثالث:

- سجّلوا المجال الذي تكون فيه الدالة سالبة وتصاعديّة.

- سجّلوا إحداثيي النقطة الصغرى للدالة.



17. معطاة الدالة التربيعية: $y = ax^2 + k$ ($a = 1$ أو $a = -1$).

استعينوا بالتطبيق وأكملوا قيماً ممكنة للبارامترات a, k :

نقطة رأس القطع المكافئ هي عظمى	نقطة رأس القطع المكافئ هي صغرى	
		لا يوجد نقاط تقاطع مع محور x
		يوجد نقطتي تقاطع مع محور x

18. أ. استعينوا برسم الخطوط البيانية لقطع المكافئة وحددوا كم نقطة تقاطع يوجد للقطع المكافئ $f(x) = x^2 + 3$ والقطع المكافئ $g(x) = -x^2 - 3$ ؟

- ب. بالاعتماد على البند السابق، كم حلاً يوجد للمعادلة $-x^2 - 3 = x^2 + 3$ ؟
ت. علّوا إجاباتكم في البند "ب" بطريقة جبرية.
ث. سجلوا مثلاً لدالة تربيعية تقطع $f(x)$ في نقطتين.

19. معطى في الرسم 4 دوال:

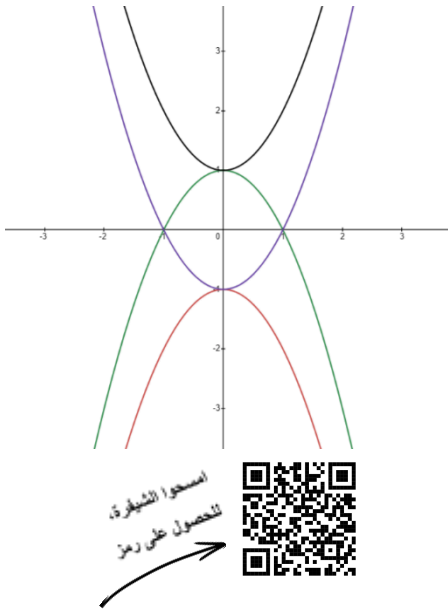
$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = -x^2 + 1$$

$$k(x) = x^2 - 1$$

$$m(x) = -x^2 - 1$$

- ا. لائموا لكل دالة معادلتها.
ب. ما هو البعد بين رأس القطع المكافئ f وبين رأس القطع المكافئ k ؟
ج. ما هو المجال الموجب للدالة f ؟
د. سجلوا المجال الذي تكون فيه $g(x)$ سالبة وأيضاً $f(x)$ سالبة.
هـ. لأي قيم x : $f(x) \cdot g(x) > 0$ ؟



20. معطى في الرسم الخط البياني للدالة: $f(x) = ax^2 + k$ ($a = 1$ أو $a = -1$).

إحدى نقاط التقاطع مع محور x هي $(-2, 0)$.

- أ. ما هي نقطة التقاطع الثانية مع محور x .
ب. جدوا قيمة k .

ت. سجلوا قيمة t لا يوجد فيها للخط البياني للمستقيم $y = t$ نقاط مشتركة

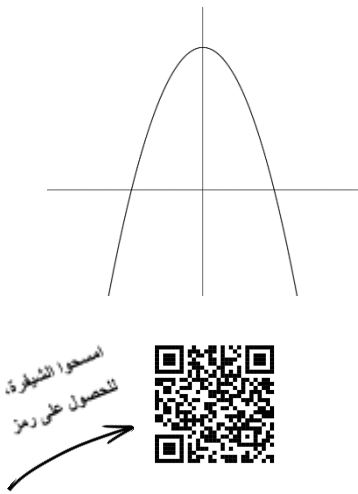
مع الخط البياني للدالة $f(x)$.

ث. صلوا بين نقاط التقاطع الثلاث للقطع المكافئ مع المحاور.

ث1. ما هو نوع المثلث الناتج؟

ث2. احسبوا مساحة المثلث.

ث3. احسبوا محيط المثلث.



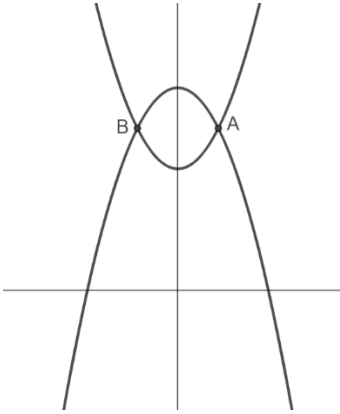
وزارة التربية
السكرتارية التربوية
قسم العلوم
قسم التفقيش على تدريس الرياضيات



21. معطاة الدالة التربيعية: $y = -x^2 + 2$.

ارسموا الخط البياني للدالة واجيبوا عن البنود التالية:

- كم نقطة تقاطع يوجد للخط البياني للقطع المكافئ مع محور x ؟
- ما هي النقطة الممثلة للنقطة $(-2, -2)$ ، التي تقع على الخط البياني للدالة؟
- تقع النقطة M على الخط البياني للدالة وإحداثي x لها هو -1 .
ت1. هل تقع النقطة في المجال الموجب أم السالب للخط البياني للدالة؟
أشيروا إلى النقطة في الرسم.
- ت2. مرّروا عبر النقطة M موازي لمحور x .
يقطع الموازي الخط البياني للدالة في نقطة إضافية P .
احسبوا إحداثي النقطة P . (للمرّم ...)
- ت3. مرّروا عبر النقاط M, P عامودين على محور x .
احسبوا مساحة المستطيل الناتج بين القطعة PM ، العامودين، ومحور x .
- ت. استعينوا بالبنود السابقة وحلّوا المعادلة: $-x^2 + 2 = 1$.



22. معطى في الرسم قطعين مكافئين.

يتقاطع القطعان في النقطتين A و B .

أ. أشيروا إلى المعادلة التي من الممكن أن تُلائم لحساب

إحداثي النقطتين A و B :

$$-x^2 + 3 = x^2 + 5$$

$$-x^2 + 3 = -x^2 + 5$$

$$x^2 + 3 = -x^2 + 5$$

$$x^2 + 3 = x^2 + 5$$

II. احسبوا إحداثي النقطتين A و B .

23. معطى في الرسم الخط البياني للقطع المكافئ $f(x) = ax^2 + c$

ومعطاة معادلة المستقيم $y = k$

في كلّ واحد من البنود التالية،

أشيروا هل يُمكن أن يُلائم المعطى للموصوف في الرسم:

(علّوا اختياركم)

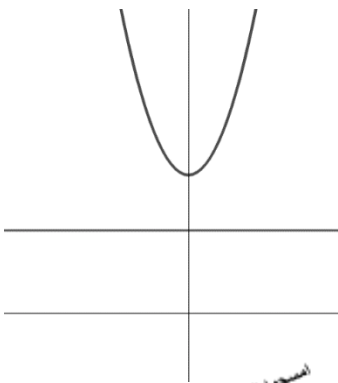
I. $a = 1, c = 4, k = 6$

II. $a = 1, c = 3, k = 1$

III. $a = 1, c = k$

IV. $a = 1, c = 5, k = 3$

V. $a = -1, c = 5, k = 3$

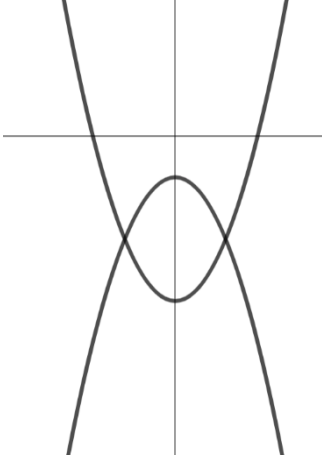


لرمز سريكو ات البركود

24. معطى في الرسم الخطان البيانيان للدالتين التربيعيتين:

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$f(x) = -x^2 - 1$$



- I. لائموا كل دالة مع معادلتها.
- II. سجّلوا في الرسم إحداثيات نقاط الرأس لكل واحد من القطعين المكافئين.
- III. معطى: t عدد سالب معيّن.
- سجّلوا مثال لقيمة لـ t بحيث يكون للمعادلة $x^2 - 4 = t$ حلّين،
وللمعادلة $x^2 - 1 = t$ لا يوجد حلّ.
- IV. لأيّ قيم k تقطع معادلة المستقيم $y = k$ كل واحد من القطعين المكافئين في نقطتين؟

25. دون حلّ المعادلات، أجبوا:

كم حلّاً يوجد لكل واحدة من المعادلات التالية؟

$$x^2 + 6 = 2$$

$$x^2 + 5 = 6$$

$$-x^2 - 1 = 1$$

$$-x^2 + 6 = 3$$

$$-x^2 + 1 = 1$$



26. معطاة المعادلة: $x^2 + 3 = ?$

- I. أكتبوا عدداً بحيث يكون للمعادلة 2 حلول.
- II. أكتبوا عدداً بحيث لا يكون للمعادلة حلّ.
- III. أكتبوا عدداً بحيث يكون للمعادلة حلّ واحد.

