

בס"ד

מבצע "נתיב אספקה" – סיוע הומניטרי- הסבר למורים

רציונל: אנו הופכים את הכיתה לחדר מצב (Command Center) התלמידים הם מהנדסי משימה. המטרה היא תכנון לסייע לקבוצת הניצולים בפתרון טכנולוגי לבעיה דחופה.



פנייה לתלמידים:

בוקר טוב לצוותי ההנדסה. התקבלה אות מצוקה. קבוצת ניצולים אותרה על אי מבודד שאין אליו גישה ימית בגלל סלעים מסוכנים. הדרך היחידה להעביר להם ציוד רפואי ומזון היא באמצעות שיגור אווירי מדויק בעזרת קטפולטה (היוצר מסלול פרבולי מהשנייה הראשונה), מנקודת החילוץ שלנו שנמצאת במרחק ידוע

המשימה: עליכם לתכנת את מערכת השיגור. המערכת עובדת על בסיס פונקציות ריבועיות (פרבולות). כל צוות יקבל נתוני סביבה שונים (רוח, מכשולים, מיקום המשגר) ועליכם לחשב את המסלול הקריטי כדי שהאספקה תנחת בדיוק ביעד ולא תתרסק בים או בסלע

שימו לב: כישלון בחישוב = כישלון במשימה

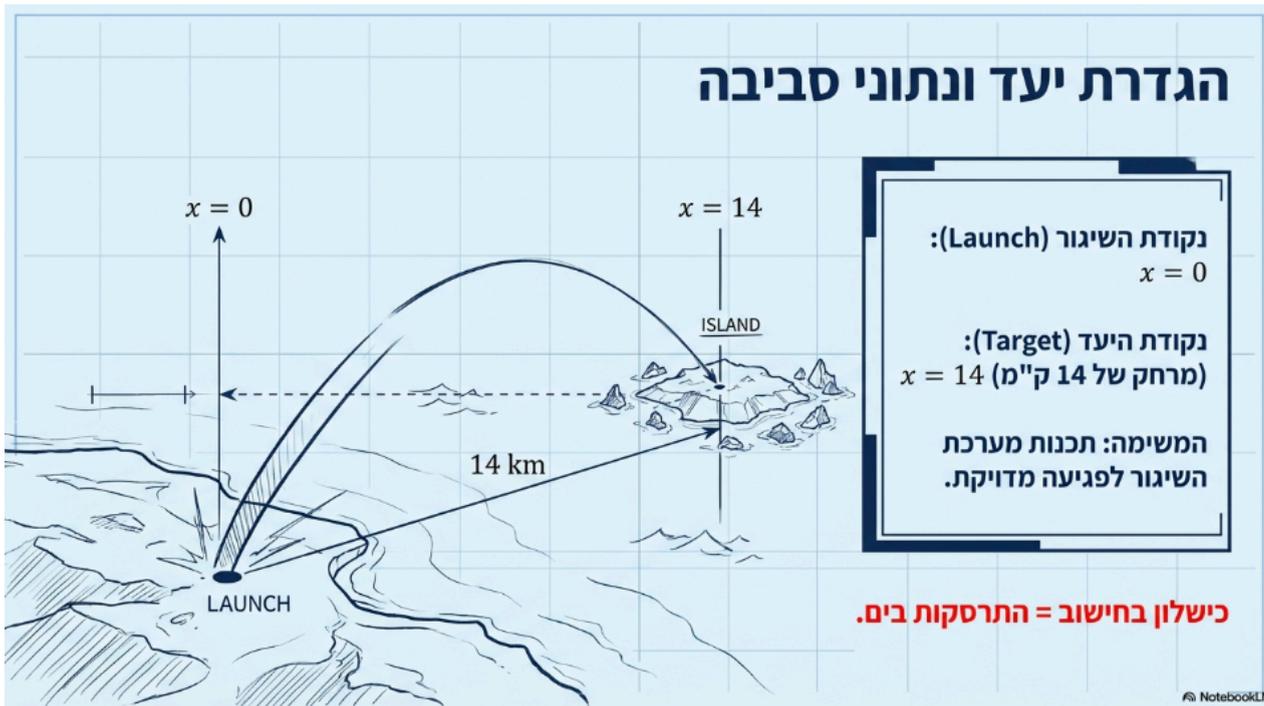
"פתחו מחשבים, מחשבוני, דפים, כלי כתיבה, מתחילים בכיול המערכת"



להלן חלוקת המשימות לצוותים השונים. כל צוות נדרש לנתח את הנתונים, לבצע חישובים



ולפתור את הדילמות ההנדסיות.