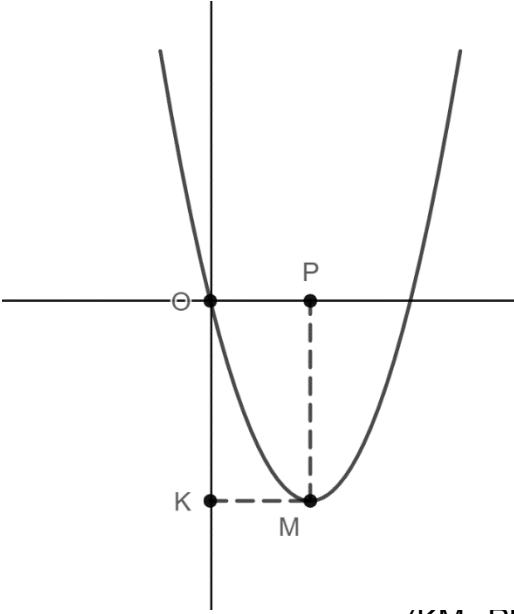
27. معطاة المعادلة: $-x^2 + ? = 2$

- I. أكتبوا عدداً بحيث يكون للمعادلة 2 حلول.
- II. أكتبوا عدداً بحيث يكون لا يكون للمعادلة حلّ.
- III. أكتبوا عدداً بحيث يكون للمعادلة حلّ واحد.

تمرّن في موضوع – إزاحة عامودية وأفقيّة للدالة التربيعيّة

28. يصف الرسم الخط البيانيّ للدالة التربيعيّة:

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4$$



أ. سجّلوا إحداثيي النّقطة M (رأس القطع المكافئ).

ب. احسبوا إحداثيات نقاط تقاطع الخط البيانيّ للقطع المكافئ مع محور X.

ت. بالاعتماد على البند "ب"، حدّدوا لكلّ واحد من الإحداثيات X، هل قيمة الدالة موجبة، سالبة أو 0:

$$x = -1, x = 1, x = 2, x = 4, x = 5$$

ث. مرّروا عبر نقطة رأس القطع المكافئ عمودين موازيين للمحورين (PM و KM).

ما هي مساحة المستطيل OPMK؟

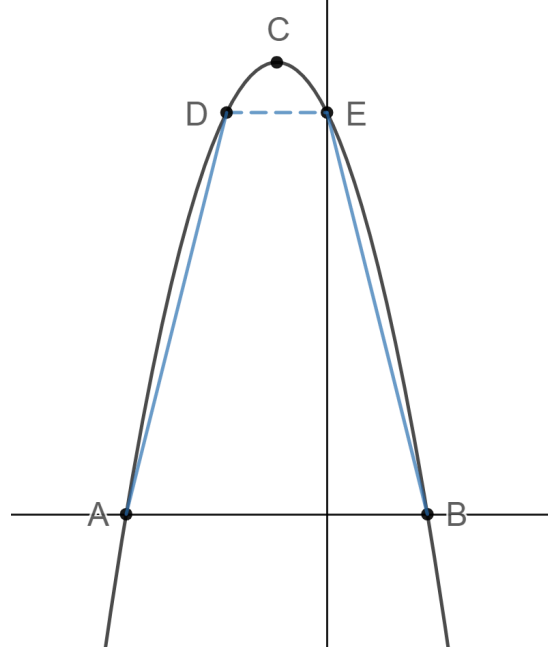
ج. سجّلوا قيمة لـ R لا يوجد فيها للدالة $g(x) = f(x) + R$ نقاط تقاطع مع محور X.

امسحوا الشيفرة،
لتحصلوا على رمز



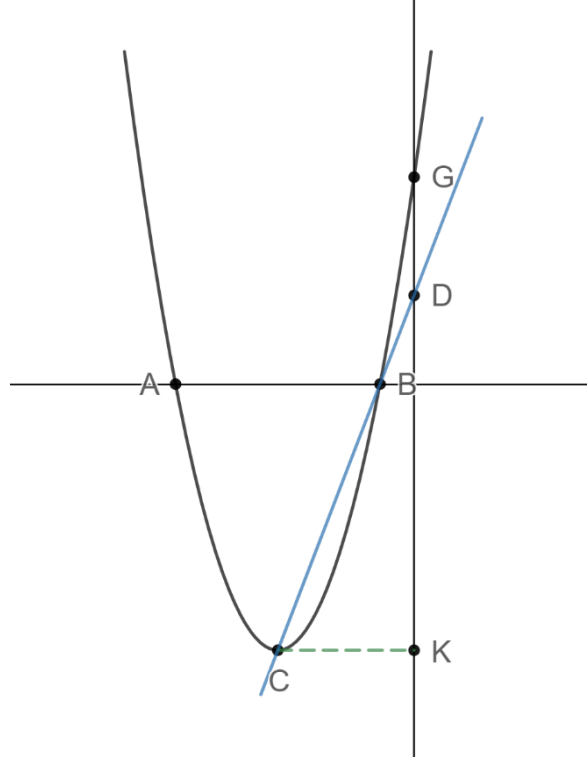
لمتروني الملاما سركو انا البركود

29. يصف الرسم أمامكم الخط البياني للدالة التربيعية: $f(x) = -(x + 1)^2 + 9$.



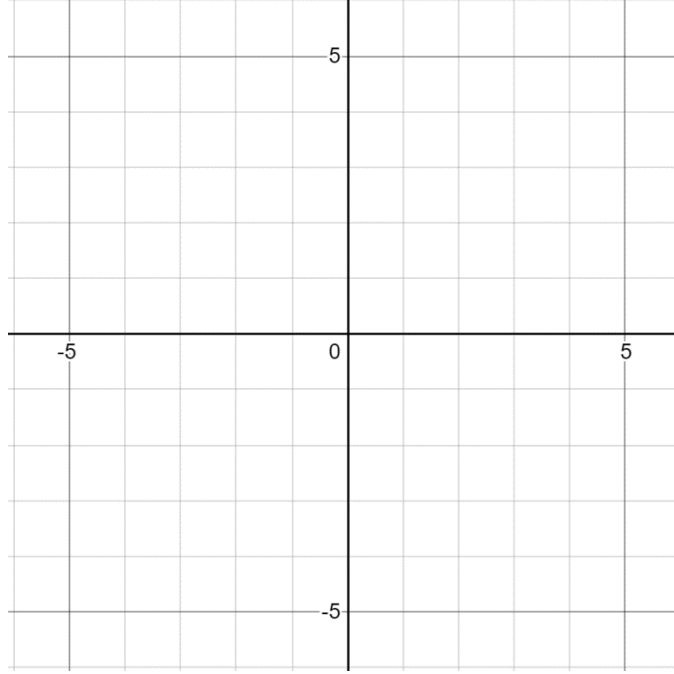
1. احسبوا إحداثيات النقاط A, B, C – إحداثيي **نقطة رأس القطع المكافئ**.
2. احسبوا **مساحة المثلث ABC** .
3. مرّروا عبر نقاط تقاطع الخط البياني للقطع المكافئ مع محور Y مستقيم يوازي محور X .
يقطع المستقيم القطع المكافئ في النقطة D .
 - i. احسبوا إحداثيي النقطة D – **نقطة التقاطع مع محور Y** .
 - ii. سجّلوا معادلة المستقيم DE واحسبوا **إحداثيي النقطة D** .
 - iii. احسبوا مساحة شبه المنحرف $ADEB$.
4. سجّلوا قيمة a لا يوجد فيها للخط البياني للدالة $g(x) = -a(x + 1)^2 + 9$ نقاط تقاطع مع محور X .

30. معطى القطع المكافئ $f(x) = (x + 4)^2 - 9$.



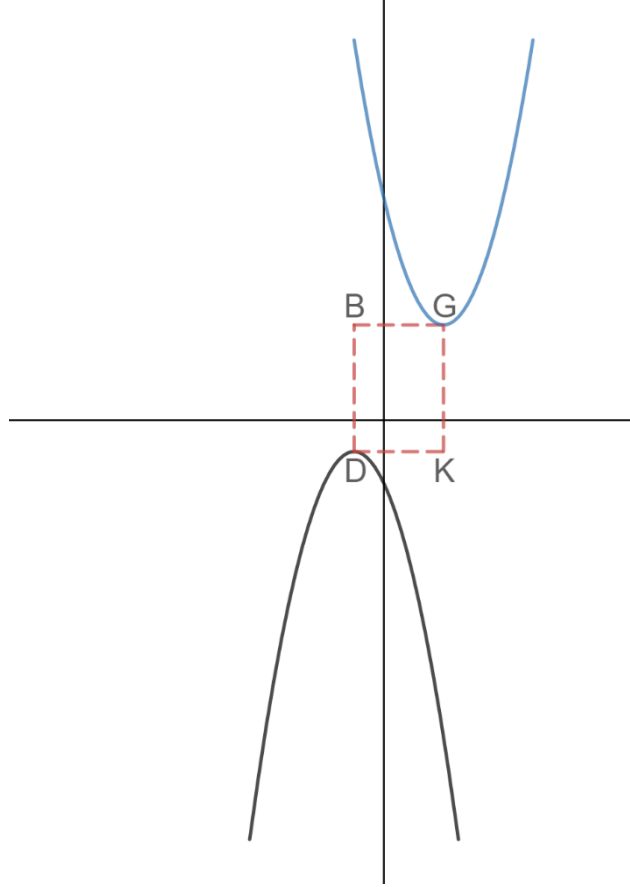
- I. احسبوا:
 - C – رأس القطع المكافئ، A, B – نقطتي التقاطع مع محور X، G – نقطة التقاطع مع محور Y.
 - II. جدوا معادلة المستقيم BC - المستقيم $t(x)$.
 - III. لأي قيم X يتحقق $t(x) > f(x)$ ؟
 - IV. جدوا إحداثيي النقطة D، واحسبوا مساحة المثلث GDB.
 - V. تقع النقطة $P(0, ?)$ على محور Y، بحيث أن مساحة المثلث BDP تساوي مساحة المثلث GDB. ما هما إحداثيي النقطة P؟
 - VI. مرّروا عبر نقطة رأس القطع المكافئ مستقيم يوازي محور X. يقطع المستقيم محور Y في النقطة K.
 1. ما هما إحداثيي النقطة K؟
 2. احسبوا مساحة شبه المنحرف (O) CKOB (نقطة أصل المحاور).
 3. احسبوا محيط شبه المنحرف CKOB.

31. معطى القطع المكافئ $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$.



- I. ارسموا رسماً تقريبياً للخط البياني للدالة.
- II. كم نقطة تقاطع يوجد للخط البياني للدالة مع محور X؟
- III. أشيروا بـ K إلى رأس القطع المكافئ.
عبر النقطة C (نقطة تقاطع الخط البياني للقطع المكافئ مع محور Y) مرّروا موازي لمحور X.
يقطع المستقيم الخط البياني للقطع المكافئ في نقطة إضافية، D.
احسبوا مساحة المثلث KCD.
- IV. أشيروا على المستقيم $y = 9$ بالنقطة R.
بكم مرّة تكبر مساحة المثلث CDR عن مساحة المثلث KCD؟ علّوا.
- V. معطاة الدالة التربيعية $g(x) = f(x) - 11$.
 1. ما هما إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ؟
 2. ما هي مجالات موجبية وسالبة $g(x)$ ؟

32. معطى في الرسم الدالة $f(x) = -(x + 1)^2 - 1$ و D و G نقطتا رأسي القطعين المكافئين $f(x)$, $g(x)$.



- I. احسبوا إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ وأشيروا إلى النقطة في الرسم.
- II. مرّروا عبر نقطة رأس القطع المكافئ عامودين للمحورين بحيث نتج مستطيل BGKD. معطى: $K(2, -1)$ ، مساحة المستطيل 12 وحدة مساحة.
- III. سجّلوا إكانيين لتمثيل جبري للدالة التربيعية $g(x)$.
- IV. احسبوا طول القطعة التي تصل بين رأسي القطعين المكافئين (طول القطعة DG).
- V. سجّلوا المجال الذي تكون فيه الدالة $f(x)$ تنازلية وأيضًا الدالة $g(x)$ تنازلية.

التمثيل كحاصل ضرب في الدالة التربيعية

33. أكملوا الجدول التالي:



لرمز سركو ات البركود

الدالة	نقاط التقاطع مع محور X	محور التماثل	نقطة رأس القطع المكافئ
$y = (x - 1)(x - 5)$			
$y = x(x + 4)$			
$y = (x + 2)(x - 1)$			
$y = 2(x - 1)(x + ?)$		$x = 3$	

34. معطاة الدالة التربيعية: $f(x) = (x - 4)(x + 6)$

ابحثوا الدالة حسب البنود:

I. ما هي إحداثيات نقاط تقاطع الخط البياني للقطع المكافئ مع محور X؟

عينوا الطول في المكان الملائم في الرسم.

II. ما هي معادلة محور تماثل القطع المكافئ؟

عينوا المعطيات التي وجدتموها في المكان الملائم في الرسم.

III. ما هما إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ؟

عينوا النقطة في الرسم.

IV. اشيروا بـ V بجانب الادعاءات الصحيحة فقط:

الدالة تصاعديّة في المجال $x > -1$ وتنزليّة في المجال $x < -1$

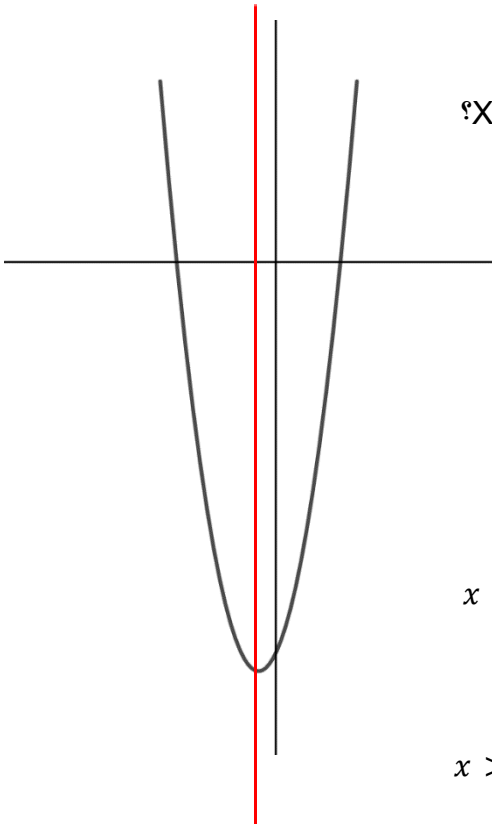
الدالة تصاعديّة في المجال $x > 4$ وأيضًا في المجال $x < -6$