צוות 1 – "המשגר הפוך" 

המערכת הזינה את פונקציית השיגור $f(x) = x^2 - 14x$ לאי השכן (היעד) נמצא
במרחק 14 ק"מ.

1. ניתוח היתכנות: המערכת מתריעה על שגיאה קריטית במסלול $f(x)$

א. שרטטו סקיצה של המסלול המוצע. 

ב. הסבירו: מדוע מסלול זה אינו הגיוני לשיגור גוף פיזי מעל פני הים (ציר x ?)

2. תיקון קוד: כתבו פונקציה חדשה $g(x)$ שתתקן את כיוון הפרבולה אך תשמור על נקודות השיגור והנחיתה המקוריות.

3.  דילמת המהנדסים - בצוות התעורר ויכוח לגבי ייחודיות המסלול

- דני טוען: "כדי לפגוע באותה נקודה בדיוק, חייבים את אותן נקודות אפס, ולכן יש רק פרבולה אחת אפשרית".
- דנה טוענת: "אפשר לפגוע באותה נקודה עם אינסוף מסלולים שונים (גבהים שונים), וכולם ינחתו ב $x = 14$ ".

מי צודק? נמקו את תשובתכם

 צוות 2 – כיוול למרחקים ואופטימיזציה

הצוות כתב את הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 7x$ ליעד הנמצא במרחק 14 ק"מ.

1. **בקרת נזקים:** חשבו היכן תנחת האספקה אם נשתמש בפונקציה הנוכחית? האם היא תגיע

ליעד, תעבור אותו, או תיפול לים לפניו?

2. **אופטימיזציה:** עליכם להכפיל את טווח המעוף פי 2 כדי להגיע ל-14 ק"מ.

הצוות קיבל נתונים של שלושה פרוטוקולים לשינוי המערכת.

○ פרוטוקול 1- הכפלת כל הפונקציה פי 2.

○ פרוטוקול 2- הכפלת הפרמטר b פי 2.

○ פרוטוקול 3- הכפלת הפרמטר a פי 2.

חקרו בצורה אלגברית וגרפית: איזה מהפרוטוקולים יגרום לנחיתה ב- $x = 14$. נמקו.

תיקון קוד: רשמו את הפונקציה המתוקנת על פי הפרוטוקול שבחרתם. $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.  **דילמת המהנדסים** - בצוות התעורר ויכוח לגבי ייחודיות המסלול

○ אייל טוען: "כדי לפגוע באותה נקודה בדיוק, חייבים את אותן נקודות אפס, ולכן יש רק פרבולה אחת אפשרית".

○ ליבי טוענת: "אפשר לפגוע באותה נקודה עם אינסוף מסלולים שונים (גבהים שונים), וכולם ינחתו ב- $x = 14$ ".

מי צודק? נמקו את תשובתכם.

צוות 3: מבצע – "תקרה אטמוספרית"

זוהתה מגבלה טכנית קריטית : מערכת השיגור מושבתת ויוצאת מכלל שליטה בגובה של 40 ק"מ ומעלה בשל קרינה אטמוספרית עזה. עליכם לוודא שמסלול השיגור הוא מסלול בטוח. מערכת הנתונים והאילוצים:

- ✓ X - מייצג את המרחק האופקי מנקודת השיגור בק"מ (בגובה פני הים).
- ✓ Y - מייצג את גובה המערכת מעל פני הים בק"מ.
- ✓ נקודת היעד : האי נמצא במרחק של 14 ק"מ מנקודת השיגור .
- ✓ פונקציית המשגר $f(x) = -x^2 + 14x$

שלב א': הערכת סיכונים

המערכת מכילת כרגע לפי פונקציית המשגר. לפני האישור הסופי, עליכם לבדוק את בטיחות השיגור.

1. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע האספקה במסלול הנוכחי? הציגו את דרך החישוב.
2. האם המסלול הנוכחי בטיחותי? אם לא, בכמה קילומטרים הוא חורג מ"תקרת הקרינה"?
3. דו"ח נזק: האם האספקה תצליח להגיע ליעד, או שהמערכות שלה יושבתו בדרך? הסבירו על סמך מגבלת ה- 40 ק"מ.

4. דילמת המהנדסים - בצוות התעורר ויכוח לגבי "מסלול בטוח"

איתן טען: " נעשה הזזה אנכית כדי להנמיך את המסלול",
אפרת טענה "האספקה אמנם תעבור מתחת ל-40 ק"מ, אבל אנחנו נפספס את האי! היא לא תנחת ב $x = 14$ ק"מ"
מי צודק?
(הציעו ערך לפרמטר k בפונקציה $f(x) - k$ שיאפשר "מסלול בטוח" ובדקו האם האספקה תנחת ביעד $x = 14$.)

שלב ב': כיוול מחדש

צוות המהנדסים התייעצו עם דני מומחה למערכות שיגור, הוא טען "כדי שהאספקה לא תעבור את גובה ה-40 ק"מ, עליכם לשנות את ערכי הפרמטר a

$$f(x) = a(-x^2 + 14x)$$
 בפונקציה

1. **מציאת הפרמטר הקריטי:** מהו הערך של a שיבטיח שהאספקה תגיע בדיוק לגובה שיא של

40 ק"מ?

(הציבו $x = 7$ $y = 40$ בפונקציה ומצאו את ערכו של a)

2. **קביעת טווח ביטחון:** המהנדסים הראשיים ממליצים על $a = 0.5$, כדי ליצור "מרווח

ביטחון".

i. האם זהו מסלול "בטוח" מבחינת מגבלת הגובה?

ii. האם האספקה עדיין תנחת בדיוק במרחק של 14 ק"מ? נמקו.

שלב ג': סיכום ואישור שיגור

כתבו את פונקציה השיגור שבחרתם כך שתבטיח "מסלול בטוח" שתגיע ליעד $x = 14$ ק"מ.

צוות 4: לוגיסטיקה ומיקום משגר

הנתונים: מסלול השיגור $f(x) = -x^2 + 14x$

בשל תנאי קרקע בוציים בקו החוף המקורי ($x = 0$) נאלצנו להסיג את המשגר 2 ק"מ אחורה, אל פנים האי שלנו (לכיוון השלילי של ציר ה- x). המערכת עדכנה אוטומטית את פונקציית המסלול.

הפונקציה החדשה שהתקבלה במחשב $g(x) = -(x + 2)^2 + 14(x + 2)$

עליכם לוודא שהשינוי במיקום המשגר לא יגרום לנו לפספס את הניצולים.

שלב 1: איכון מיקום ובדיקת מערכות

1. זיהוי נקודת השיגור: על סמך הפונקציה החדשה, מצאו מהי נקודת השיגור. הציגו את החישוב האלגברי.
2. אימות נתונים: האם התוצאה שקיבלתם תואמת את הדיווח מהשטח על הזזה של 2 ק"מ שמאלה (לכיוון השלילי)? הסבירו בקצרה.
3. זיהוי נקודת הנחיתה: מצאו את נקודת האפס השנייה של הפונקציה. היכן תנחת האספקה בקרקע?

שלב 2: ניתוח המרחק הכולל

1. חישוב טווח הטיסה: מהו המרחק הכולל (בק"מ) שתעבור החבילה באוויר, מנקודת השיגור ועד נקודת הנחיתה שמצאתם?
2. השוואת ביצועים: האם הזזת המשגר שמאלה השפיעה על המרחק הכולל שהאספקה עוברת באוויר לעומת הפונקציה המקורית? $f(x) = -x^2 + 14x$

🎯 חלק 3: הערכת משימה – האם פגענו?