الدالة سالبة في المجال $-6 < x < 4$

الدالة تصاعديّة في المجال $x < -1$ وتنزليّة في المجال $x > -1$

الدالة موجبة في المجال $-6 < x < 4$

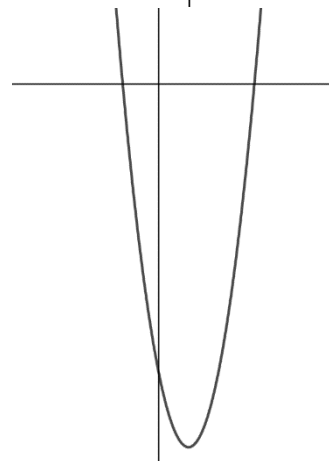
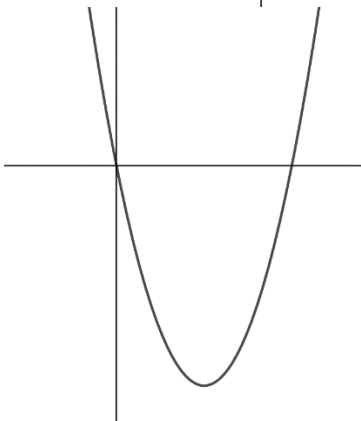
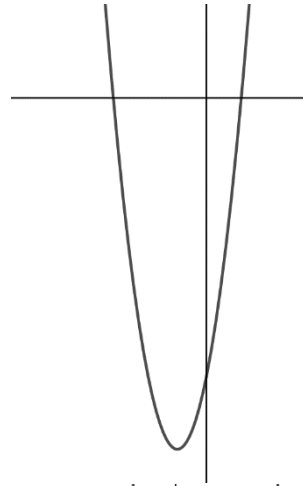
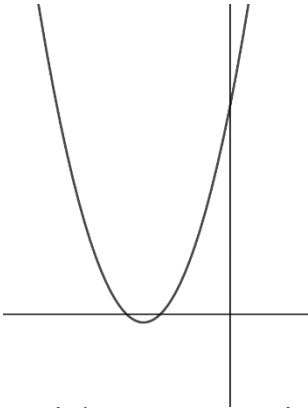
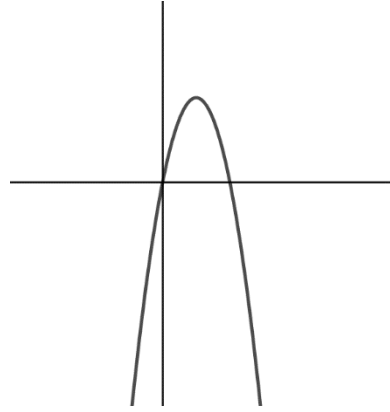
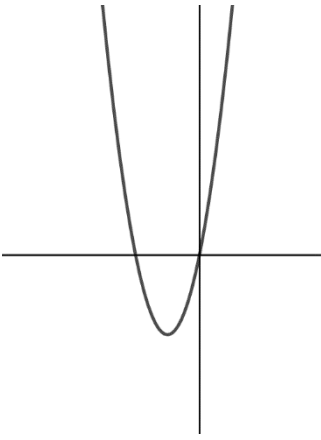
الدالة موجبة وتصاعديّة في المجال $x > 4$



35. أمامكم 6 تمثيلات جبرية لدوال تربيعية، و6 رسوم بيانية.

لائموا كل تمثيل جبري مع الخط البياني الملائم له:

$y = x(x - 5)$	$y = (x - 3)(x + 8)$	$y = -x(x - 5)$
$y = (x + 3)(x - 8)$	$y = (x + 2)(x + 3)$	$y = x(x + 5)$



36. معطاة الدالة التربيعية: $f(x) = (x - 2)(x + c)$.

I. سجّلوا إحداثيات نقاط تقاطع الخط البياني للدالة مع محور x

(عبّروا بدلالة c عند الحاجة).

II. معلوم أنّ محور تماثل القطع المكافئ هو $x = -2$.

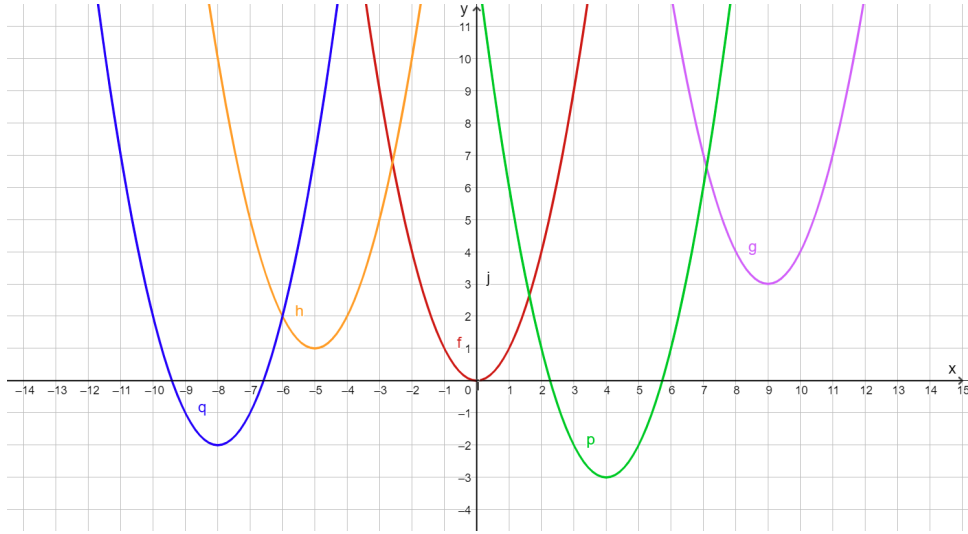
احسبوا قيمة c .

III. أكتبوا قيمة مكان علامة الاستفهام، ليكون للخط البياني للقطع المكافئ $g(x)$

نقطة تقاطع واحدة مع محور x :

$$g(x) = f(x) + ?$$

37. مرسوم في هيئة المحاور أمامكم الخط البياني للدالة $f(x) = x^2$ وأربعة رسوم إضافية نتجت بواسطة إزاحة للخط البياني المعطى.



سجّلوا تمثيل جبري ملائم لكلّ دالة تمت إزاحتها:

$$g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$p(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

38. معطى القطع المكافئ $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

- أ. جدوا إحداثيات نقاط التقاطع مع محور x .
ب. ما هي القيمة العظمى للدالة؟
ت. أي من النقاط التالية تقع على الخط البياني للدالة $C(0, 4)$, $B(2, 1)$ ؟ عللوا.
ث. ارسموا الخط البياني للدالة.
ج. سجلوا قيمة x تكون بها الدالة تصاعديّة وسالبة.
ح. كم حلاً يوجد للمعادلة $1 = -x^2 + 4x - 3$ ؟ فسروا.
خ. معطاة الدالة $g(x) = f(x) - 4$ جدوا نقطة رأس القطع المكافئ $g(x)$.

39. أمامكم خواص تابعة لدالة تربيعية (قطع مكافئ) $f(x)$:
- توجد للدالة نقطة صفرية وحيدة عندما $x = 1$
 - الدالة تصاعديّة عندما $x > 1$
 - الدالة تنازليّة عندما $x < 1$
 - تقع النّقطة $(2, 1)$ على الخط البياني للدالة.

- أ. ارسموا رسماً تقريبيّاً ممكنًا للدالة $f(x)$.
ب. جدوا نقطة تقاطع الخط البياني للدالة $f(x)$ مع محور y .
ت. سجّلوا المجالات الموجبة والمجالات السالبة للدالة، إن وجدت.
ث. معطاة الدالة $h(x)$ ، التي تُحقق $h(x) = f(x) - 2$.
سجّلوا إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ $h(x)$.

40. أمامكم خواص تابعة لدالة تربيعية (قطع مكافئ) $g(x)$:
- إحدى نقاط التّقاطع مع محور x للدالة $g(x)$ هي $(5, 0)$.
 - نقطة رأس الدالة التربيعية هي $(3, 4)$.
- أ. جدوا نقطة التّقاطع الثانية مع محور x للدالة $g(x)$.
ب. ارسموا رسماً تقريبيّاً ممكنًا للدالة $g(x)$.
ت. لأيّ قيم x يتحقق: $g(x) < 0$ ؟
ث. معطاة الدالة $m(x)$ ، التي تُحقق $m(x) = -g(x)$.
سجّلوا إحداثيي النّقطة القصوى للدالة $m(x)$.

41. أمامكم خواص تابعة لدالة تربيعية (قطع مكافئ) $k(x)$:

- نقطة رأس القطع المكافئ هي النقطة $(-2.5, 12.25)$
- إحدى نقطتي تقاطع الخط البياني للقطع المكافئ مع محور x هي عندما $x = 1$

أ. ما هي مجالات تصاعد وتنازل الدالة؟

ب. لأي قيم x الدالة موجبة؟

ت. معطاة الدالة $z(x)$ التي تُحقق $z(x) = -k(x)$.

هل توجد للدالة نقطة قصوى؟ إذا كانت إجابتك نعم، ما هي؟

ث. لأي قيم x يتحقق: (1) $z(x) > k(x)$ (2) $z(x) < k(x)$

42. معطاة الدالة: $f(x) = -x^2 + 4x$

أ. أي من النقاط التالية تقع على الخط البياني للدالة؟ عللوا.

$A(1,3)$, $B(2,12)$, $C(0,4)$

ب. جدوا إحداثيات نقاط التقاطع مع محور x .

ت. ما هي القيمة العظمى للدالة؟

ث. سجلوا المجال الذي فيه $f(x) < 0$.

ج. سجلوا قيمة x تكون فيها الدالة تصاعديّة وسالبة.

ح. ارسموا الخط البياني للدالة.

خ. لأي قيم k يقطع المستقيم $y = k$ الخط البياني للدالة $f(x)$ في نقطتين؟

د. كم حلاً يوجد للمعادلة $-x^2 + 4x = 5$ ؟ فسروا.

ذ. معطاة الدالة $g(x) = f(x) - 4$

1. ما هي نقاط تقاطع الخط البياني للدالة $g(x)$ مع المحاور؟

2. سجلوا المجال الذي يتحقق فيه $g(x) > 0$

3. ارسموا رسماً تقريبياً ممكناً للدالة $g(x)$

43. معطاة الدالة $g(x) = x^2 + 1$.

I. حدّدوا هل الجمل التالية صحيحة أم لا. علّوا.

1. الدالة موجبة لكلّ قيمة لـ x .

2. يمرّ الخط البيانيّ في النّقطة $(0,2)$

3. $g(1) < g(2)$

II. سجّلوا نقطة إضافية تقع على الخط البيانيّ للدالة.

III. معطاة الدالة $f(x) = -x^2$

فسّروا لماذا لا تتقاطع الدالتان $f(x)$ و $g(x)$ ولا تلتقيان.

44. معطاة الدالة: $f(x) = x^2 - 5x + 6$

I. جدوا إحداثيات نقاط التّقاطع مع المحورين.

II. جدوا إحداثيي نقطة رأس القطع المكافئ.

III. ارسموا الخط البيانيّ للقطع المكافئ في هيئة المحاور.

IV. احسبوا $f(1)$.

V. هل تقع النّقطة $(1,2)$ على الخط البيانيّ للدالة؟ علّوا.

VI. سجّلوا لأيّ قيم x الدالة موجبة/سالبة.

VII. سجّلوا لأيّ قيم x الدالة تصاعديّة / تنازليّة.

VIII. لأيّ قيم x يتحقّق $f(x) = 5$ ؟

IX. كم نقطة تقاطع توجد للدالة $f(x)$ مع المستقيم $y = 5$ ؟

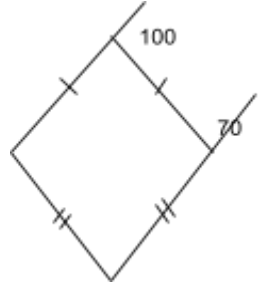
X. عبّروا بدلالة a عن $f(a)$.

XI. أضيفوا للرسم $f(x) + 3$

XII. هل $f(x+4) = f(x) + 4$ ؟ علّوا.

هندسة

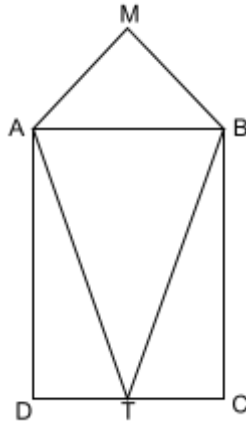
1. احسبوا زوايا الدالتون بالاعتماد على المعطيات في الرسم:



2. معطى في الرسم دالتونان لهما قطر رئيسي مشترك. احسبوا الزوايا المشار لها.



3. معطى أن الشكل الرباعي ABCD هو مستطيل



والمثلث AMB مثلث متساوي الساقين $AM = BM$

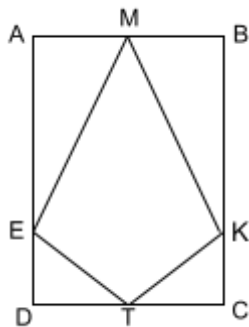
T منتصف DC.

برهنوا أن:

أ. المثلث ABT مثلث متساوي الساقين.

ب. الشكل الرباعي AMBT دالتون.

4. الشكل الرباعي ABCD هو مستطيل. T منتصف DC.



M منتصف AB

$AE = BK$

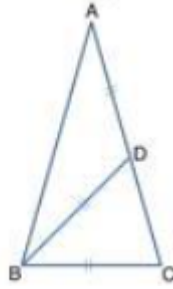
فسروا كيف يمكن برهان أن الشكل الرباعي MKTE هو دالتون.

5. النقطتان $(2,5)$ و $(2,-2)$ هما رأسان متقابلان في الدالتون. المستقيم المار بين النقطتين هو القطر الرئيسي للدالتون.



- أ. ارسموا دالتون كمثال، سجّلوا إحداثيات الرأسين الآخرين.
ب. كم دالتون مختلف يُمكن رسمه؟ فسّروا.
ت. احسبوا مساحة الدالتون الذي رسمتموه.

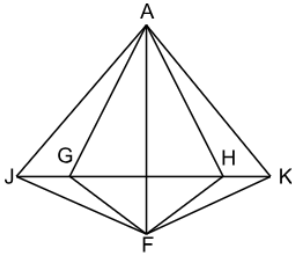
6. المثلثان BCD و ABD هما مثلثان متساويا الساقين ويكوّنان معًا المثلث ABC الذي هو أيضًا مثلث متساوي الساقين



احسبوا مقدار الزاوية A .

التمرين من الكراس

7. دالتون $AHFG$ دالتون. J, K نقطتين على امتداد القطر الثانوي GH من طرفيه.



$$HK = GJ$$

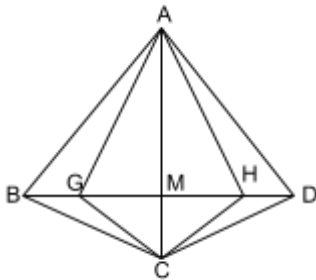
أ. أشيروا إلى الأضلاع المتساوية في الرسم.

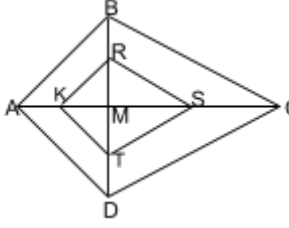
- ب. برهنوا أنّ المثلثين AJG و AKH متطابقان.
ت. فسّروا لماذا المثلثان JGF و KHF متطابقان.
ث. برهنوا أنّ الشكل الرباعي $AKFJ$ هو دالتون.

8. $ABCD$ هو دالتون. H, G هما نقطتان على القطر الثانوي،

$$BG = HD.$$

برهنوا أنّ: الشكل الرباعي $AGCH$ هو دالتون.

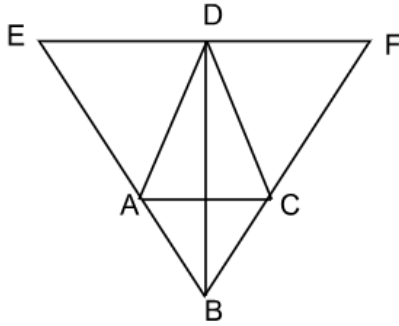




9. M هي نقطة تقاطع قطريّ الدالتون ABCD

$$.AB = AD, BC = CD$$

تقع النّقاط K, R, S, T في منتصف القطع التي تصل بين رأسي الدالتون مع M. برهنوا أنّ: KRST هو دالتون.



10. EFB مثلث. A, C, D نقاط على الأضلاع

EB, BF, EF على التلاؤم.

$$BD \perp EF$$

BD منصف الزاوية B

$$AC \parallel EF$$

برهنوا أنّ:

أ. المثلث EBF هو مثلث متساوي الساقين.

ب. المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين.

ت. الشكل الرباعي ABCD دالتون.