- שימו לב: אי הניצולים (היעד) עדיין נמצא בנקודה $x=14$ ביחס לקו החוף המקורי.
1. על סמך החישובים שלכם, האם האספקה תנחת על האי, תפגע בים לפניו, או תעבור אותו? הסבירו את תשובתכם בעזרת הערכים שמצאתם בסעיפים הקודמים.
2. מהו המרחק מנקודת השיגור החדשה $(-2, 0)$ לאי?

💡 3. דילמת המהנדסים

- המתכנת הראשי טוען: "כדי להגיע ליעד שנמצא ב- $x = 14$ מעמדת שיגור שנמצאת ב- $x = -2$ אנחנו חייבים פונקציה עם טווח של 16 ק"מ, ולא 14 ק"מ".
מה לדעתכם צריך לשנות בפונקציה $g(x) = -(x + 2)^2 + 14(x + 2)$ כדי שהיא תנחת בדיוק ב- $x = 14$?



משימת סיכום לכל הצוותים: "אישור השיגור האחרון" ושיגור סופי

מהנדסים נכבדים, לאחר שבועות של כיוולים, הכנות, תקלות קוד בצוות 1, טעויות בטווח בצוות 2, ניתוח העתקות אופקיות ומגבלה אטמוספירית, הגיע הרגע הגורלי. עלינו לאשר את המסלול הסופי של חבילת האספקה לאי הניצולים.

מערכת הנתונים והאילוצים הסופיים:

- **טווח השיגור:** מנקודת המוצא ועד ליעד בנקודה $(x=14)$.
- **יחידות המדידה:** ציר ה- x (מרחק) וציר ה- y (גובה) מיוצגים שניהם בקילומטרים (ק"מ).
- **אילוץ בטיחות קריטי:** מערכת השיגור מושבתת בגובה של 40 ק"מ ומעלה בשל קרינה אטמוספירית.
- **אילוץ תנאי שטח:** בשל תנאי קרקע בוציים בקו החוף המקורי $(x = 0)$ יש להסיג את המשגר 2 ק"מ אחורה, אל פנים האי (לכיוון השלילי של ציר ה- x).

המשימה שלכם:

כמהנדסי המערכת הראשיים, עליכם להגיש את דוח האישור הסופי לפי נתוני המערכת: על מסכי הבקרה הופיעה הסקיצה הסופית המאושרת. הגרף מראה מסלול פרבולי המתחיל בנקודה $(-2, 0)$ נוחת ביעד $(14, 0)$ ומגיע לשיא בגובה נמוך מ-40 ק"מ. כתבו את פונקציית המסלול $g(x)$ שתזינו למחשב השיגור.

אימות בטיחות וטווח

1. בכמה קילומטרים נמוך שיא המסלול המתוכנן מחסם הקרינה העליון (40 ק"מ)?
2. האם המסלול מבטיח נחיתה מדויקת ב- $x = 14$.

ביצוע רפלקציה 💡

1. הסבירו מדוע בחרנו לשנות את הפרמטר a כדי להנמיך את המסלול, ולא השתמשנו בהזזה אנכית כפי שהציעו איתן הטכנאי? התייחסו להשפעת ההזזה האנכית על נקודת הנחיתה באי.
2. בעקבות תנאי השטח הבוציים הציעו המהנדסים בהזזה אופקית ובשינוי פרמטר b הסבירו מדוע היה צריך לשנות את פרמטר b , התייחסו להשפעת ההזזה האופקית על נקודת הנחיתה באי.

חתימת המהנדסים: 📝

"אנו מאשרים כי הפונקציה לעיל עומדת באילוץ הגובה האטמוספרי ובאילוץ הטווח הנדרש. המערכת מוכנה לשיגור."

"הצלת חיי הניצולים תלויה בדיוקנות שלכם. שגרו בהצלחה!"



הפיקוח על הוראת המתמטיקה
צוות הדרכה ארצי מתמטיקה

מדינת ישראל
משרד החינוך

מנהל חדשנות וטכנולוגיה
האגף למצוינות
בחינוך הטכנולוגי