11. في مثلث قائم الزاوية ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)، يقع الرأس B على محور x ويقع الرأس A على

محور y. مرّروا من الرأس C عامود على محور x الذي يقطعه في النقطة D (انظروا الرسم). النقطة O

هي نقطة أصل المحاور.

أ. برهنوا أنّ: $\Delta AOB \sim \Delta BDC$

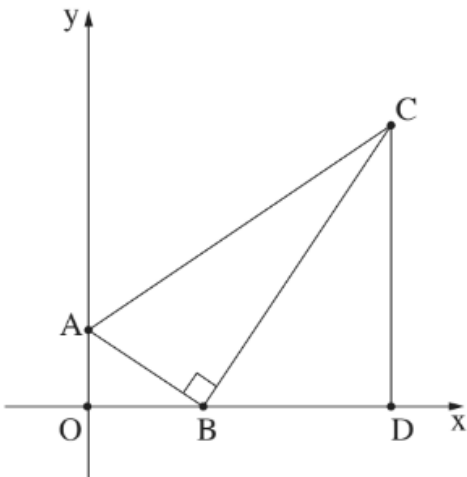
ب. معطى أنّ: $CD = 2.5 OB$ ، معادلة الضلع AB هي $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

1. جدوا طولي القطعتين AO, BO.

2. جدوا طولي القطعتين CD, BD.

3. جدوا إحداثيات النقطتين B, C.

ت. احسبوا مساحة ومحيط المثلث ABC.



12. ABCD هو متوازي أضلاع ، إحداثيات ثلاثة من رؤوسه هي: $A(-2,-3)$, $B(-2,4)$, $C(8,9)$

أ. جدوا إحداثيي النقطة D.

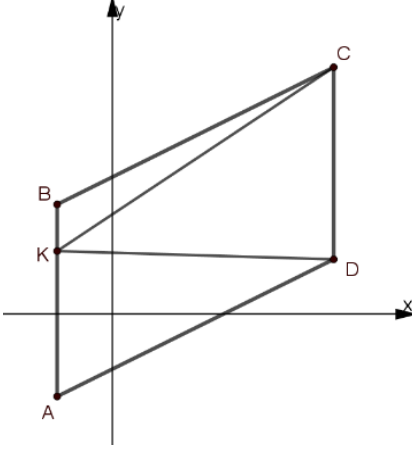
ب. احسبوا مساحة متوازي الأضلاع ABCD.

(انتبهوا: AB يوازي محور y)

ت. تقع النقطة k على المستقيم AB بحيث يتحقق $BK = 2$.

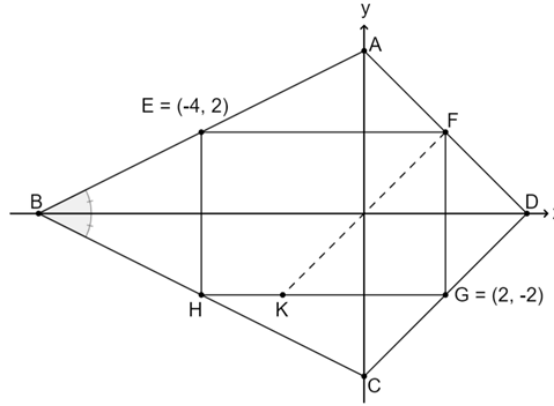
جدوا إحداثيي النقطة K.

ث. احسبوا مساحة المثلث AKD.



13. معطى في هيئة المحاور مستطيل FGHE أضلاعه موازية للمحورين.

معطى: $E(-4,2)$, $G(2,-2)$



بالاعتماد على الرسم أجبوا عن البنود التالية:

أ. أكملوا إحداثيات رؤوس المستطيل (النقطتان F و H في الرسم).

ب. برهنوا أن: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين.

ت. برهنوا أن: الشكل الرباعي ADCB هو دالتون.

ث. ميل المستقيم AD هو -1. جدوا إحداثيي الرأس D.

ج. مرّروا عبر النقطة F ونقطة أصل المحاور، مستقيم.

يقطع المستقيم الضلع GH في النقطة K (انظروا الرسم).

ج1. بينوا أن: $FK \parallel DC$.

ج2. احسبوا إحداثيي النقطة K.

ج3. ما هو نوع المثلث FGK؟

ح. احسبوا مقدار $\angle D$.

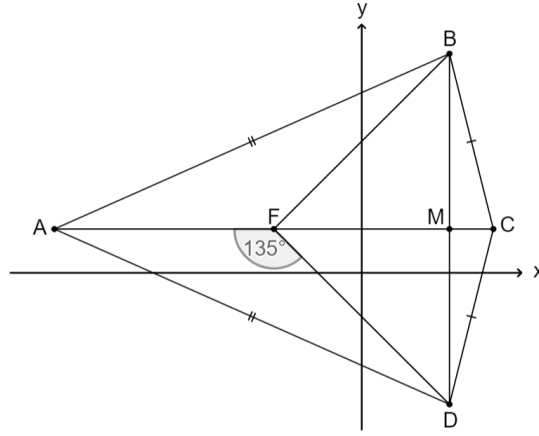


14. معطى في هيئة المحاور دالتون ABCD

$$.(AB=AD , BC=DC)$$

يقع قطرا الدالتون على المستقيمين: $x = 2, y = 1$

ويتقاطعان في النقطة M – انظروا الرّسم.



يقع أحد أضلاع الدالتون على المستقيم $y = -4x + 13$.

أ. لأي من أضلاع الدالتون تُلائم المعادلة المعطاة؟

ب. برهنوا أنّ الشّكل الرباعيّ BCDF دالتون.

ت. 1. جدوا إحداثيي النقطة M.

ت. 2. جدوا إحداثيات الرأسين B, C.

ت. 3. جدوا إحداثيي الرأس D.

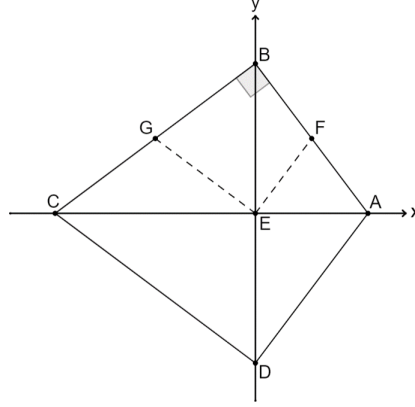
ث. معطى: $\angle AFD = 135^\circ$.

جدوا إحداثيي الرأس F.

ج. احسبوا مساحة ومحيط الدالتون BCDF.

15. معطى في هيئة المحاور دالتون $(ABCD)$ ($AB, CB=CD=AD$) يلتقي قطراه في نقطة أصل المحاور المُشار لها بالحرف E .

معطى: $BD = 8, AB \perp BC, AB = 5$.



أ. أكملوا إحداثيات النقاط B, D .

ب. أكملوا إحداثيي الرأس A .

ت. معطى: ميل المستقيم BC هو $\frac{3}{4}$.

احسبوا مساحة الدالتون.

ث. ماذا يُمكنكم القول عن مقدار الزاوية $\angle BCA$ ؟

i. مساوية لـ 45° .

ii. أكبر من 45° .

iii. أصغر من 45° .

iv. لا يُمكن المعرفة.

ج. النقطتان F, G هما منتصف الصّلعين AB, BC على التلاؤم.

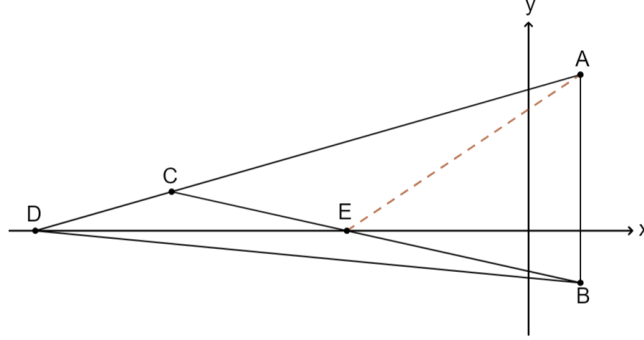
ما هي النسبة بين مساحة الشّكل الرّباعيّ $GBFE$ وبين مساحة الدالتون $ABCD$ ؟ علّوا.

16. معطى في هيئة المحاور مثلث ABD تقع أضلاعه على المعادلات:

$$y = \frac{2}{7}x + \frac{19}{7}$$

$$x = 1$$

$$-x - 10.5y = 9.5$$



أ. لائموا لكل ضلع من أضلاع المثلث معادلته.

ب. احسبوا إحداثيات رؤوس المثلث.

ت. تقع النقطة E على محور X،

وتكوّن مع الرأسين B و D مثلث مساحته 3.5 وحدة مساحة.

ت1. احسبوا إحداثيي النقطة E.

ت2. $BE=EC$. ما هي مساحة المثلث DCE؟

ت3. احسبوا إحداثيي الرأس C.

ث. مرّروا عبر النقطة C موازي لمحور X.

يقطع الموازي الضلع AB في النقطة K.

احسبوا إحداثيي النقطة K.

ج. فسّروا لماذا المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين.

ح. أشيروا إلى الادعاءات الصحيحة:

i. AE متوسط للضلع BC في المثلث المتساوي الساقين، لذلك $AE \perp BC$.

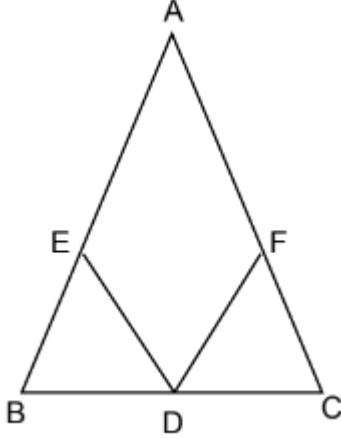
ii. $S_{DCE} = S_{ACE}$ ، لذلك AE متوسط للضلع BC، لذلك

iii. $S_{ABC} = 2 \cdot S_{BCD}$.

iv. ΔDCE مثلث متساوي الساقين.

v. $S_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABC}$.

17. مثلث ABC مثلث متساوي الساقين ($AB=AC$).



معطى: نقطتان E, F على الساقين

D منتصف BC.

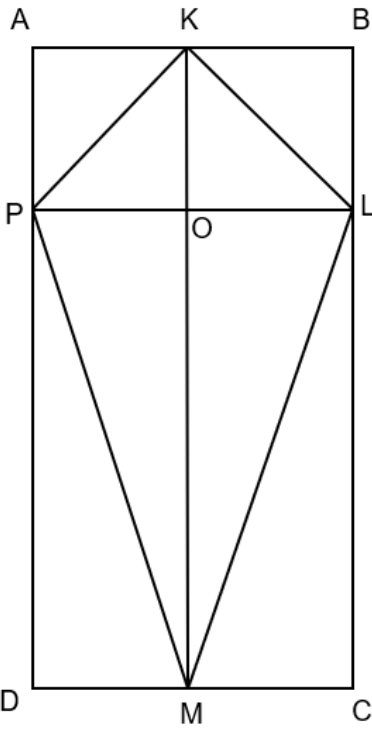
$EB=FC$.

أ. برهنوا أن: $\triangle EDB \cong \triangle FDC$.

ب. برهنوا أن الشكل الرباعي AEDF دالتون.

ت. صلوا بين النقطتين EF. أي شكل رباعي هو الشكل الرباعي BEFC. فسروا جوابكم.

ث. معطى أن: $EF = 1.5 DC$. احسبوا النسبة بين مساحة المثلث BED ومساحة الشكل الرباعي BEFC.



18. معطى: الشكلان الرباعيان ABCD و PLCD هما مستطيلان.

النقطة K هي منتصف الضلع AB. النقطة M هي منتصف الضلع DC.

O هي نقطة التقاء قطري الشكل الرباعي KLMP.

أ. برهنوا أن: الشكل الرباعي KLMP هو دالتون.

تقسم النقطة P الضلع AD بحيث أن $AP : PD = 1 : 3$.

معطى أن مساحة المثلث PKO هي S.

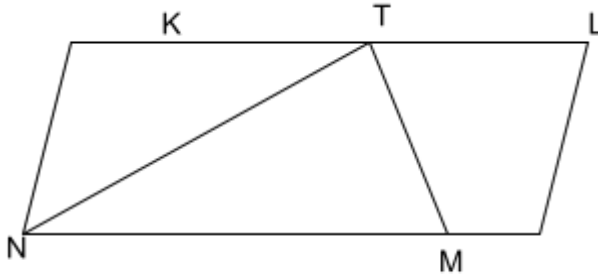
ب. عبّروا بدلالة S عن مساحة الشكل الرباعي ABCD. علّوا.

وزارة التربية
السكرتارية التربوية
قسم العلوم
قسم التفقيش على تدريس الرياضيات

20. (0,2) و(3,0) هما إحداثيات رأسان متجاوران في متوازي أضلاع. جدوا إحداثيات نقطتان لإضافيتان يُمكن أن تكونا الرأسين الآخرين.

أ. كم متوازي أضلاع مختلف ممكن أن نجد؟

ب. جدوا متوازي أضلاع من بين كل المتوازيات الأضلاع التي بنيتها بحيث تكون مساحته 6 وحدات مساحة.



21. في متوازي الأضلاع KLMN

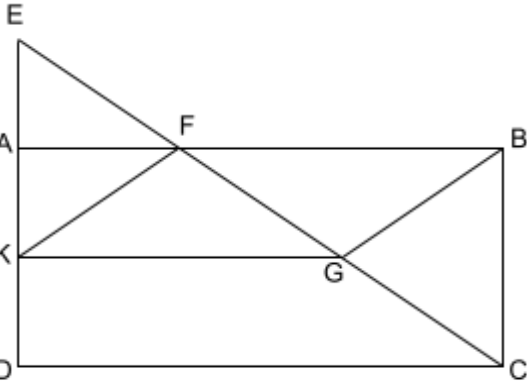
NT يُنصف الزاوية N

ومعطى:

$$NT = NM, \angle NTM = 80^\circ$$

أ. احسبوا زوايا متوازي الأضلاع.

ب. برهنوا أن TM يُنصف الزاوية $\angle NTL$.



22. الشكل الرباعي ABCD هو مستطيل.

معطى:

E يقع على امتداد AD بحيث أن: $AE = AK$

تقع النقطتان F, G على القطعة EC بحيث أن:

$$EF = FG = GC$$

برهنوا أن:

$$أ. \triangle EAF \sim \triangle CBF$$

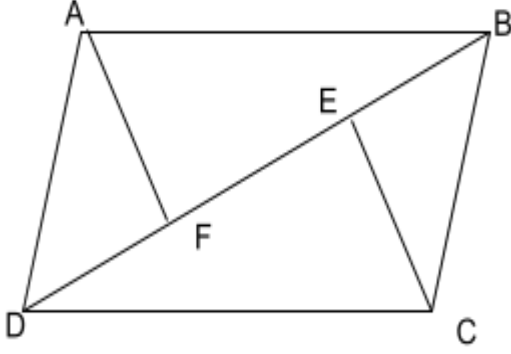
ب. مثلث EFK مثلث متساوي الساقين.

ت. الشكل الرباعي FBGK متوازي أضلاع.

ث. معطى: $BC = 8$ سم

$$15 \text{ سم} = AB$$

احسبوا مساحة متوازي الأضلاع FBGK.



23. معطى متوازي أضلاع ABCD
تقع النقطتان E و F على القطر BD.

$EC \perp DB$ ، $AF \perp DB$

برهنوا أن:

أ. $\angle ECD = \angle FAB$

ب. $AF = EC$

معطى أيضاً: $AD = 5$ سم ، $DF = 4$ سم

ت. احسبوا طول AF.

معطى أيضاً: $FE = 2$ سم

*ث. احسبوا مساحة متوازي الأضلاع.

أسئلة تنوير رياضي:

1. المشغلات غير الصالحة للاستعمال

تقوم شركة "الكتريكس" بإنتاج نوعين من المعدّات الإلكترونيّة: مشغلات الفيديو ومشغلات الصوت.

في نهاية الإنتاج اليوميّ، يتم فحص المشغلات، ويتم أخذ المشغلات التي يتبين أنها غير صالحة للاستعمال وإرسالها للإصلاح.

يعرض الجدول أمامكم معدّل عدد المشغلات المنتجة يومياً من كلّ نوع،

ومعدّل نسبة المشغلات غير الصالحة للاستعمال يومياً.

نوع المشغل	معدّل عدد المشغلات المنتجة في اليوم	معدّل نسبة المشغلات غير الصالحة للاستعمال في اليوم
مشغلات فيديو	2000	5%
مشغلات صوت	6000	3%

أ. أمامكم ثلاثة ادعاءات حول الإنتاج اليوميّ في شركة "الكتريكس".

هل الادعاءات صحيحة؟

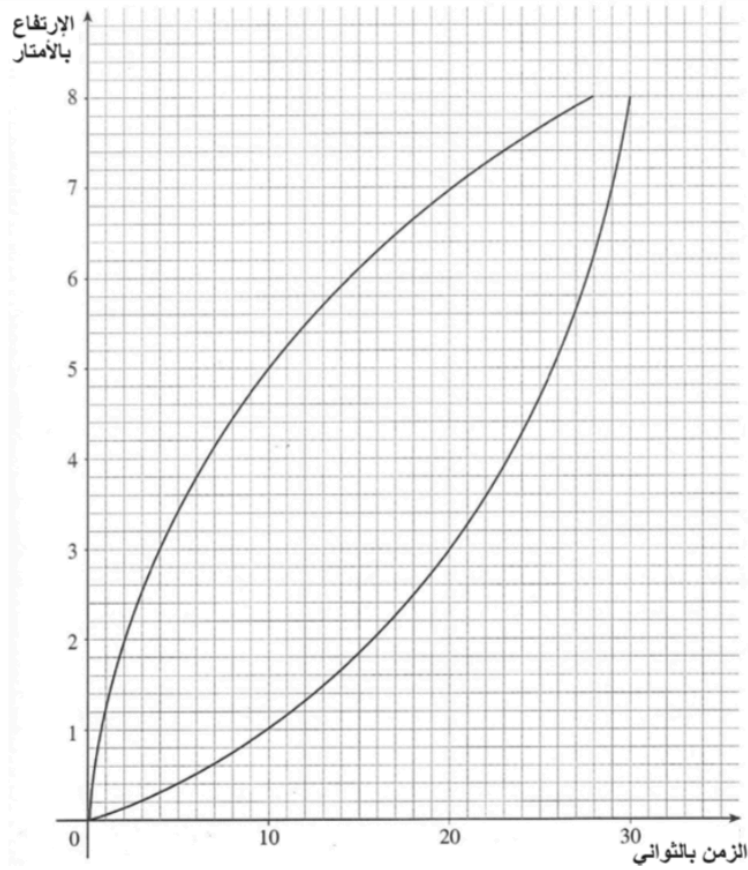
ادعاء	هل الادعاء صحيح؟
تُلث المشغلات المنتجة في اليوم هي مشغلات فيديو.	نعم / لا
في كلّ مجموعة من 100 مشغل فيديو المنتجة في المجتمع، يوجد بالضبط 5 غير صالحة للاستعمال	نعم / لا
إذا اخترنا بشكل عشوائي مشغل فيديو من المنتج اليوميّ للفحص، الاحتمال أنّه يجب تصليحه هو 0.03	نعم / لا

ب. ادعى أحد الفاحصين الادعاء التالي:

"في المعدّل، عدد مشغلات الفيديو المرسلّة للتصليح في كلّ يوم أكبر من عدد مشغلات الصوت المرسلّة للتصليح في كلّ يوم".

حدّدوا هل صدق الفاحص أم أخطأ؟ علّوا جوابكم بمساعدة ادعاء (حُجّة) رياضيّة.

2. تصف الخطوط البيانية ارتفاع مهرجين خلال تسلقهما على حبال في السيرك.



أ. "لولو" بدأ في التسلق ببطء وبعد ذلك زاد من وتيرة تسلقه، بينما بدأ "سوسو" في التسلق بسرعة وبعدها ببطء.

لائموا لكل واحد من المهرجين الخط البياني الذي يصف طريقة تسلقه.

ب. لأي ارتفاع وصل "لولو" بعد مرور 10 دقائق؟

ت. كم من الوقت استغرق "سوسو" للوصول إلى ارتفاع 3 أمتار؟

ث. كيف يُمكن أن نرى من خلال الخطوط البيانية أنهما تسلقا لنفس الارتفاع، وما هو هذا الارتفاع؟

ج. بعد مرور كم من الزمن وصل كل واحد منهما لمنتصف ارتفاع التسلق؟



ح. كم كان الفرق بين الارتفاعين بعد مرور 10 ثواني؟

خ. بعد مرور كم دقيقة كان فرق الارتفاع بينهما 3 أمتار؟

أحاجي للتسلية

سؤال 1:

رمز
 $s + m + a + r + t = ?$

$$\begin{cases} s + m + a + r = 7 \\ s + m + a + t = 11 \\ s + m + r + t = 14 \\ s + a + r + t = 14 \\ m + a + r + t = 9 \end{cases}$$

$s = ? \quad m = ? \quad a = ? \quad r = ? \quad t = ?$

سؤال 2:

2. a, b, c, d هي أربعة أعداد طبيعية متتالية. برهنوا أن:

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ هو دائماً عدد زوجي، لكن لا يمكن أن يكون من مضاعفات الـ 4.

سؤال 3:



أعطت المعلمة جلييلة لطلابها مهمة:
اختراروا عددين فرديين متتاليين، ارفعوهما للقوة 2 واحسبوا الفرق بينهما.
"هل حصلتم جميعكم على عدد يقبل القسمة على 8؟"

$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$	نانسي:
$15^2 - 13^2 = 225 - 169 = 56$	أمير:
$9^2 - 11^2 = 81 - 121 = -40$	عابد

أ. هل هذا صحيح دائماً؟ برهنوا ادعائكم.
ب. ادعى عابد أنه بالإمكان اختيار أيّ عددين وسيعمل السحر.
مثال: $15^2 - 7^2 = 225 - 49 = 176$
برهنوا أن فرق تربيعي أيّ عددين زوجيين، يقبل القسمة على 8.

سؤال 4:

معطاة المعادلة:

$$\frac{(x-2)(x+3)}{24} - \frac{(x-5)(x+3)}{15} + \frac{(x-2)(x-5)}{40} = 1$$

بيّنوا أنّ: 2, -3, 5 يحققون المعادلة.
أ. هل يُمكن أن يكون لمعادلة تربيعية ثلاثة حلول؟ فسّروا.

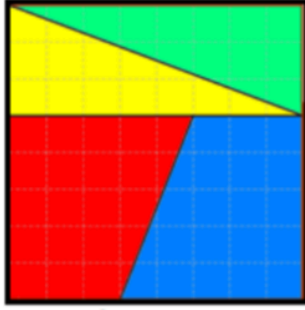
ب. هل تستطيعون بناء "معادلات" تربيعة إضافية كهذه؟

المصدر: تدلینم، كشر ح"م.

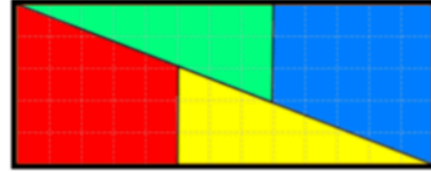
سؤال 5:

هل $65=64$ ؟

قسّموا لوحة شطرنج مربعة الشكل أطوالها 8×8 تربيعة لمتلّين وشبهي منحرفين. (رسم توضيحي 1)
رگبوا القطع من جديد وحصلوا على لوحة مستطيلة أطوالها 5×13 تربيعة. (رسم توضيحي 2)



رسم توضيحي 1



رسم توضيحي 2

مساحة المربع هي 64، بينما مساحة المستطيل الناتج هي 65.

أ. هل فعلاً أضيفت تربيعة؟ كيف تفسرون اللغز؟

ب. من المثير للاهتمام أن نلاحظ أن الأعداد التي استعملت في البناء هي 3، 5، 8، 13.

ما الذي يميّز هذه السلسلة من الأعداد؟

حاولوا صياغة العلاقة بين الأعداد وكذلك العلاقة بين المساحات بطريقة جبرية.

ت. هل يمكنكم العثور على أمثلة لمربعات ومستطيلات أخرى لها خاصية مشابهة؟